



### Aufgabe 1 (3 Punkte)

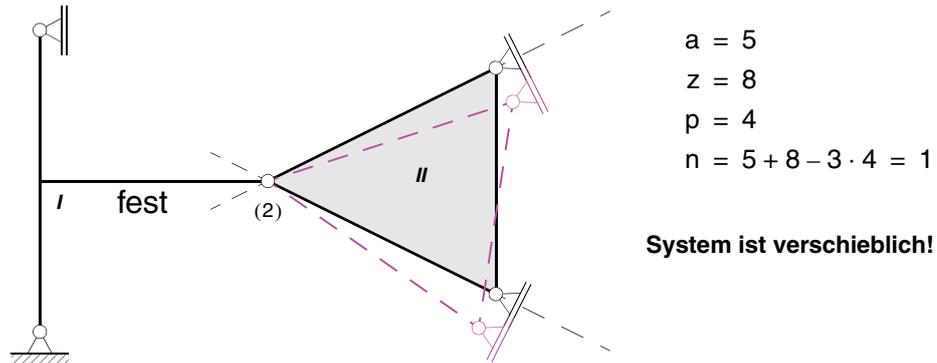
Welches Prinzip ist die Grundlage für die Berechnung einzelner Verformungen?  
*Das Prinzip der virtuellen Kräfte*

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System.

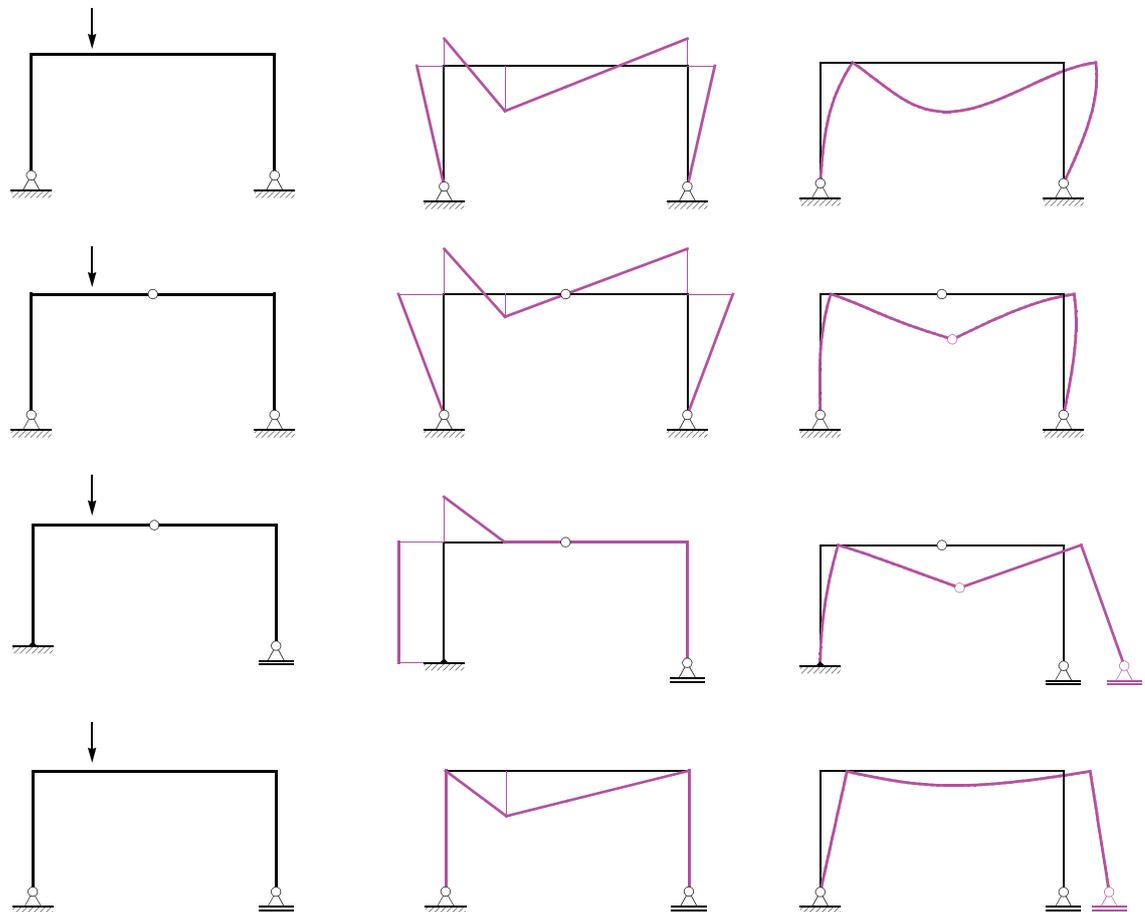
2.1 Ermitteln Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit mit Hilfe des Abzählkriteriums.

2.2 Überprüfen Sie, ob das System kinematisch verschieblich ist.



