HOCHSCHULE WISMAR
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Bereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. R. Dallmann

Modulprüfung Baustatik I am 3. Februar 2016

Name: . . . .

Matr.-Nr.: . . . .

In dieser Klausur werden 8 Aufgaben mit insgesamt 90 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten. 80 erreichte Punkte entsprechen der vollständigen Lösung**.**

Erlaubte Hilfsmittel:
Taschenrechner sowie die Tabellen zur Vorlesung Baustatik I.

- Ergebnisse werden nur gewertet, wenn der Rechenweg zweifelsfrei nachvollziehbar ist.
- Es dürfen keine grünen Farbstifte verwendet werden.
- Die Verwendung von Kommunikationsmitteln ist untersagt.
- Ergebnisse sind mit Dezimalzahlen anzugeben.

Beachten Sie die anliegenden Systemskizzen!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Für die Berechnung eines Stabtragwerks nach dem Drehwinkelverfahren wird das kinematisch bestimmte Hauptsystem benötigt. Welche mechanischen Größen werden bei der Bildung des kinematisch bestimmten Hauptsystems gleich null gesetzt?

Aufgabe 2 (21 Punkte)

Ermitteln Sie für das dargestellte System nach der kinematischen Methode:

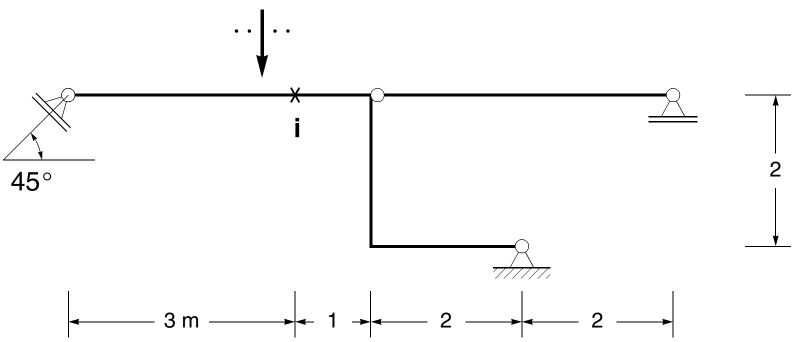
2.1 Die Einflusslinie für das Moment im Punkt i.

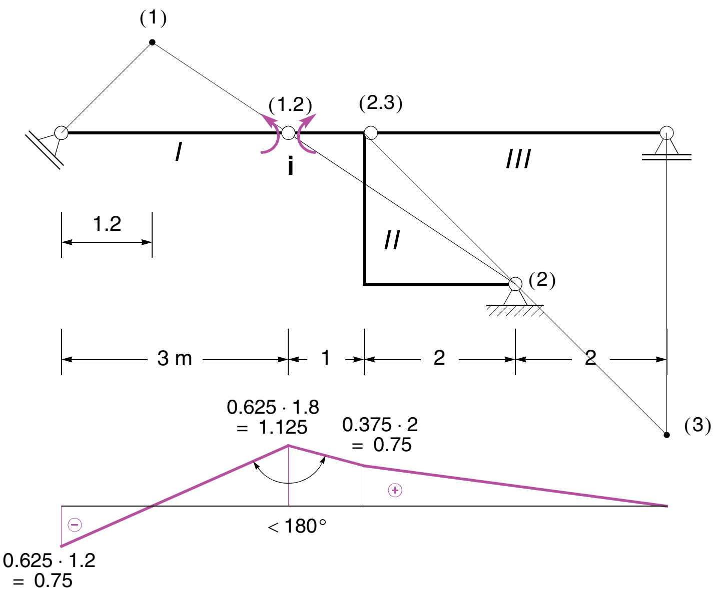
2.2 Die Einflusslinie für die Querkraft im Punkt i.

Die Bestimmung der Einflusslinienordinaten sowie des Vorzeichens muss zweifelsfrei nachvollziehbar sein.

2.3 Ermitteln Sie die Laststellungen für das maximale und minimale Moment im Punkt i für eine konstante Streckenlast.

2.4 Ermitteln Sie die Schnittgrößen M und V im Punkt i durch Auswertung der Einflusslinien nach 2.1 und 2.2 für die Laststellungen nach 2.3 für eine Streckenlast von $q = 20$ kN/m .





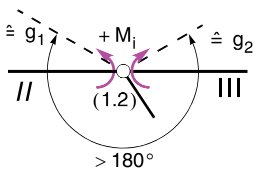
$\varphi_2 = \frac{1.8}{3}\varphi_1 = 0.6\varphi_1$

