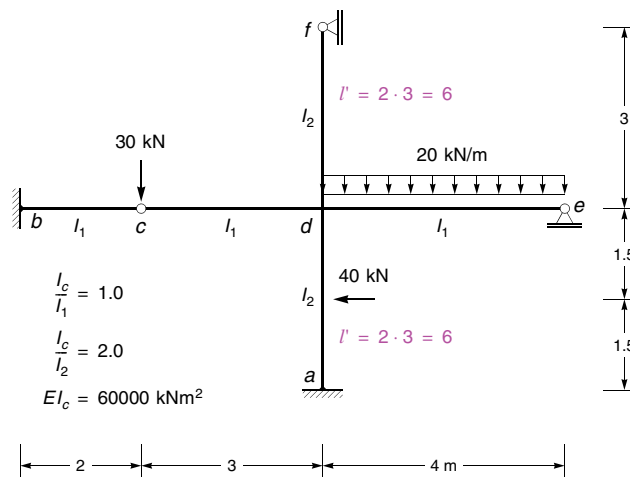


Aufgabe 1

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.

Für die Einheits- und Lastzustände sind w und M darzustellen



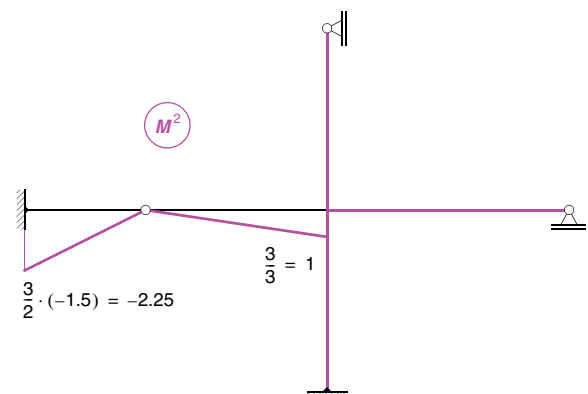
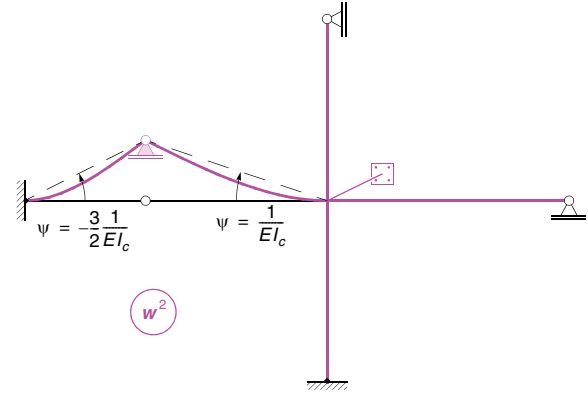
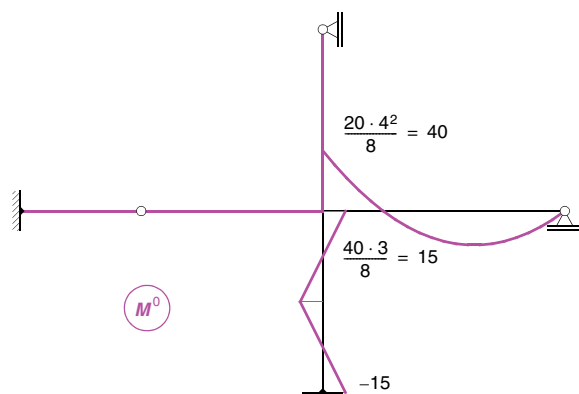
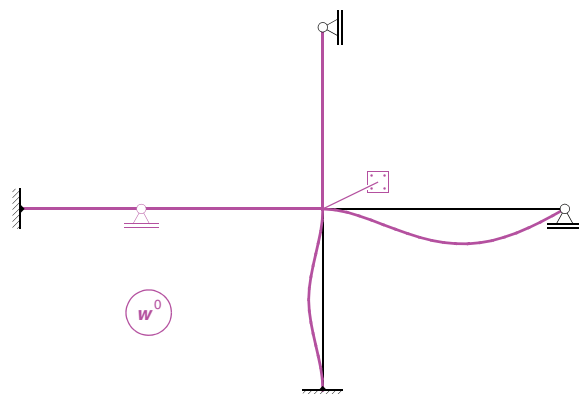
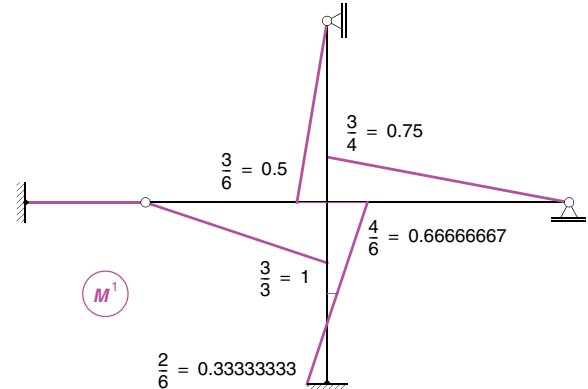
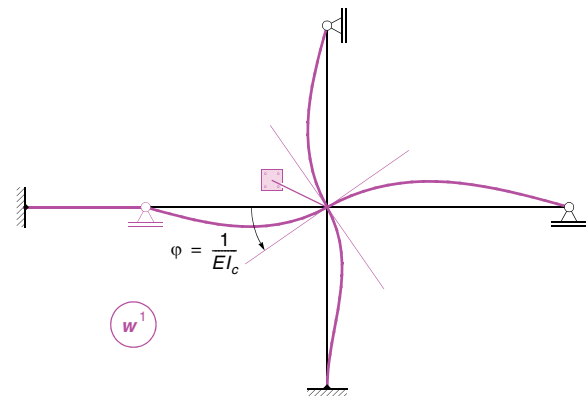
1. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