### Aufgabe 3 (8 Punkte)

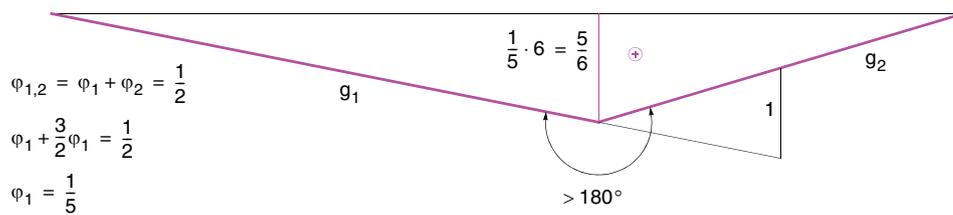
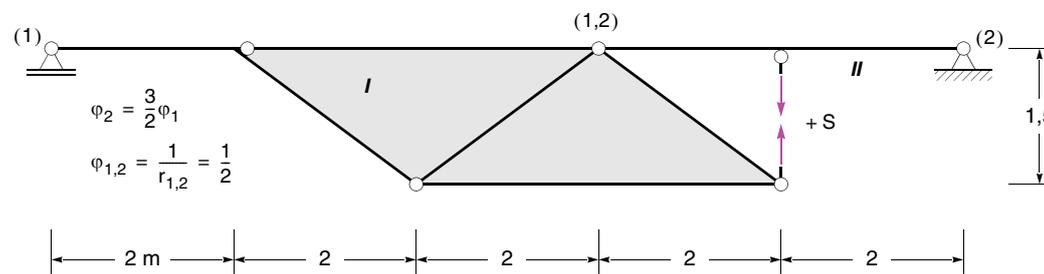
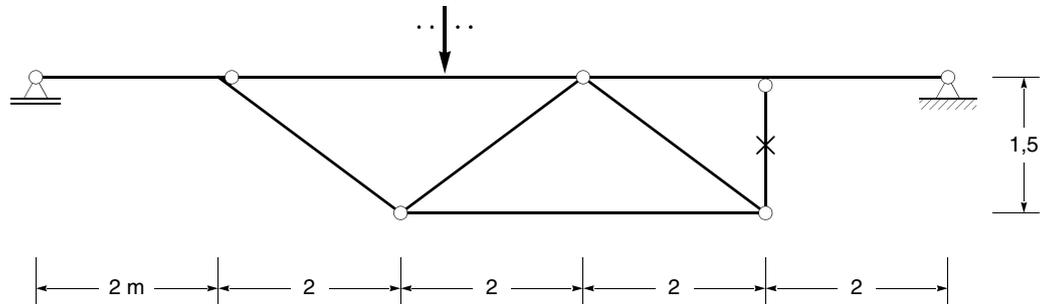
Skizzieren Sie für die nachfolgend dargestellten Systeme qualitativ die Verformung und die Momentenlinie infolge der angegebenen Einzelkraft. Alle Stäbe sind dehnstarr und haben dieselbe Biegesteifigkeit.



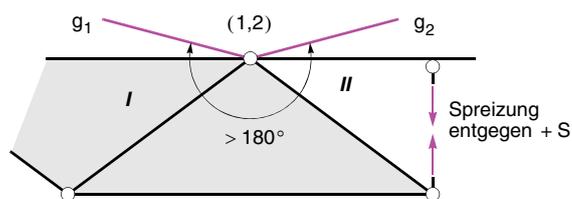
### Aufgabe 4 (7 Punkte)

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Einflusslinie für die Kraft in angekreuzten Stab nach der kinematischen Methode.

Die Bestimmung der Einflusslinienordinaten sowie des Vorzeichens muss zweifelsfrei nachvollziehbar sein.



negative Arbeit



in Skizze: Spreizung „-1“ bewirkt einen Winkel  $> 180^\circ$  unterhalb von I und II

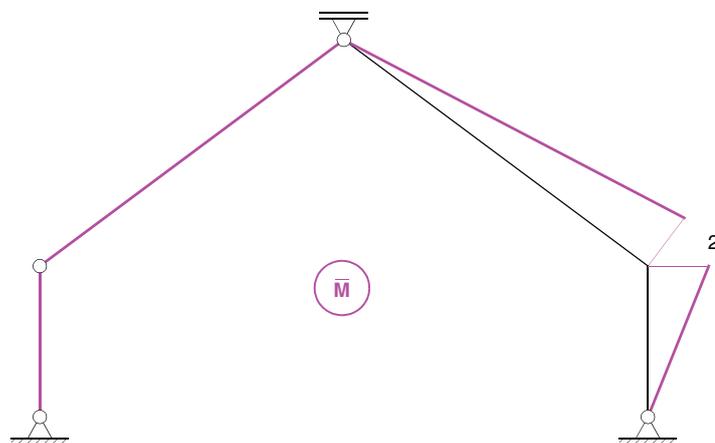
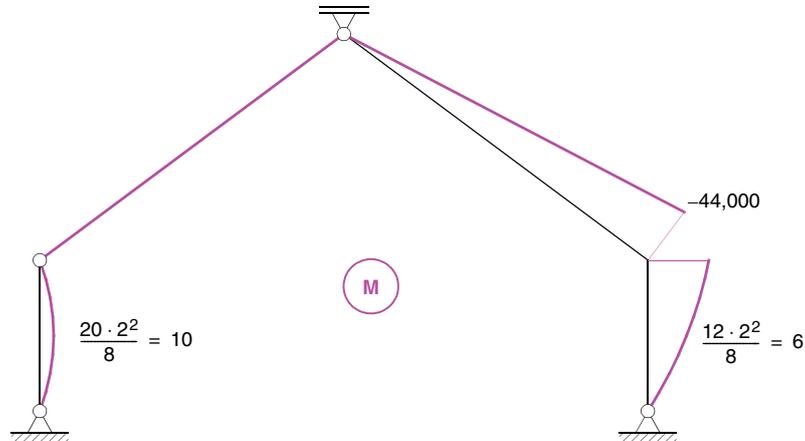
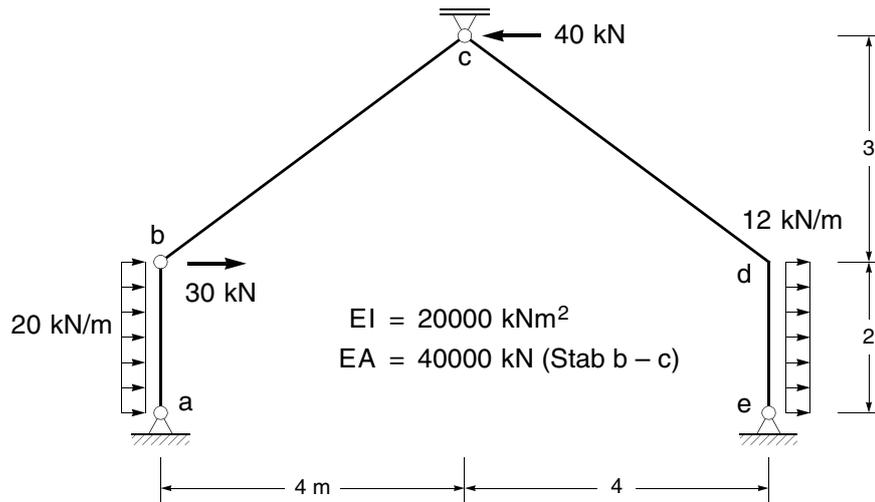
in EL: Der Winkel unterhalb  $g_1$  und  $g_2$  ist  $> 180^\circ$

