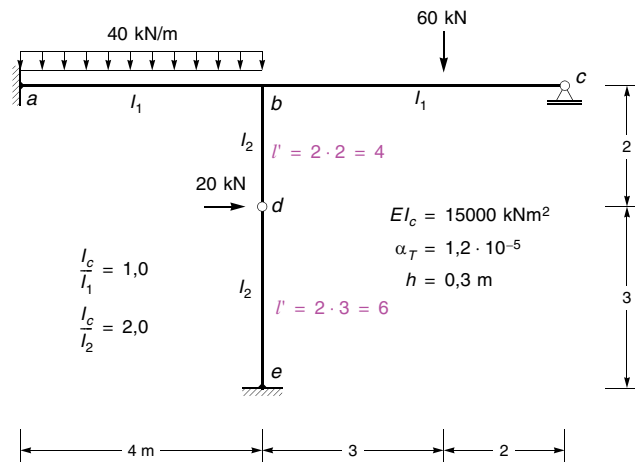


Aufgabe 1

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.

Für die Einheits- und Lastzustände sind w und M darzustellen.

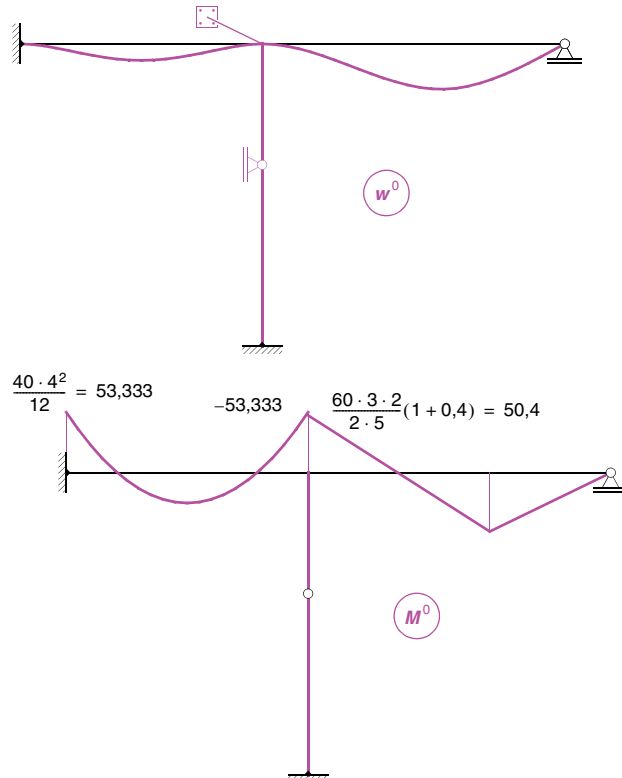


1. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

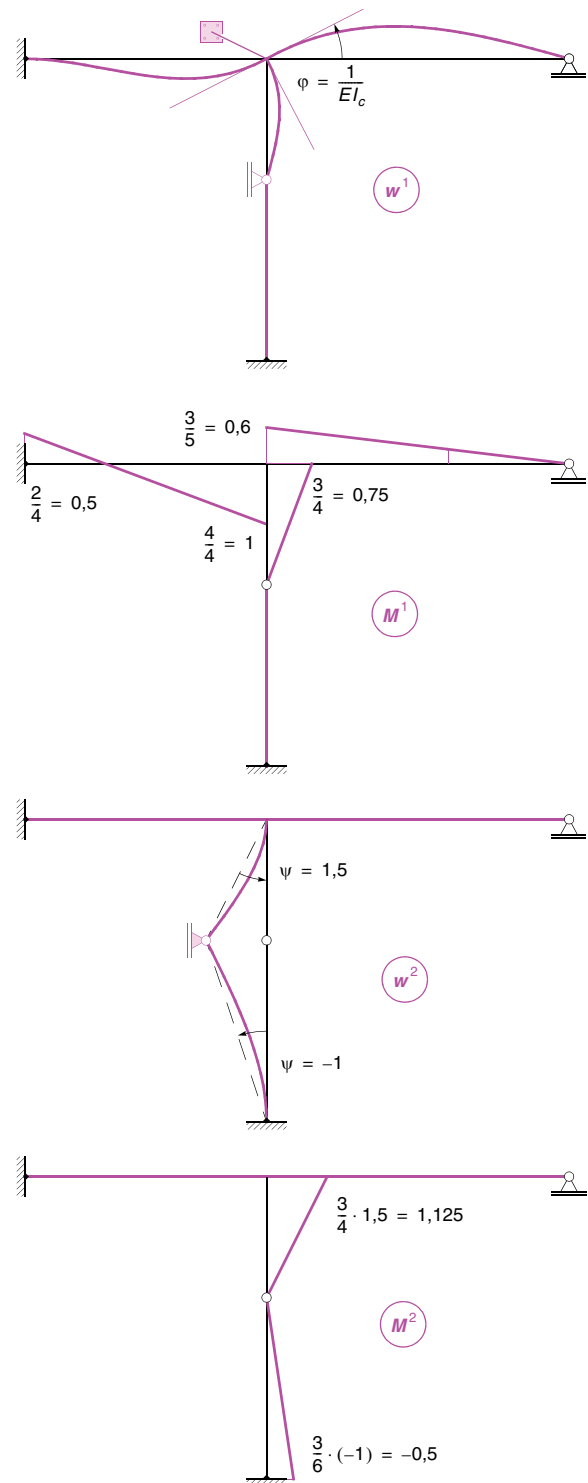
- Kinematisch bestimmtes Hauptsystem

Hinzufügen einer Drehfesthaltung im Punkt b sowie einer horizontalen Verschiebungsfesthaltung im Punkt d .

- Lastverformungszustand



- Einheitsverformungszustände

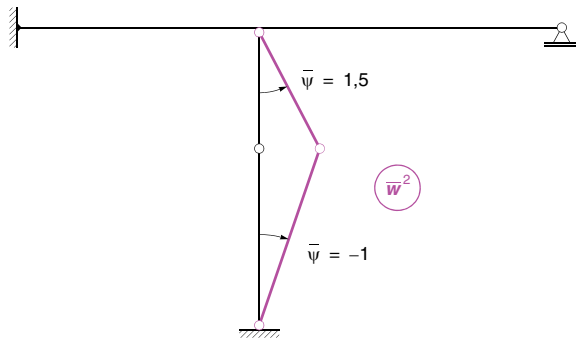


- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_b = 0$

$$(1 + 0,6 + 0,75) \cdot Y_1 + 1,125 \cdot Y_1 + 50,4 - 53,333333 = 0$$

$$2,35 \cdot Y_1 + 1,125 \cdot Y_1 - 2,9333333 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$



$$\sum \bar{W} = 0,75 \cdot 1,5 \cdot Y_1 + (1,125 \cdot 1,5 - 0,5 \cdot (-1)) \cdot Y_2 + 20 \cdot 3 = 0$$

$$1,125 \cdot Y_1 + 2,1875 \cdot Y_2 - 90 = 0$$

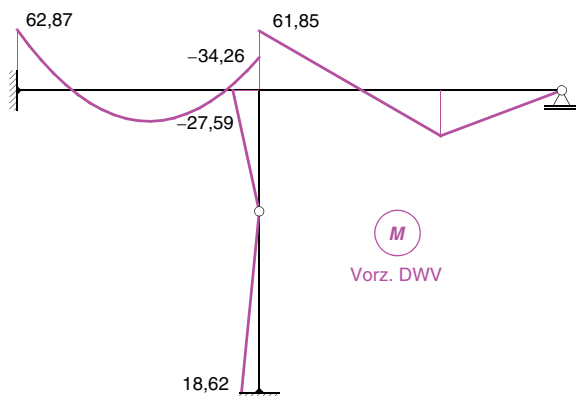