- Kinematisch bestimmtes Hauptsystem

Hinzufügen einer Drehfesthaltung im Punkt d sowie einer vertikalen Verschiebungsfesthaltung im Punkt c .

- Lastverformungszustand

- Einheitsverformungszustände

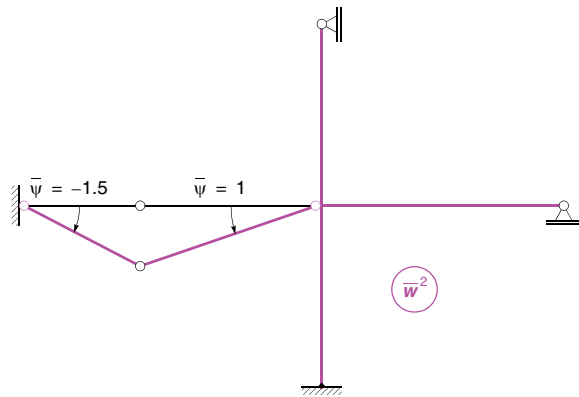


- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_d = 0$

$$(1 + 0.5 + 0.75 + 0.66666667) \cdot Y_1 + 1 \cdot Y_1 + 40 + 15 = 0$$

$$2.9166667 \cdot Y_1 + 1 \cdot Y_1 + 55 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$



$$\sum \bar{W} = 1 \cdot 1 \cdot Y_1 + [(-2.25) \cdot (-1.5) + 1 \cdot 1] \cdot Y_2 + 30 \cdot 3 = 0$$

$$1 \cdot Y_1 + 4.375 \cdot Y_2 + 90 = 0$$

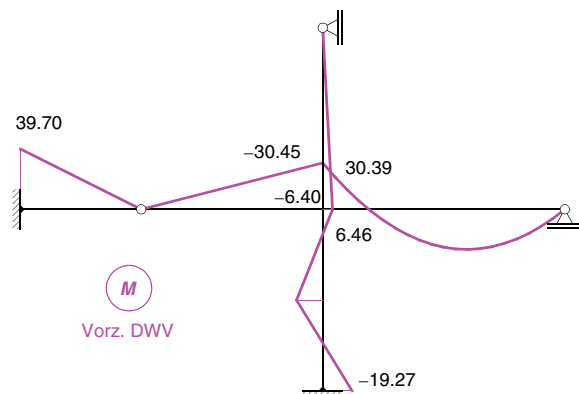
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 2.9166667 & 1 \\ 1 & 4.375 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 55 \\ 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12.807795 \\ -17.643933 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