Übereinstimmung  $\Rightarrow$  Ordinaten in Lastrichtung ( $\downarrow$ ) positiv

## Aufgabe 5 (14 Punkte)

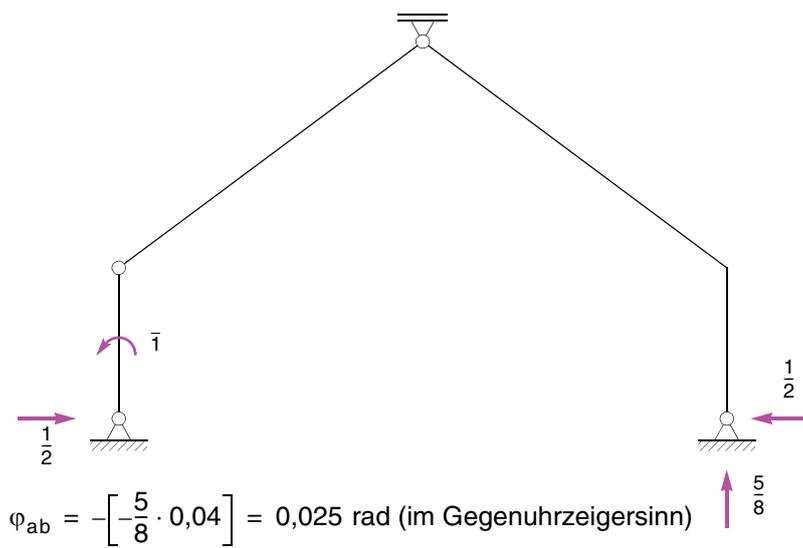
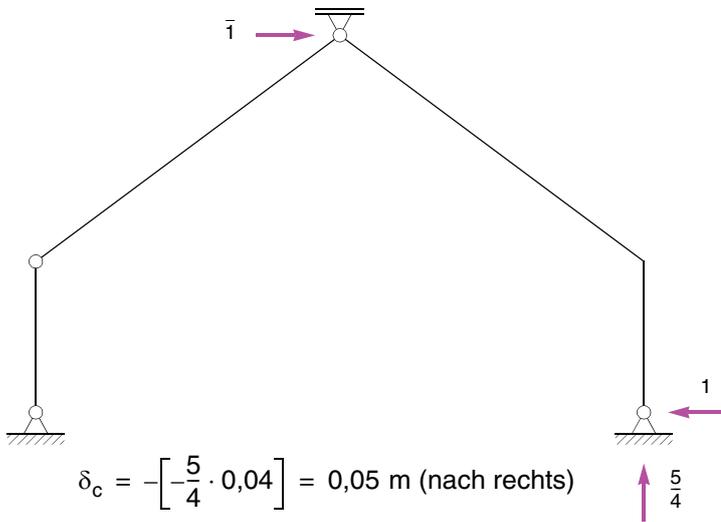
Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System.

- 5.1 Ermitteln Sie die horizontale Verschiebung des Punktes b infolge der angegebenen Belastung.
  - 5.2 Ermitteln Sie die horizontale Verschiebung des Punktes c infolge einer Senkung des Auflagerpunktes e um 4 cm.
  - 5.3 Ermitteln Sie die Drehung des Stabes a – b infolge einer Senkung des Auflagerpunktes e um 4 cm.
- Die Normalkraftverformung im Stab b – c ist zu berücksichtigen.