$\varphi_1 + \varphi_2 = 1$

$(1 + 0.6)\varphi_1 = 1$

$\varphi_1 = 0.625$

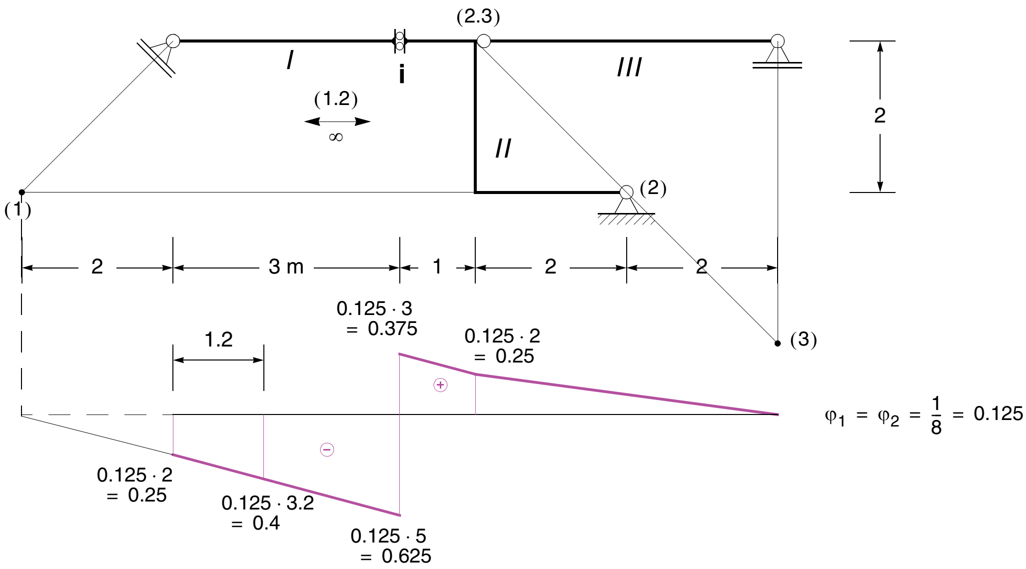
$\varphi_2 = 0.6 \cdot 0.625 = 0.375$

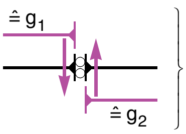


negative Arbeit

in Skizze: Knick „-1“ bewirkt einen Winkel $> 180°$ unterhalb von II und III

in EL: Der Winkel unterhalb g_2 und g_3 ist $< 180°$
Widerspruch ⇒ in Lastrichtung (⋅⋅↓⋅⋅) negativ!

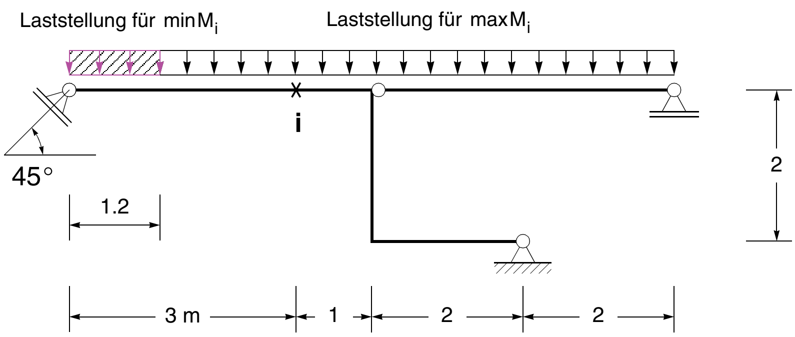




negative Arbeit

in Skizze: g_1 über g_2
in EL: g_1 unter g_2, Widerspruch ⇒ in Lastrichtung (⋅⋅↓⋅⋅) negativ!

2.3



2.4

$$\max M_i = 20 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0.75 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (0.75 + 1.125) + \frac{1}{2} \cdot 1.8 \cdot 1.125 \right\} = 69 \text{ kNm}$$

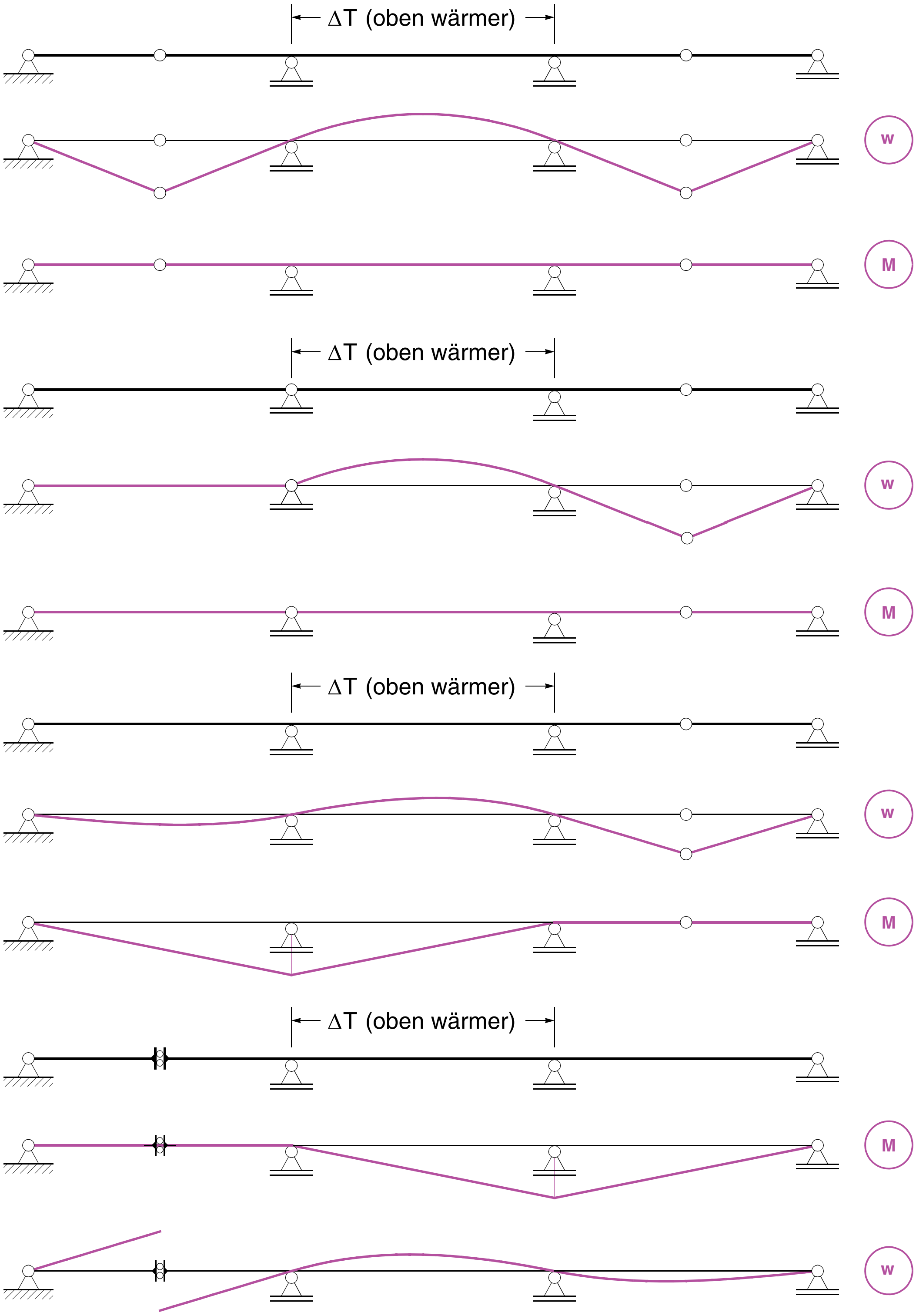
$$\text{zug}V_i = 20 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0.25 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (0.25 + 0.375) - \left(\frac{1}{2} \cdot 1.8 \cdot (0.625 + 0.4) \right) \right\} = -2.2 \text{ kN}$$

$$\min M_i = -20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot 0.75 = -9 \text{ kNm}$$

$$\text{zug}V_i = -20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot (0.25 + 0.4) = -7.8 \text{ kN}$$

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Skizzieren Sie für die nachfolgend dargestellten Systeme qualitativ die Verformung und die Momentenlinie infolge einer Temperaturdifferenz (oben wärmer)im mittleren Feld. Krümmungen sind deutlich zu kennzeichnen.