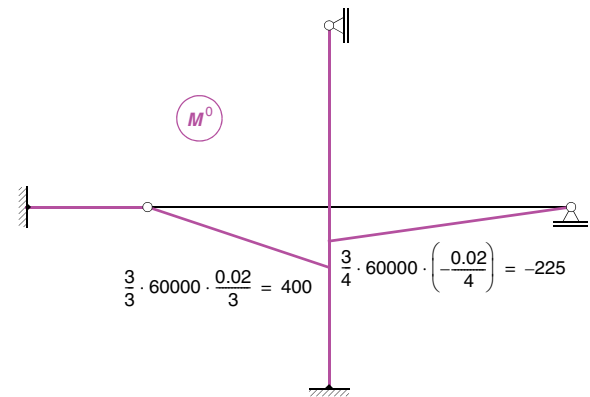
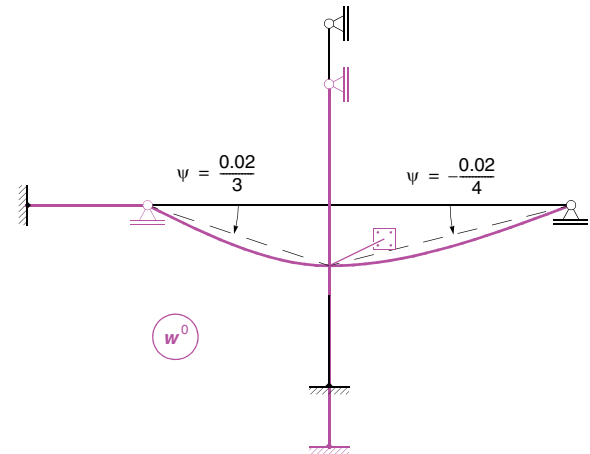
$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{bc} \\ M_{dc} \\ M_{da} \\ M_{ad} \\ M_{de} \\ M_{df} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2.25 \\ 0 & 1 & 1 \\ 15 & 0.66666667 & 0 \\ -15 & 0.33333333 & 0 \\ 40 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -12.807795 \\ -17.643933 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39.698849 \\ -30.451727 \\ 6.4614703 \\ -19.269265 \\ 30.394154 \\ -6.4038973 \end{bmatrix}$$



- Ermitteln Sie den Momentenverlauf infolge einer eingepprägten Senkung des Auflagerpunktes a um $\delta_v = 2 \text{ cm}$.

- Lastverformungszustand



- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_d = 0$

$$2.9166667 \cdot Y_1 + 1 \cdot Y_1 + 400 - 225 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$

$$\sum \bar{W} = 1 \cdot Y_1 + 4.375 \cdot Y_2 + 400 \cdot 1 = 0 = 0$$

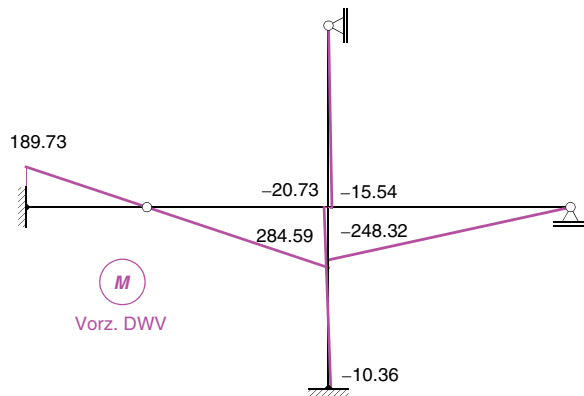
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 2.9166667 & 1 \\ 1 & 4.375 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 175 \\ 400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31.08946 \\ -84.32241 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{bc} \\ M_{dc} \\ M_{da} \\ M_{ad} \\ M_{de} \\ M_{df} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2.25 \\ 400 & 1 & 1 \\ 0 & 0.66666667 & 0 \\ 0 & 0.33333333 & 0 \\ -225 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -31.08946 \\ -84.32241 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 189.72542 \\ 284.58813 \\ -20.72631 \\ -10.36315 \\ -248.31709 \\ -15.54473 \end{bmatrix}$$