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 2,35 & 1,125 \\ 1,125 & 2,1875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2,9333333 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19,075269 \\ -37,23871 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

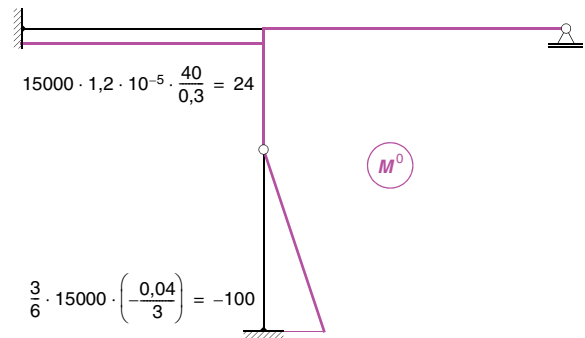
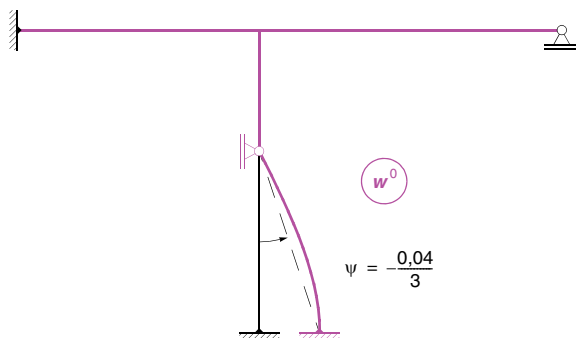
$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{ba} \\ M_{bc} \\ M_{bd} \\ M_{ed} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 53,333333 & 0,5 & 0 \\ -53,333333 & 1 & 0 \\ 50,4 & 0,6 & 0 \\ 0 & 0,75 & 1,125 \\ 0 & 0 & -0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 19,075269 \\ -37,23871 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62,870968 \\ -34,258065 \\ 61,845161 \\ -27,587097 \\ 18,619355 \end{bmatrix}$$



- Ermitteln Sie den Momentenverlauf infolge einer eingepprägten Horizontalverschiebung des Auflagerpunktes e um $\delta_h = 4$ cm nach rechts sowie einer Temperaturdifferenz von $\Delta T = 40^\circ$ (oben wärmer) im Bereich $a - b$.