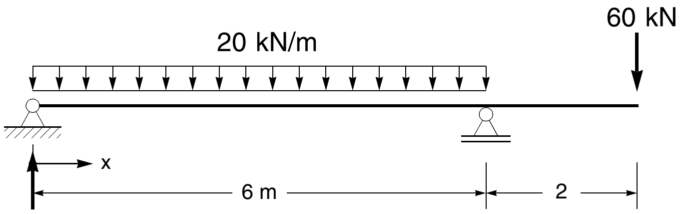


Aufgabe 4 (8 Punkte)

Gegeben ist der dargestellte Einfeldträger.

4.1 Ermitteln Sie den Verlauf der Durchbiegung $w(x)$ infolge der angegebenen Belastung durch Lösung der Differenzialgleichung.

4.2 Ermitteln Sie die Durchbiegung in der Mitte des Balkens aus der Lösung nach 4.1.



$EI = 12000\ \text{kNm}^2$

$\frac{20 \cdot 6}{2} - \frac{60 \cdot 2}{6} = 40$

$$M(x) = -20 \cdot \frac{x^2}{2} + 40 \cdot x = -10x^2 + 40x$$

$$EIw''(x) = -M(x) = 10x^2 - 40x$$

$$EIw'(x) = \frac{10}{3}x^3 - 20x^2 + c_1$$

$$EIw(x) = \frac{5}{6}x^4 - \frac{20}{3}x^3 + c_1 x + c_2$$

Randbedingungen:

$$EI \cdot w(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$EI \cdot w(6) = \frac{5}{6}6^4 - \frac{20}{3}6^3 + c_1 6 = 0 \Rightarrow c_1 = 60$$

$$EIw(x) = \frac{5}{6}x^4 - \frac{20}{3}x^3 + 60x$$

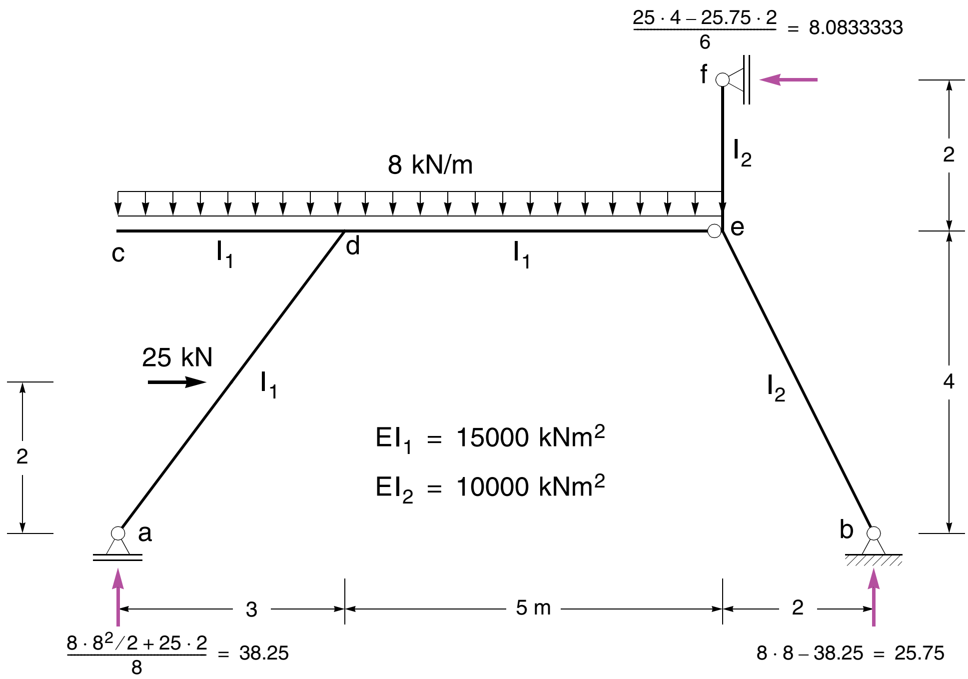
$$EIw(3) = \frac{5}{6}3^4 - \frac{20}{3}3^3 + 60(3) = 67.5$$

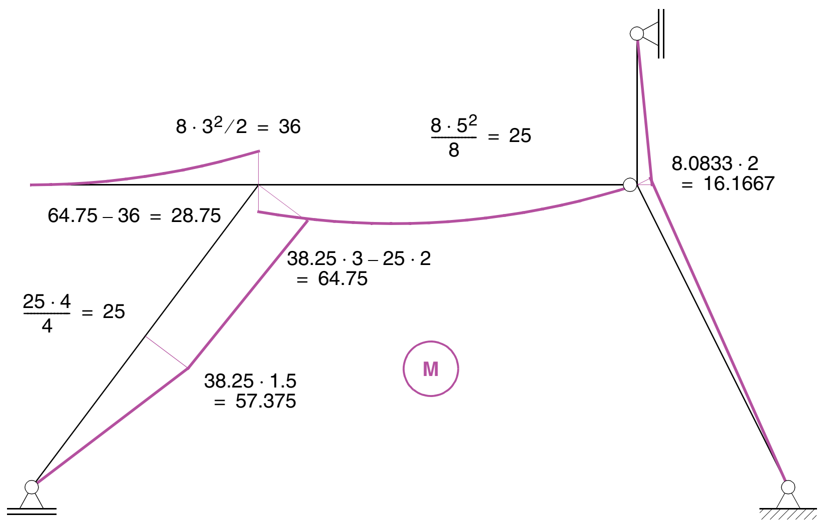
$$w(3) = \frac{67.5}{12000} = 0.005625\ \text{m}$$