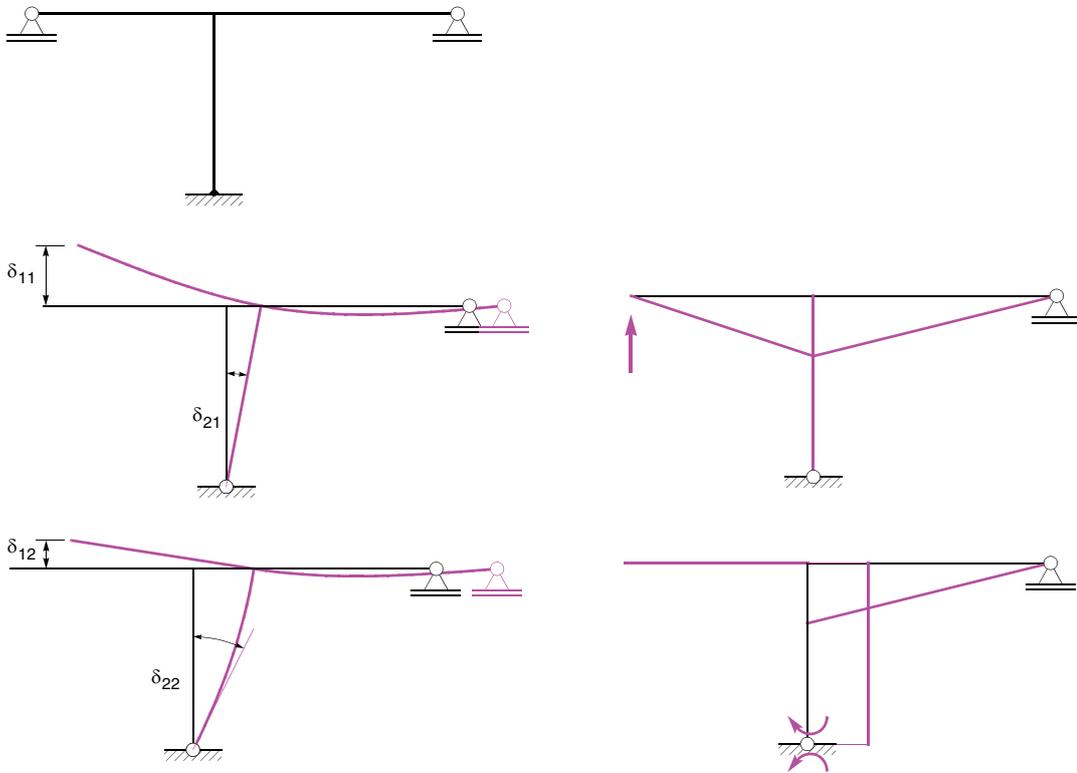
$$\delta'_b = 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 44 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 6 + 0,5 \cdot 5 \cdot 1,25 \cdot 62,5 = 213,33333 + 195,3125 = 408,64583$$

$$\delta_d = \frac{408,64583}{20000} = 0,020432292 \text{ m}$$



### Aufgabe 6 (8 Punkte)

Skizzieren Sie für das dargestellte System qualitativ die Einheitsspannungszustände sowie die zugehörigen Biegelinien. Das zu verwendende Hauptsystem ist vorgegeben. Zeichnen Sie die Werte  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{21}$  und  $\delta_{22}$  in die entsprechenden Skizzen ein.



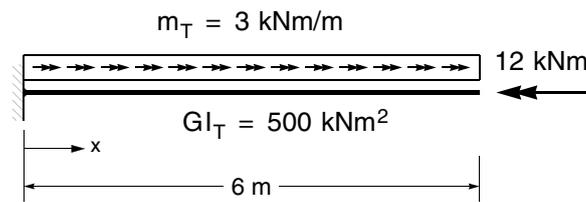
## Aufgabe 7 (7 Punkte)

Der dargestellte Stab ist durch das angegebene Torsionsstreckenmoment beansprucht.

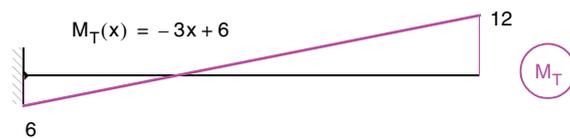
Der Zusammenhang zwischen dem Torsionsmoment und der Verdrehung ist gegeben durch:

$$\vartheta' = \frac{M_T}{G \cdot I_T}$$

- 7.1 Ermitteln Sie den Verlauf des Torsionsmomentes  $M_T(x)$  infolge der angegebenen Beanspruchung.
- 7.2 Ermitteln Sie den Verlauf der Verdrehung  $\vartheta(x)$  infolge der angegebenen Beanspruchung durch Lösung der Differenzialgleichung.
- 7.3 Skizzieren Sie den Verlauf der Verdrehung  $\vartheta(x)$ .



7.1:



7.2:

$$GI_T \vartheta'(x) = -3x + 6$$

$$GI_T \vartheta(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x + c$$

$$\vartheta(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$GI_T \vartheta(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x$$

7.2:

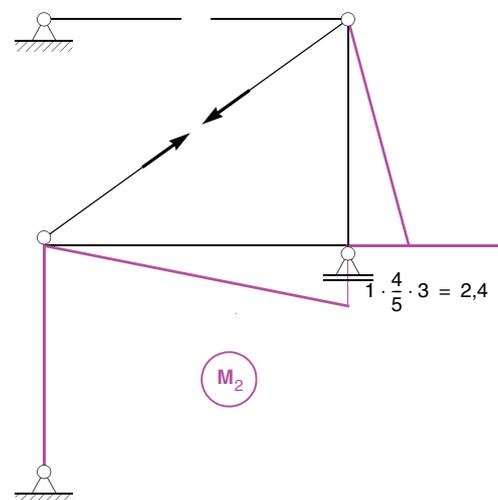
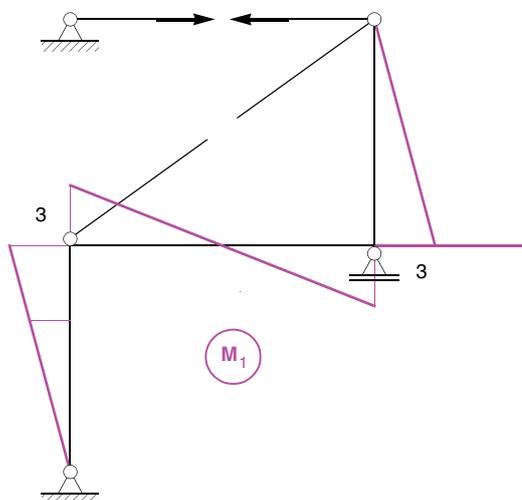
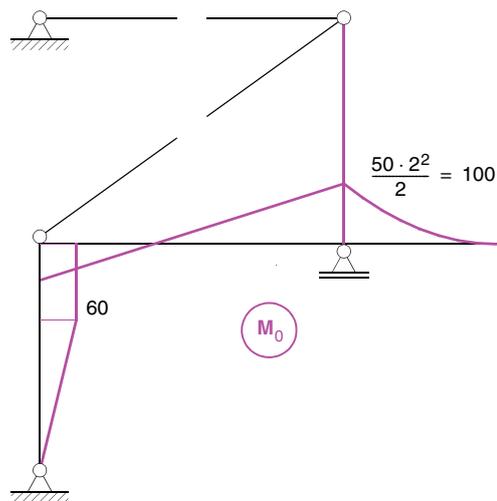
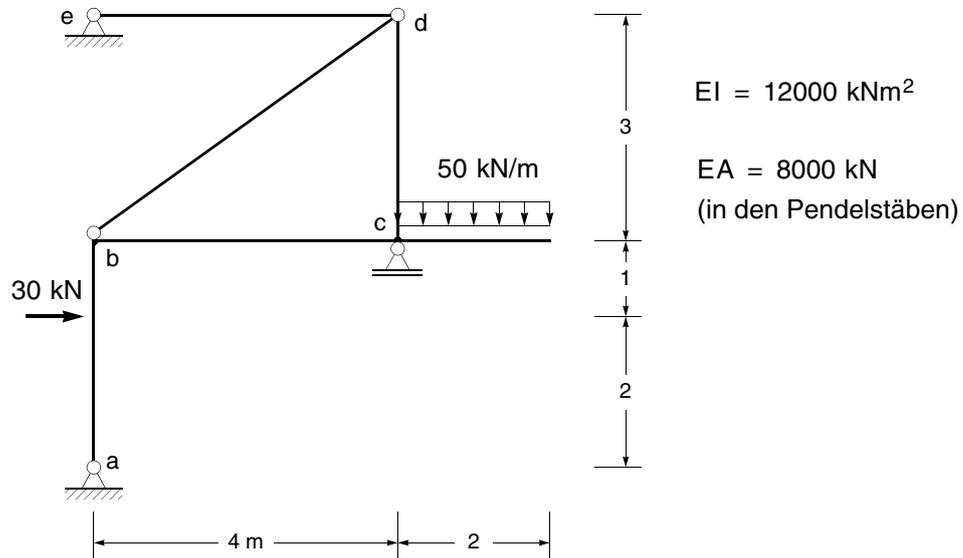


### Aufgabe 8 (15 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach dem Kraftgrößenverfahren zu berechnen.

Ermitteln Sie die Momentenlinie sowie die Normalkräfte in den Pendelstäben infolge der angegebenen Belastung.

Die Normalkraftverformung in den Pendelstäben ist zu berücksichtigen.



$$\delta'_{11} = 10 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^2 + 1,5 \cdot 4 \cdot 1^2 = 30 + 6 = 36$$

$$\delta'_{12} = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2,4 + 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2,4 \cdot (2 \cdot 3 - 3) = 12$$

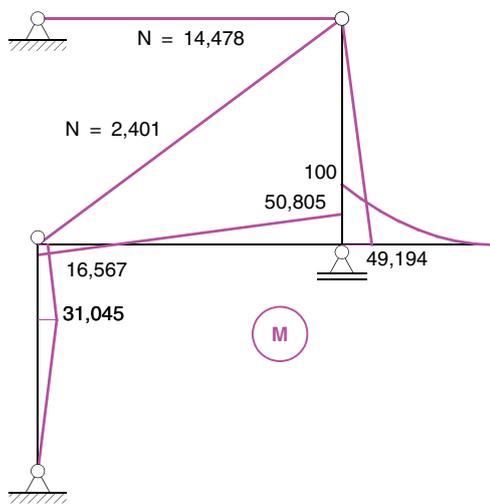
$$\delta'_{22} = 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2,4^2 + 1,5 \cdot 5 \cdot 1^2 = 13,44 + 7,5 = 20,94$$

$$\delta'_{10} = -2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 60 - 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot (2 + 3) + 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot [(-3) \cdot (2 \cdot 60 - 100) + 3 \cdot (60 - 2 \cdot 100)] = -550$$