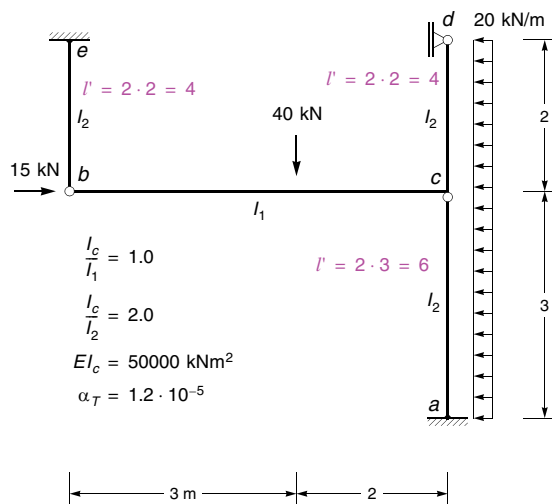
3. Berechnen Sie die vertikale Verschiebung des Punktes c infolge der Beanspruchung nach 2..

$$\delta_d = 84.32241 \cdot \frac{3}{60000} = 0.0042161205 \text{ m (nach unten)}$$

Aufgabe 2

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.

Für die Einheits- und Lastzustände sind w und M darzustellen.

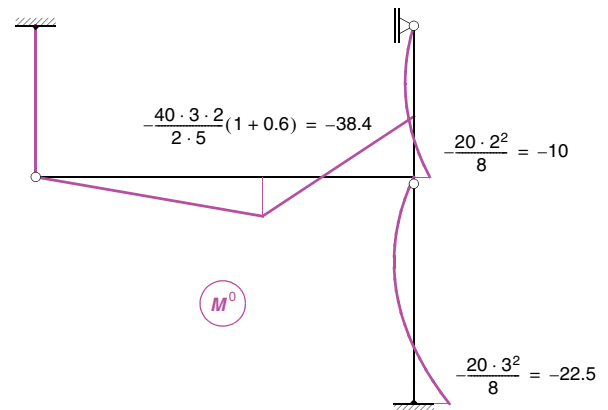
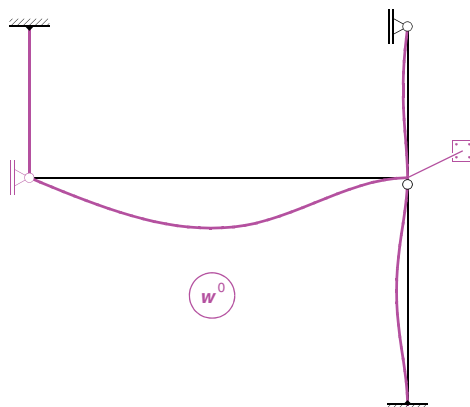


1. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

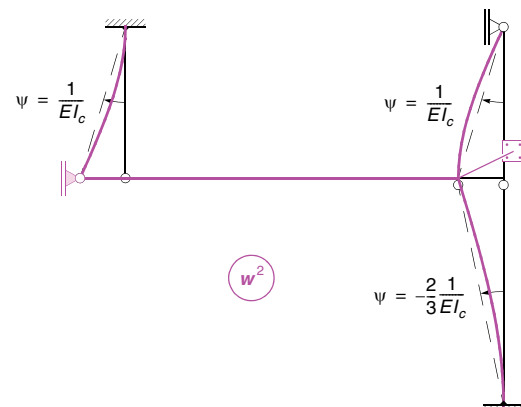
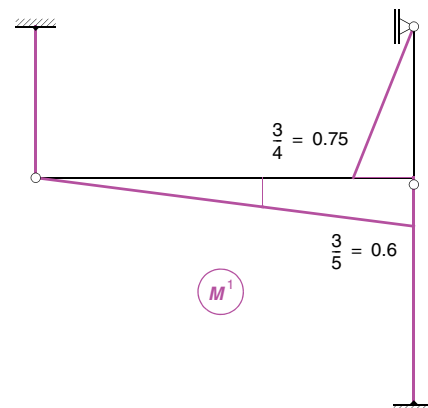
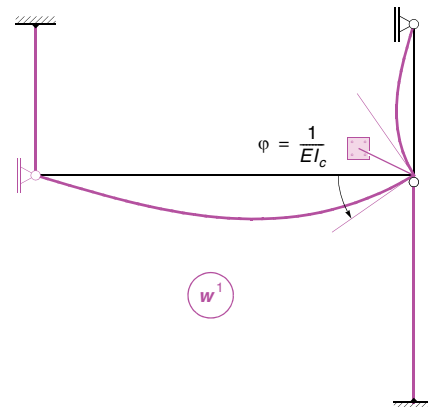
- Kinematisch bestimmtes Hauptsystem