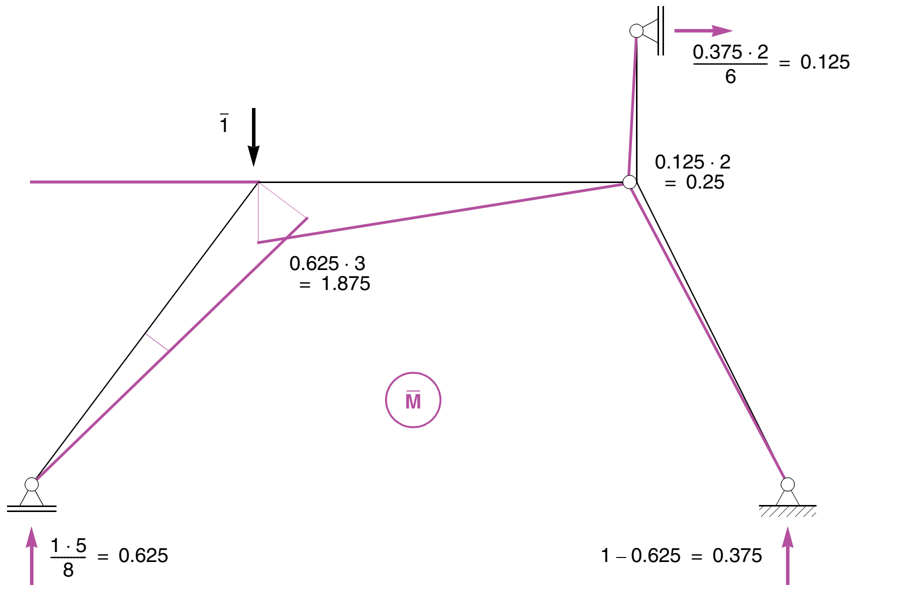
2

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgend dargestellte System.
Ermitteln Sie die vertikale Verschiebung des Punktes d infolge der angegebenen Belastung.







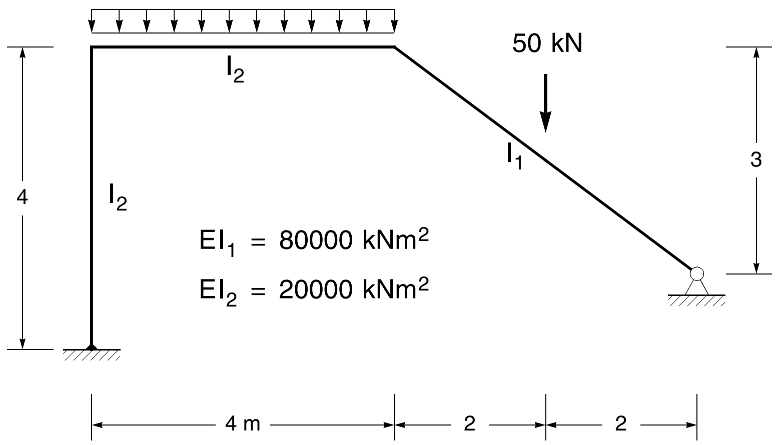
$$\delta_d' = 1.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.875 \cdot 64.750 + 1.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1.875 \cdot 25 + 1.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.875 \cdot 28.750$$

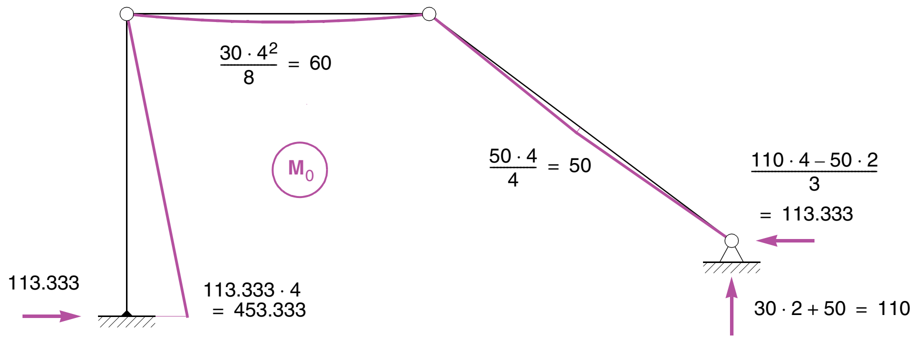
$$+ 1.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1.875 \cdot 25 - 1.5 \cdot (2 + \sqrt{20}) \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.250 \cdot 16.167 = 415.82687$$

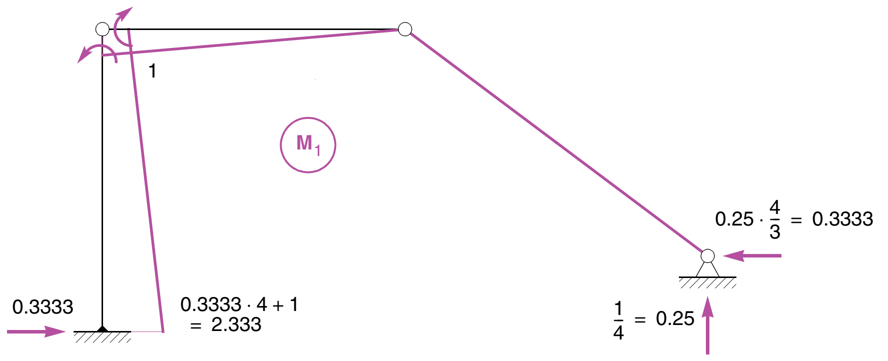
$$\delta_d = \frac{415.82687}{15000} = 0.027721791$$