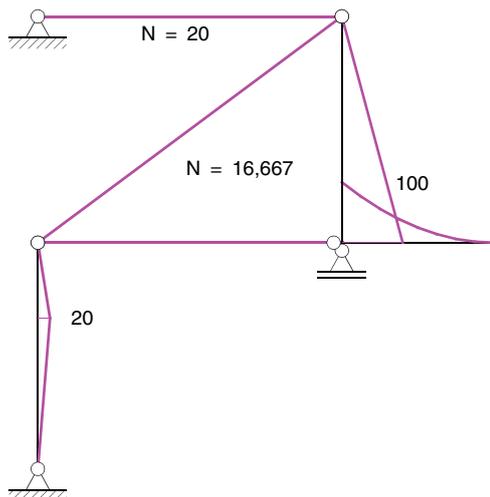
$$\delta'_{20} = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2,4 \cdot (60 - 2 \cdot 100) = -224$$

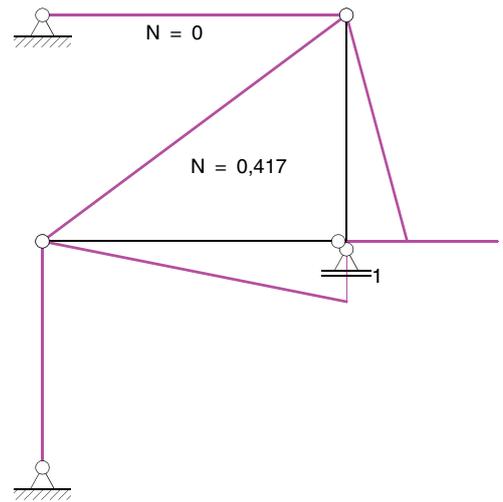
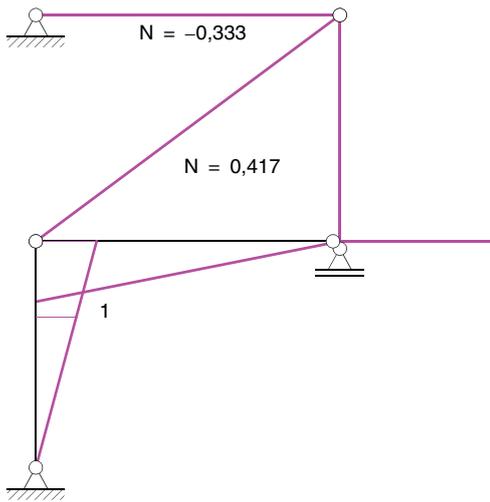
$$\begin{bmatrix} 36 & 12 \\ 12 & 20,94 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -590 \\ -224 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14,477568 \\ 2,4006297 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ba} \\ M_{cb} \\ M_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & -3 & 0 \\ -100 & 3 & 2,400 \\ 0 & 3 & 2,400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 14,477568 \\ 2,4006297 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,567296 \\ -50,805785 \\ 49,194215 \end{bmatrix}$$

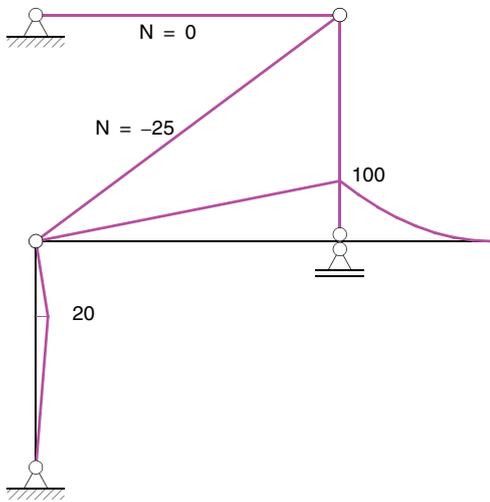


### alternatives Hauptsystem





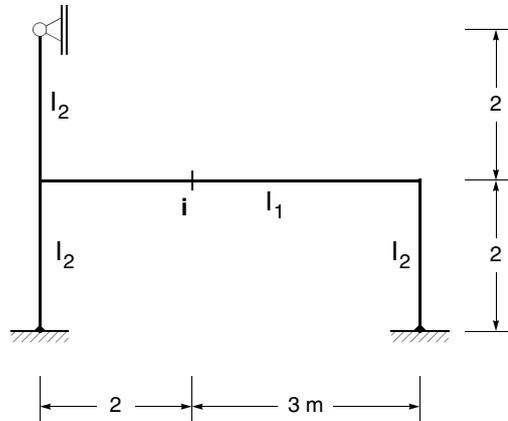
**alternatives Hauptsystem**



### Aufgabe 9 (10 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System wird durch eine Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 40^\circ$  (oben wärmer) im Riegel beansprucht. Die Momentenlinie ist bereits ermittelt worden.

Berechnen Sie die horizontale und vertikale Verschiebung des Punktes i infolge der Temperaturdifferenz.

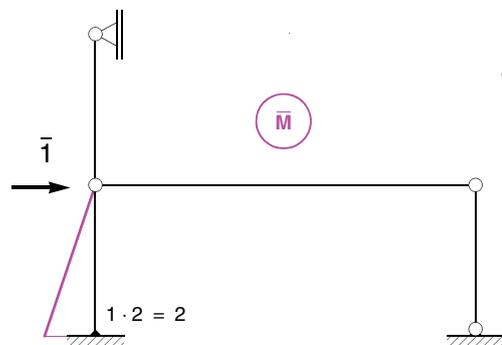
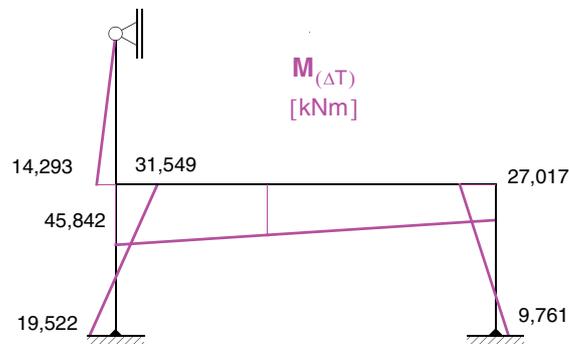