- Lastverformungszustand



- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_b = 0$

$$2,35 \cdot Y_1 + 1,125 \cdot Y_2 + 24 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$

$$\sum \bar{W} = 1,125 \cdot Y_1 + 2,1875 \cdot Y_2 - 100 \cdot (-1) = 0$$

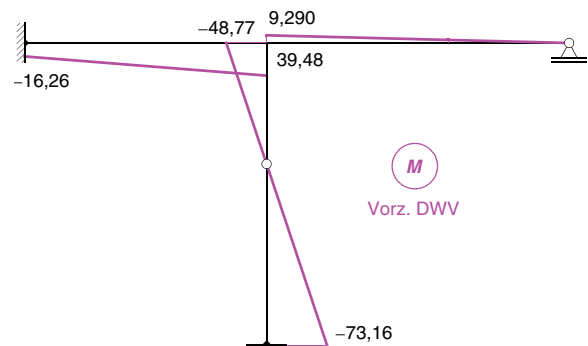
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 2,35 & 1,125 \\ 1,125 & 2,1875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15,483871 \\ -53,677419 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{ba} \\ M_{bc} \\ M_{bd} \\ M_{ed} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 & 0,5 & 0 \\ 24 & 1 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0 \\ 0 & 0,75 & 1,125 \\ -100 & 0 & -0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 15,483871 \\ -53,677419 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16,258065 \\ 39,483871 \\ 9,290323 \\ -48,774194 \\ -73,161290 \end{bmatrix}$$



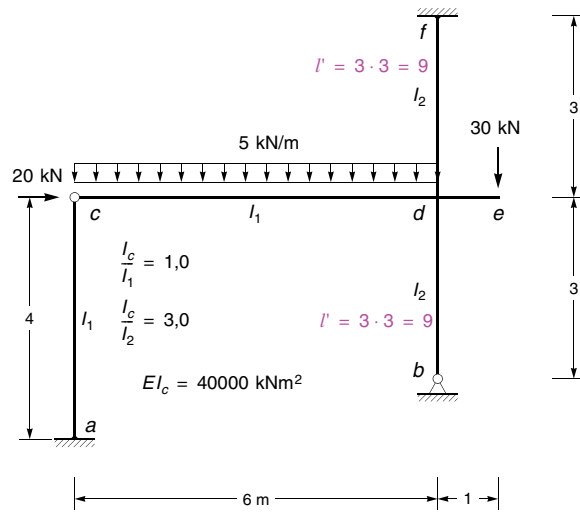
- Berechnen Sie die horizontale Verschiebung des Punktes d infolge der Beanspruchung nach 2..

$$\delta_d = 53,677419 \cdot \frac{3}{15000} = 0,010735484 \text{ m (nach rechts)}$$

Aufgabe 2

Das dargestellte System ist nach dem Drehwinkelverfahren zu berechnen.

Für die Einheits- und Lastzustände sind w und M darzustellen.