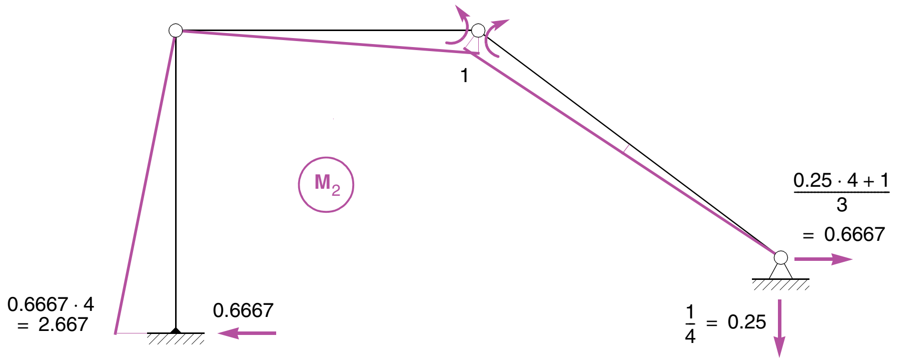
Aufgabe 6 (16 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach dem Kraftgrößenverfahren zu berechnen. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.









$$\delta'_{11} = 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot (1^2 + 1 \cdot 2.333 + 2.333^2) + 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 = 52.138075$$

$$\delta'_{12} = -4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2.667 \cdot (2 \cdot 2.333 + 1) + 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 = -37.629925$$

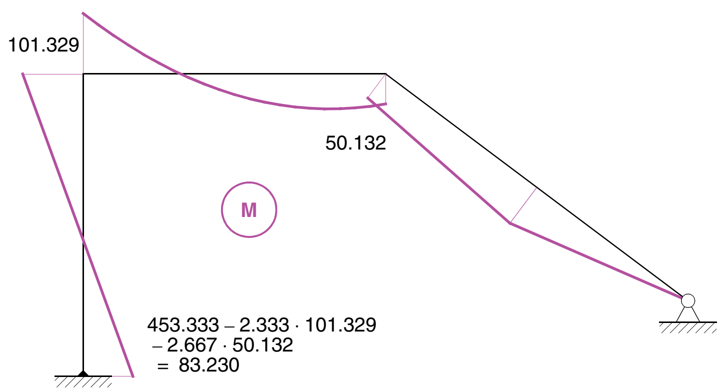
$$\delta'_{22} = 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2.667^2 + 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 + 1.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 = 44.935408$$

$$\delta'_{10} = 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 453.333 \cdot (2 \cdot 2.333 + 1) + 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 = 7169.5594$$

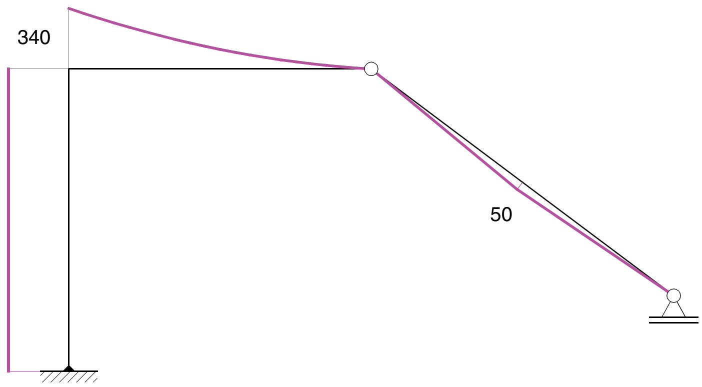
$$\delta'_{20} = -4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2.667 \cdot 453.333 + 4.0 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 + 1.0 \cdot 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 50 = -6065.7086$$

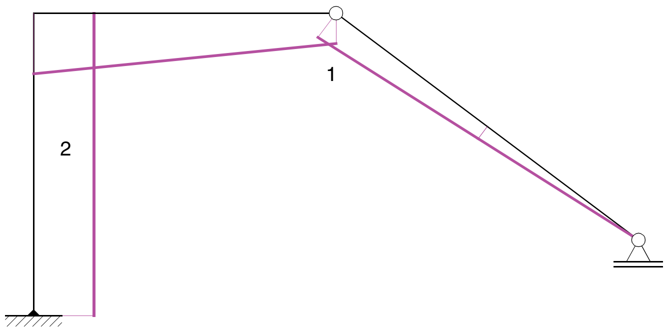
$$\begin{bmatrix} 52.138075 & -37.629925 \\ -37.629925 & 44.935408 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7169.5594 \\ -6065.7086 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -101.32869 \\ 50.132347 \end{bmatrix}$$

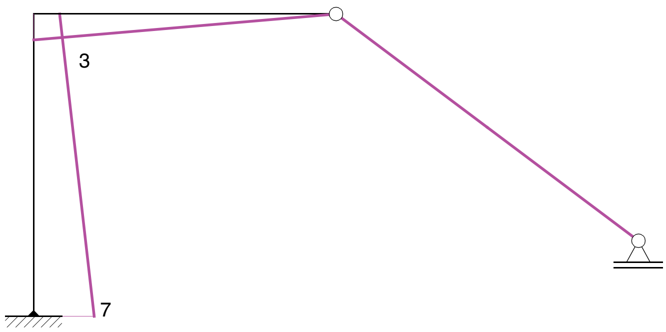
$$\begin{bmatrix} M_{ba} \\ M_{cb} \\ M_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & -3 & 0 \\ -100 & 3 & 2.400 \\ 0 & 3 & 2.400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 14.477568 \\ 2.4006297 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.567296 \\ -50.805785 \\ 49.194215 \end{bmatrix}$$