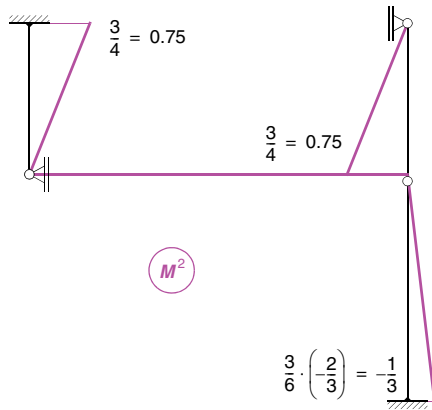
Hinzufügen einer Drehfesthaltung im Punkt c sowie einer horizontalen Verschiebungsfesthaltung im Punkt b.

- Lastverformungszustand



- Einheitsverformungszustände



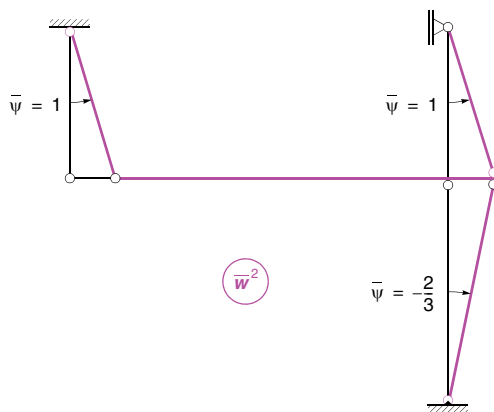


- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_c = 0$

$$(0.6 + 0.75) \cdot Y_1 + 0.75 \cdot Y_1 - 38.4 - 10 = 0$$

$$1.35 \cdot Y_1 + 0.75 \cdot Y_1 - 48.4 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$



$$\sum \bar{W} = 0.75 \cdot 1 \cdot Y_1 + \left[\left(-\frac{1}{3} \right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) + 0.75 \cdot 1 + 0.75 \cdot 1 \right] \cdot Y_2 - 10 \cdot 1 - 22.5 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) - 40 \cdot 1 - 60 \cdot 1 + 15 \cdot 2 = 0$$

$$0.75 \cdot Y_1 + 1.7222222 \cdot Y_2 - 65 = 0$$

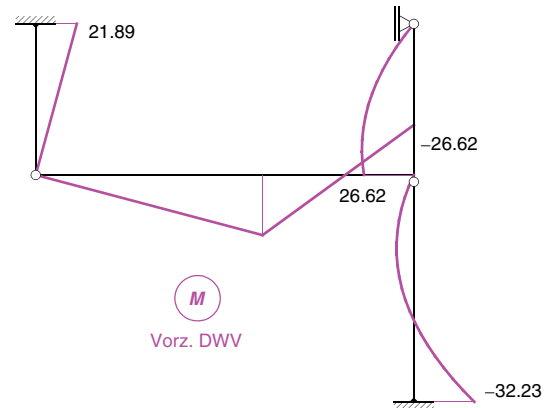
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 1.35 & 0.75 \\ 0.75 & 1.7222222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -48.4 \\ -65 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.634358 \\ 29.191489 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