$$EI_1 = 45000 \text{ kNm}^2$$

$$EI_2 = 15000 \text{ kNm}^2$$

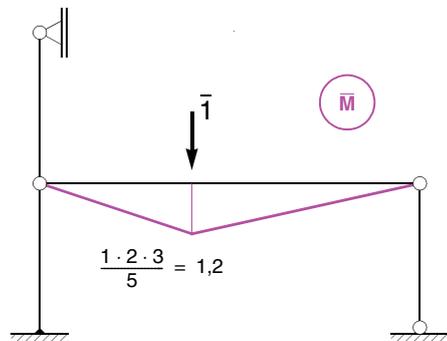
$$\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5}$$

$$h = 0,40 \text{ m (Querschnittshöhe des Riegels)}$$



$$\delta'_b = 3,0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot (2 \cdot 19,522 - 31,549) = 14,99$$

$$\delta_d = \frac{14,99}{45000} = 0,00033311111$$



$$\delta'_b = 1,0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1,2 \cdot [45,842(1 + 0,6) + 27,017(1 + 0,4)]$$

$$-45000 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{40}{0,4}$$

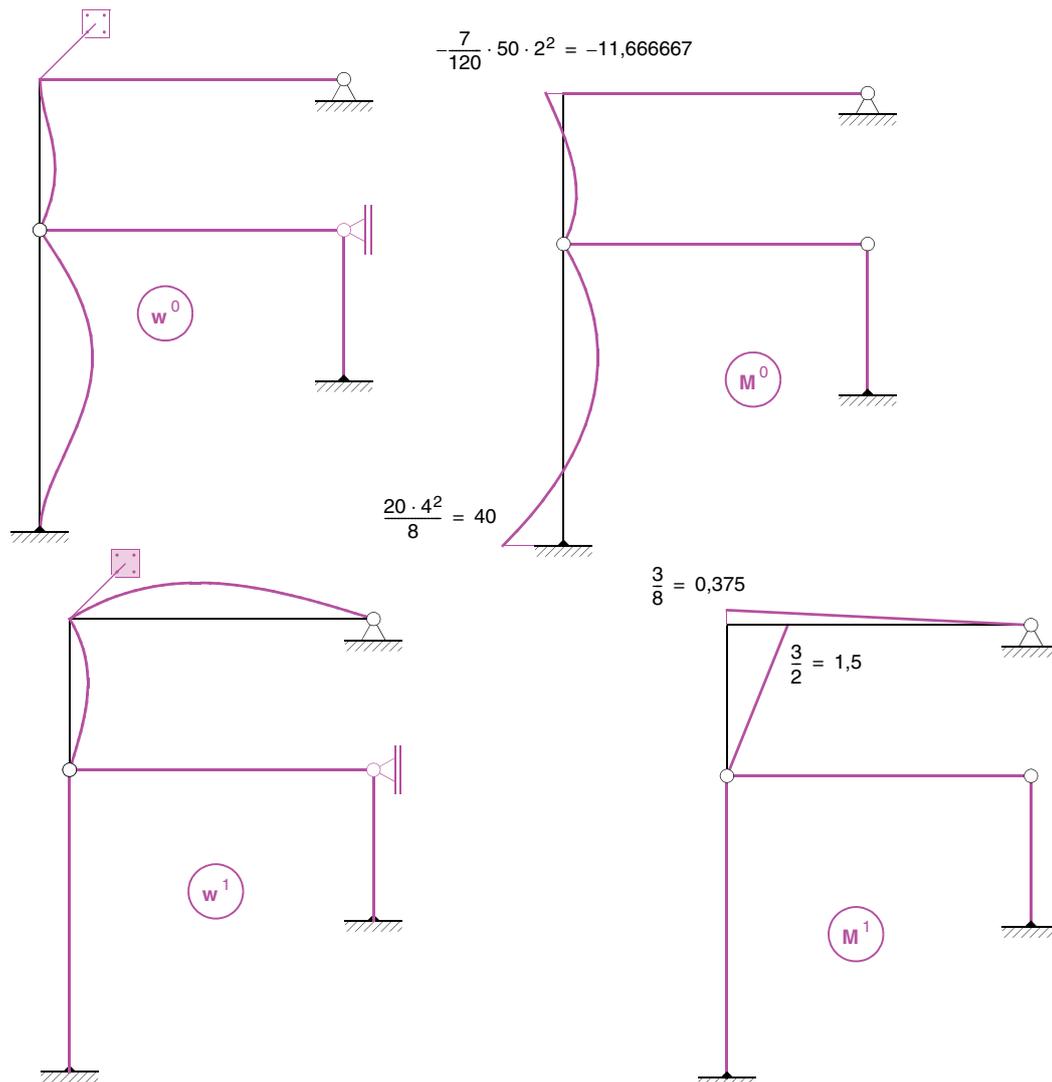
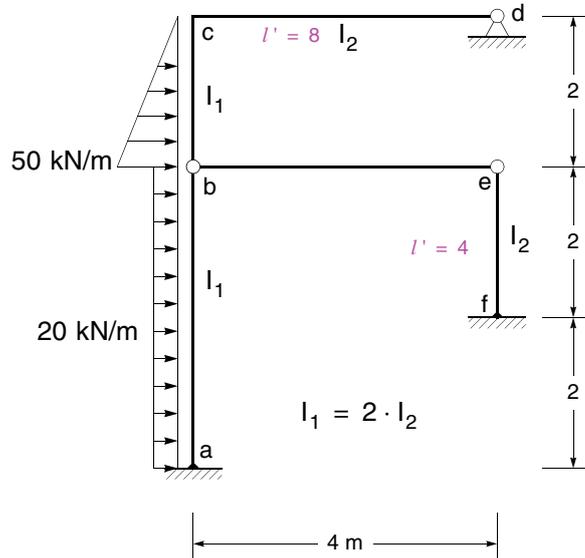
$$= 111,171 - 162 = -50,829$$