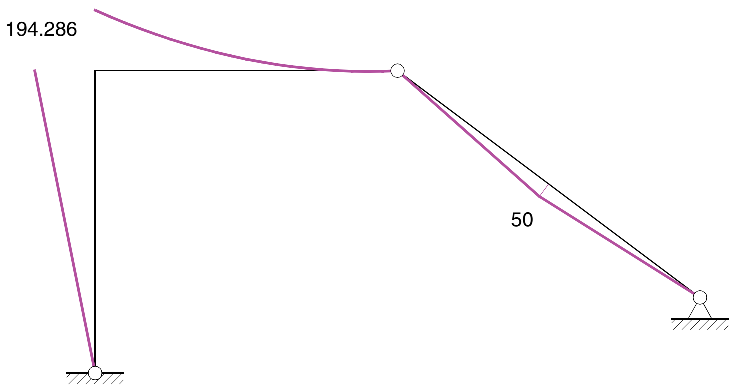
alternatives Hauptsystem

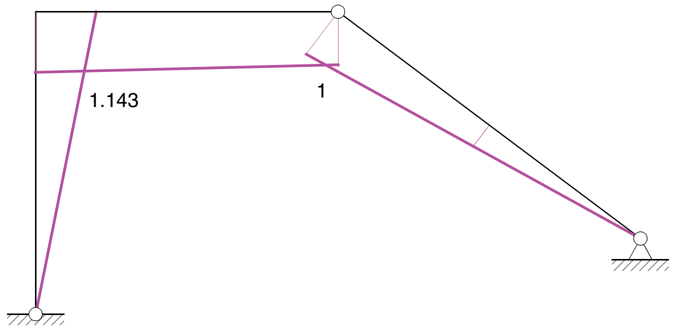


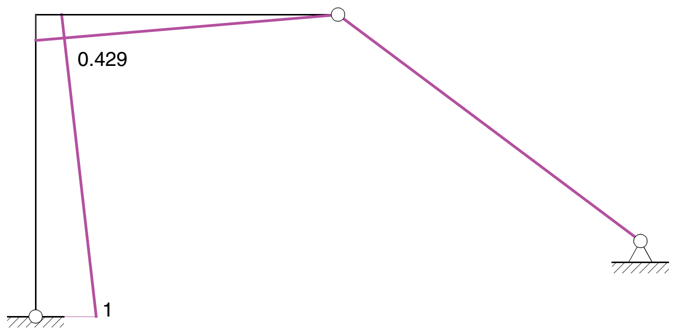




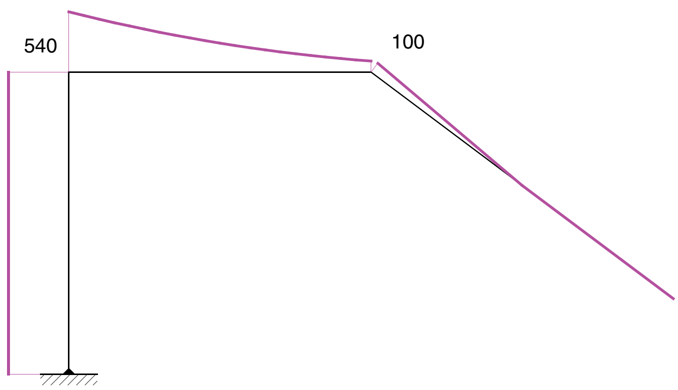
alternatives Hauptsystem

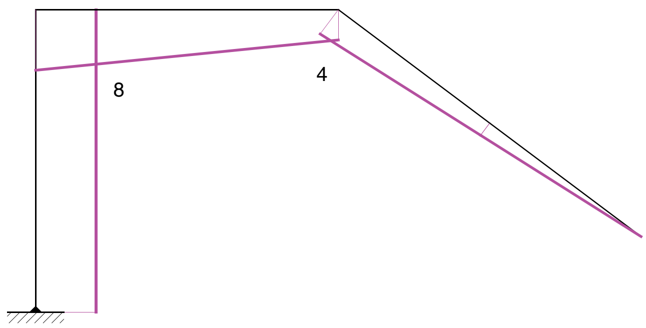


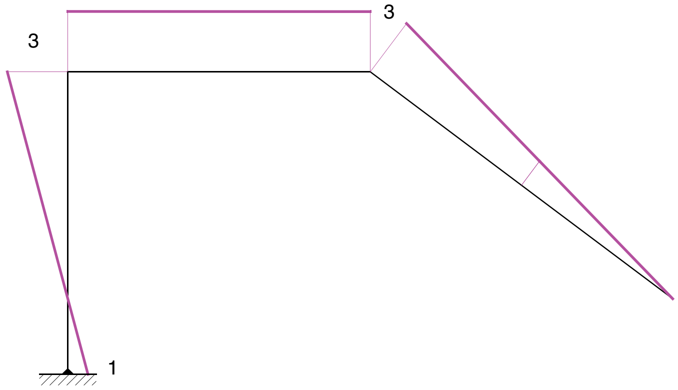




alternatives Hauptsystem







δ'_{11} = 1647.993

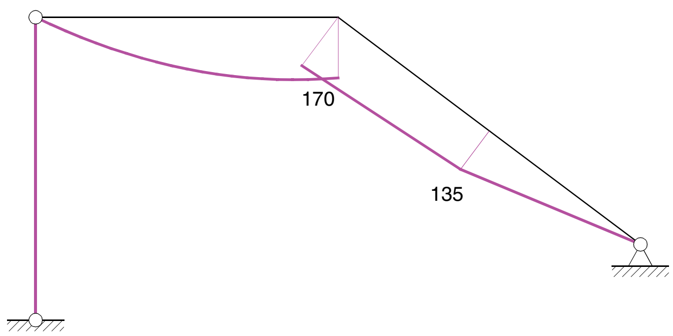
δ'_{12} = –436

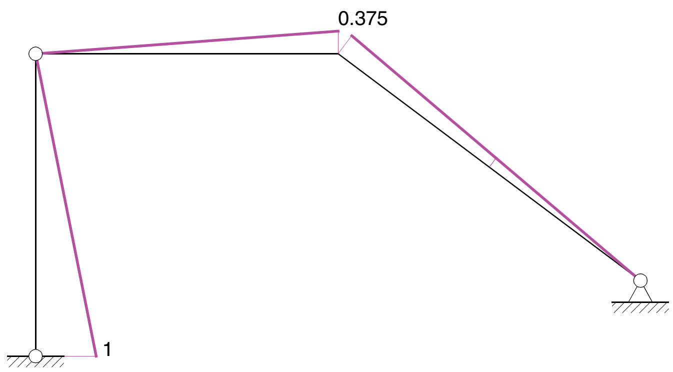
δ'_{22} = 196.33333

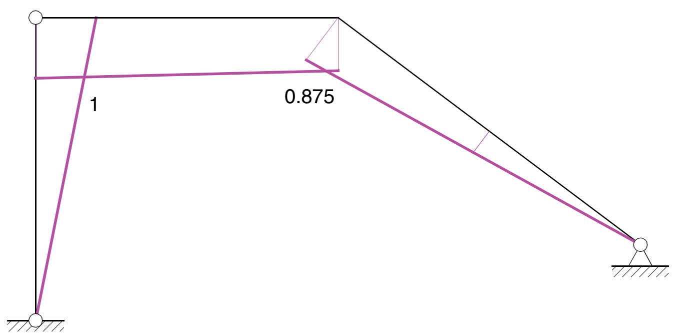
δ'_{10} = –98763.52

δ'_{20} = 22392.56

alternatives Hauptsystem







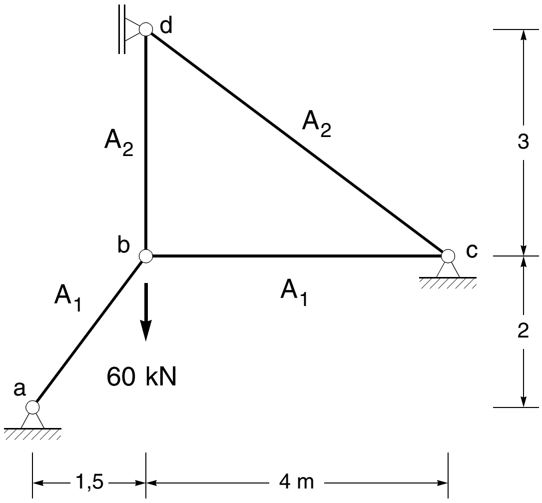
Aufgabe 7 (11 Punkte)

Gegeben ist das dargestellte System.

7.1 Ermitteln Sie die Normalkräfte in den Stäben infolge der angegebenen Kraft.

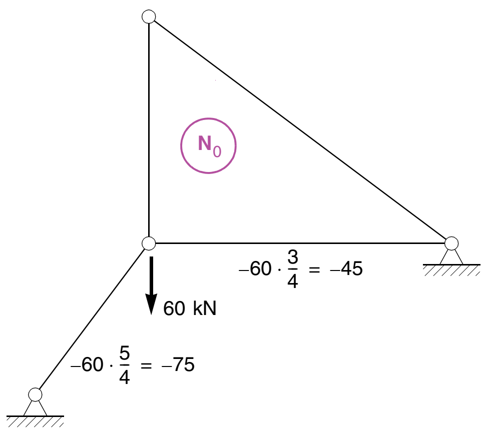
7.2 Ermitteln Sie die Normalkräfte in den Stäben infolge einer Erwärmung des Stabes b – c um 30 K.

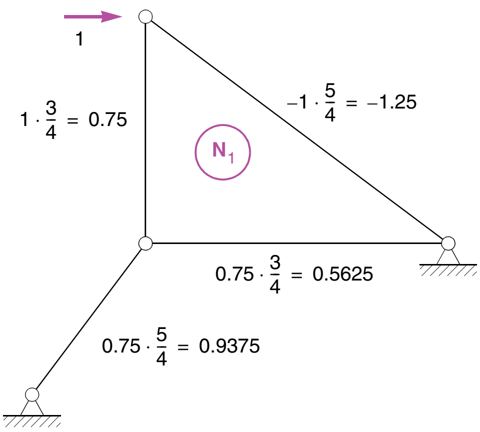
Die Verläufe der Normalkräfte brauchen nicht gezeichnet zu werden.



$EA_1 = 120000$ kN

$EA_2 = 80000$ kN