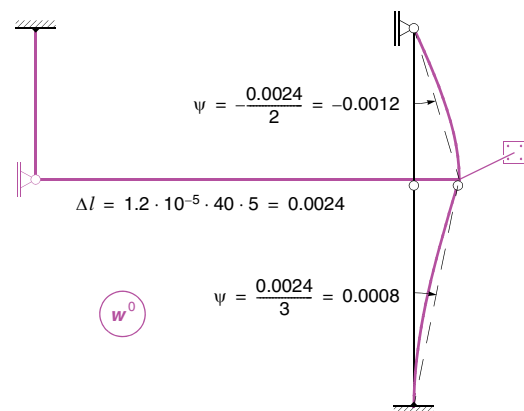
$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{eb} \\ M_{cb} \\ M_{cd} \\ M_{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.75 \\ -38.4 & 0.6 & 0 \\ -10 & 0.75 & 0.75 \\ -22.5 & 0 & -0.33333333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 19.634358 \\ 29.191489 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.893617 \\ -26.619385 \\ 26.619385 \\ -32.230496 \end{bmatrix}$$



- Ermitteln Sie den Momentenverlauf infolge einer gleichmäßigen Erwärmung des Riegels um $T_0 = 40^\circ$.

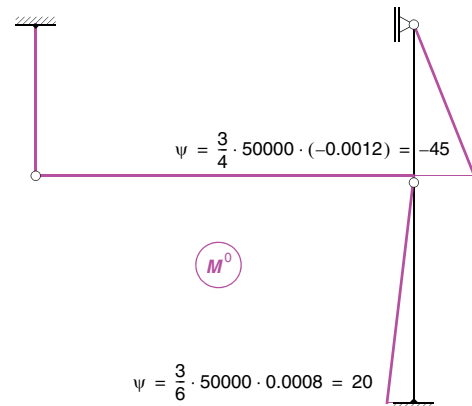
- Lastverformungszustand



$$\psi = \frac{0.0024}{2} = -0.0012$$

$$\Delta l = 1.2 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 5 = 0.0024$$

$$\psi = \frac{0.0024}{3} = 0.0008$$



$$\psi = \frac{3}{4} \cdot 50000 \cdot (-0.0012) = -45$$

$$\psi = \frac{3}{6} \cdot 50000 \cdot 0.0008 = 20$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_c = 0$

$$1.35 \cdot Y_1 + 0.75 \cdot Y_1 - 45 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$

$$0.75 \cdot Y_1 + 1.7222222 \cdot Y_2 - 45 \cdot 1 + 20 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = 0$$

$$0.75 \cdot Y_1 + 1.7222222 \cdot Y_2 - 58.333333 = 0$$

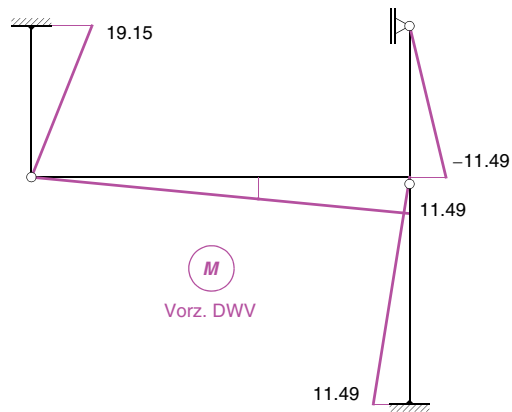
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 1.35 & 0.75 \\ 0.75 & 1.7222222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -45 \\ -58.333333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.148936 \\ 25.531915 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{eb} \\ M_{cb} \\ M_{cd} \\ M_{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.75 \\ 0 & 0.6 & 0 \\ -45 & 0.75 & 0.75 \\ 20 & 0 & -0.33333333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 19.148936 \\ 25.531915 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.148936 \\ 11.489362 \\ -11.489362 \\ 11.489362 \end{bmatrix}$$



3. Berechnen Sie die horizontalen Verschiebung der Punkte *b* und *c* infolge der Temperatureinwirkung.

$$\delta_b = 25.531915 \cdot \frac{2}{50000} = 0.0010212766 \text{ m (nach links)}$$

$$\delta_c = 0.0024 - 0.0010212766 = 0.0013787234 \text{ m (nach rechts)}$$