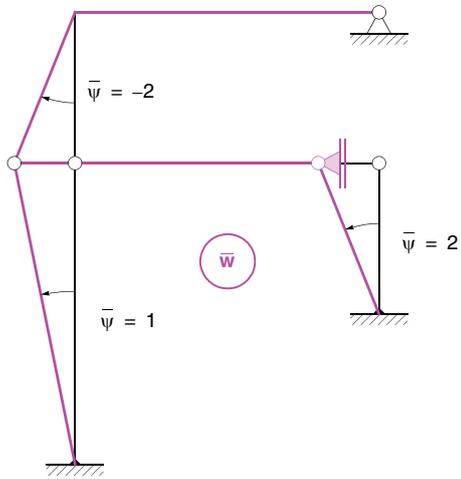
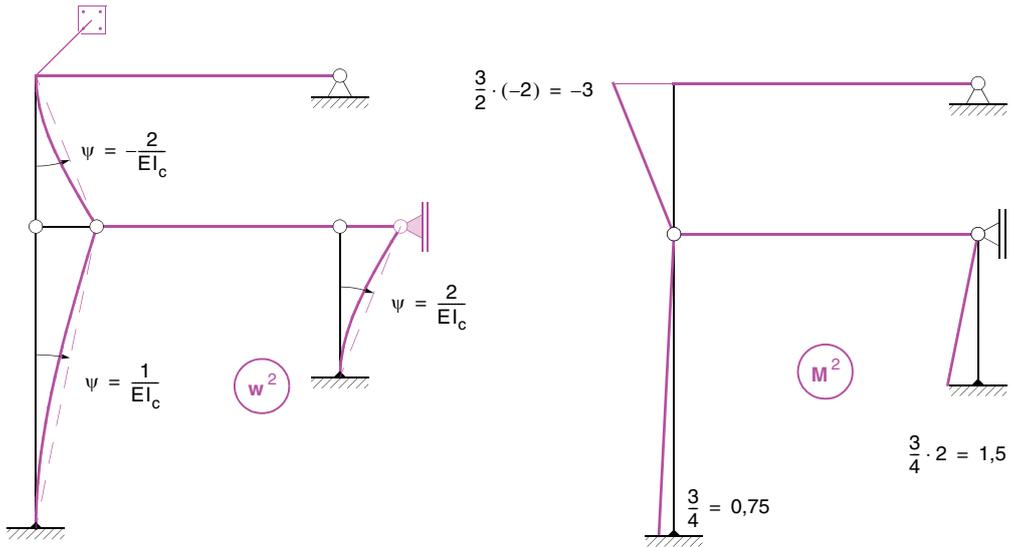
$$\delta_d = \frac{-50,829}{45000} = -0,0011295333 \text{ m}$$

### Aufgabe 10 (13 Punkte)

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

Für die Einheits- und Lastzustände sind  $w$  und  $M$  darzustellen.

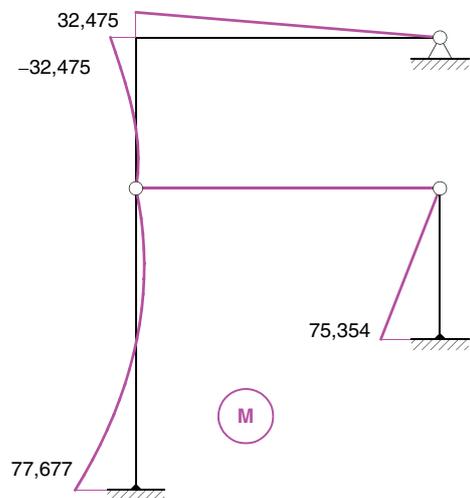




$$\sum M_c = (1,5 + 0,375) \cdot Y_1 - 3 \cdot Y_2 - 11,666667 = 0$$

$$\sum \bar{W} = 1,5 \cdot (-2) \cdot Y_1 + (0,75 \cdot 1 + 1,5 \cdot 2 - 3 \cdot (-2)) \cdot Y_2 + 40 \cdot 1 - 11,666667 \cdot (-2) - 20 \cdot 4 \cdot 2 - 50 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{3} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1,875 & -3 \\ -3 & 9,75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11,666667 \\ -230 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 86,599327 \\ 50,23569 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{cb} \\ M_{cd} \\ M_{fe} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 0,75 \\ -11,666667 & 1,5 & -3 \\ 0 & 0,375 & 0 \\ 0 & 0 & 1,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 86,599327 \\ 50,23569 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 77,676768 \\ -32,474747 \\ 32,474747 \\ 75,353535 \end{bmatrix}$$