$$\delta'_{11} = 1.0 \cdot 2.5 \cdot 0.9375^2 + 1.0 \cdot 4 \cdot 0.5625^2 + 1.5 \cdot 3 \cdot 0.75^2 + 1.5 \cdot 5 \cdot 1.25^2 = 17.712891$$

$$\delta'_{10} = -1.0 \cdot 2.5 \cdot 0.9375 \cdot 75 - 1.0 \cdot 4 \cdot 0.5625 \cdot 45 = -277.03125$$

$$X = -\frac{-277.03125}{17.712891} = 15.640093$$

$$\begin{bmatrix} N_{ab} \\ N_{bc} \\ N_{bd} \\ N_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -75 & 0.9375 \\ -45 & 0.5625 \\ 0 & 0.75 \\ 0 & -1.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 15.640093 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -60.337413 \\ -36.202448 \\ 11.730069 \\ -19.550116 \end{bmatrix}$$

7.2

$$\delta'_{10} = 120000 \cdot (4 \cdot 0.5625 \cdot 1.2 \cdot 10^{-5} \cdot 30) = 97.2$$

$$X = -\frac{97.2}{17.712891} = -5.4875289$$

$$\begin{bmatrix} N_{ab} \\ N_{bc} \\ N_{bd} \\ N_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9375 \\ 0.5625 \\ 0.75 \\ -1.25 \end{bmatrix} (-5.4875289) = \begin{bmatrix} -5.1445584 \\ -3.086735 \\ -4.1156467 \\ 6.8594112 \end{bmatrix}$$

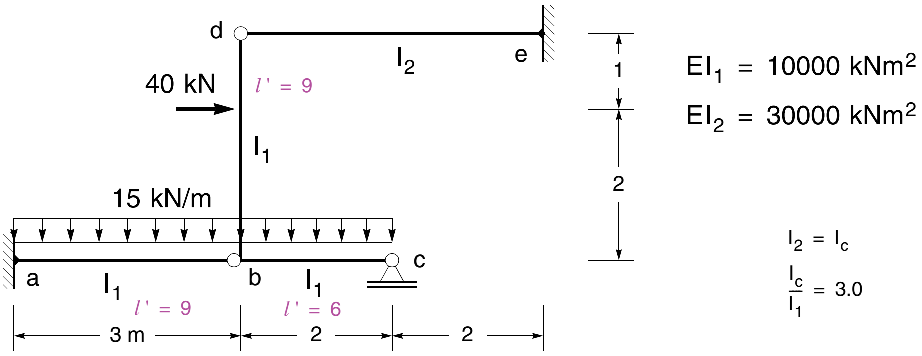
Aufgabe 8 (15 Punkte)

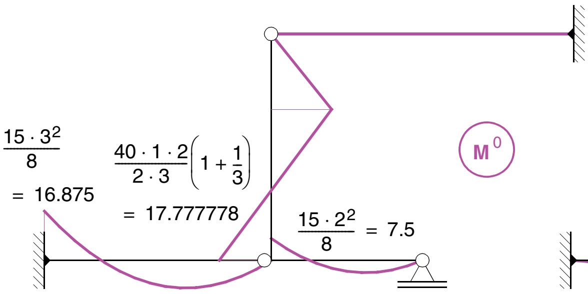
Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.

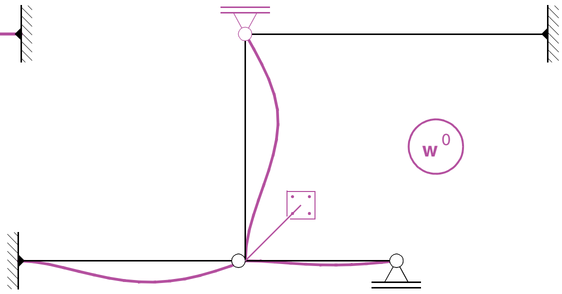
8.1 Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

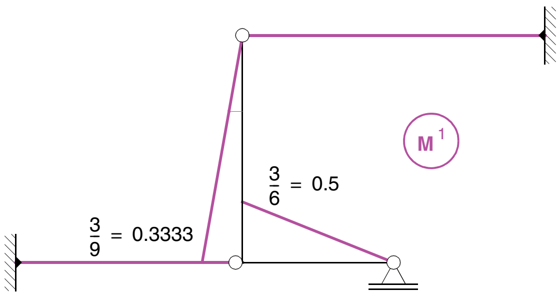
8.2 Ermitteln Sie die vertikale Verschiebung des Punktes b infolge der angegebenen Belastung.

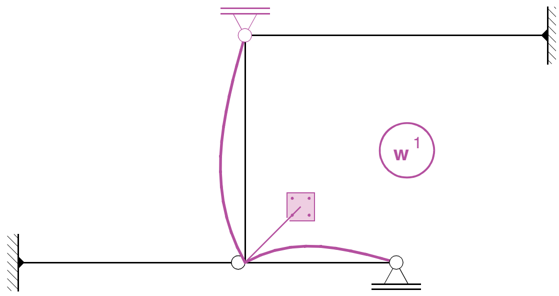
Für die Einheits- und Lastzustände sind w und M darzustellen.

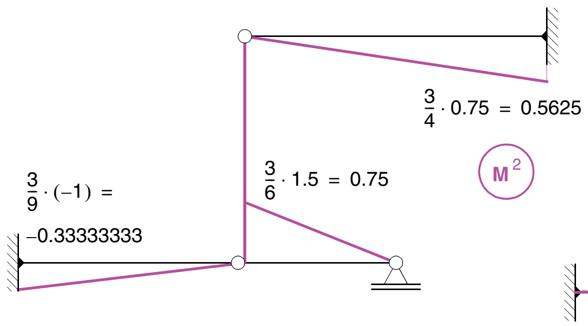


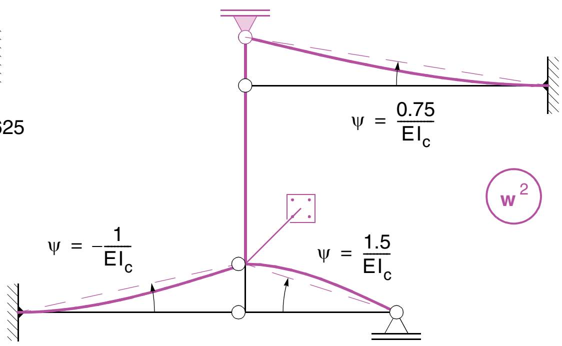


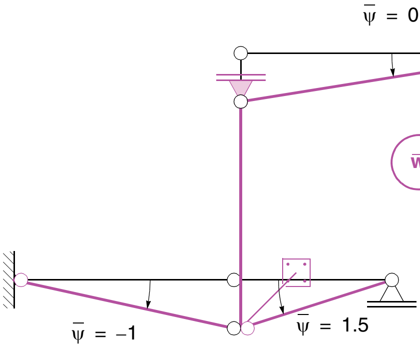








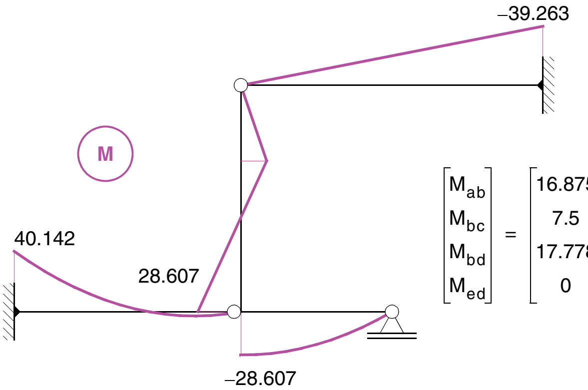




$$\sum{}^{'} M_c = (0.5 + 0.33333333) \cdot Y_1 + 0.750 \cdot Y_2 + 17.778 + 7.5 = 0$$

$$\sum{}^{'} \overline{W} = 0.5 \cdot 1.5 \cdot Y_1 + ((-0.33333333) \cdot (-1) + 0.750 \cdot 1.5 + 0.5625 \cdot 0.75) \cdot Y_2$$
$$+ 16.875 \cdot (-1) + 7.5 \cdot 1.5 + 15 \cdot 3 \cdot 1.5 + 15 \cdot 2 \cdot 1.5 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.83333333 & 0.750 \\ 0.750 & 1.8802083 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 25.278 \\ 106.875 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32.48734 \\ -69.801044 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{bc} \\ M_{bd} \\ M_{ed} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.875 & 0 & -0.33333333 \\ 7.5 & 0.5 & 0.75 \\ 17.778 & 0.33333333 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 32.48734 \\ -69.801044 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40.142015 \\ -28.607113 \\ 28.607113 \\ -39.263087 \end{bmatrix}$$

8.2

$$\delta_b = \frac{69.801044}{30000} \cdot 3 = 0.0069801044$$