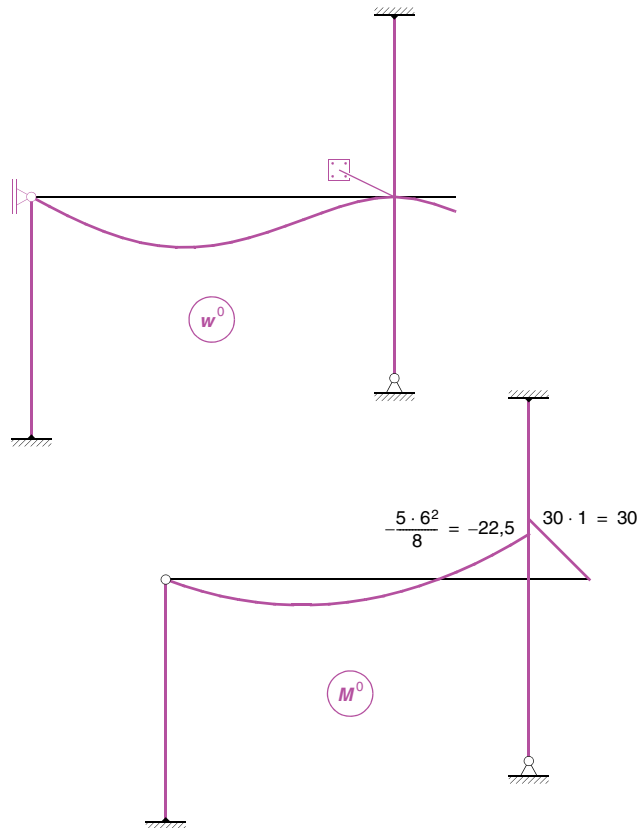


1. Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

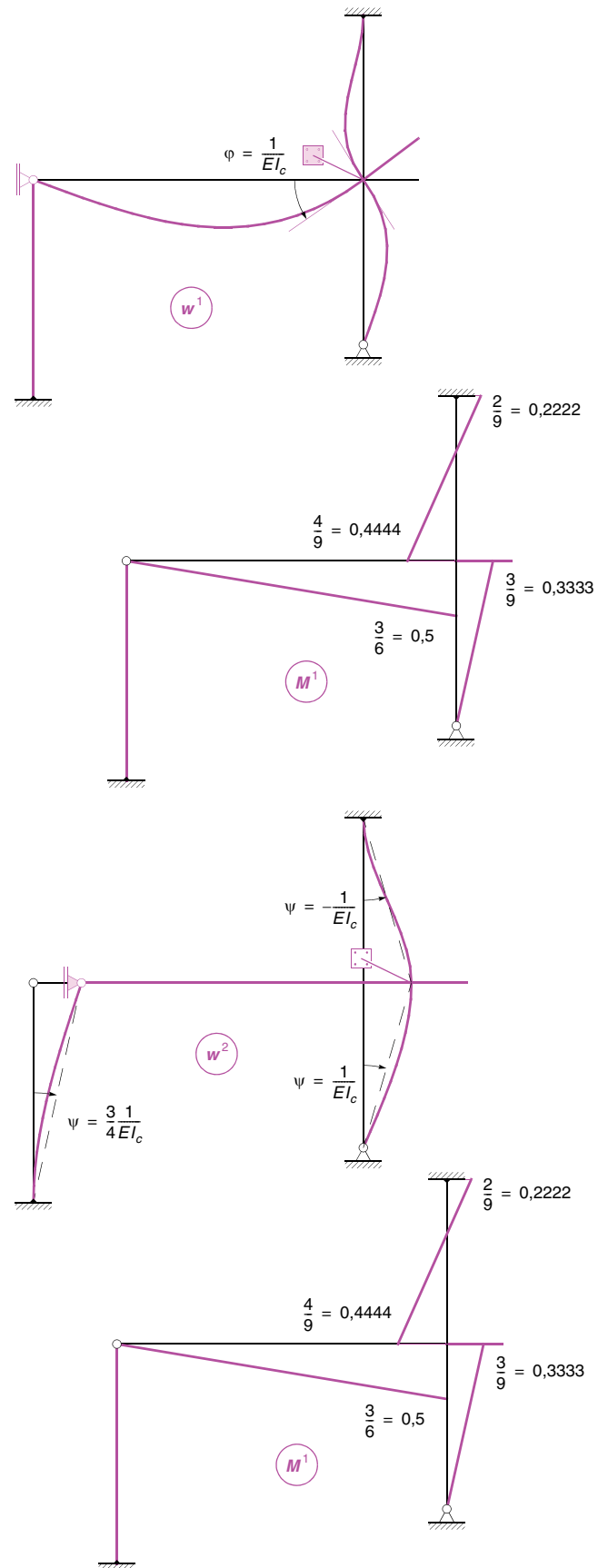
- Kinematisch bestimmtes Hauptsystem

Hinzufügen einer Drehfesthaltung im Punkt d sowie einer horizontalen Verschiebungsfesthaltung im Punkt c .

- Lastverformungszustand



- Einheitsverformungszustände

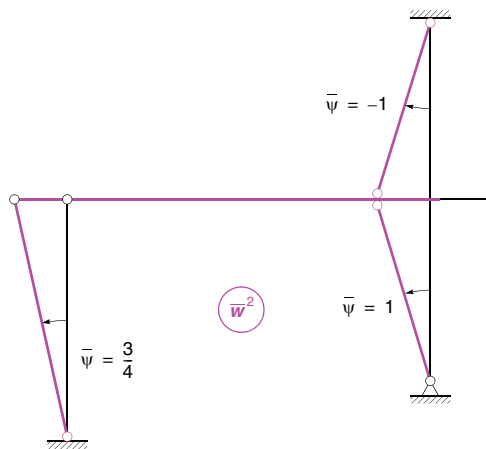


- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_d = 0$

$$(0,4444 + 0,3333 + 0,5) \cdot Y_1 + (0,3333 - 0,6667) \cdot Y_1 + 30 - 22,5 = 0$$

$$1,2778 \cdot Y_1 - 0,3333 \cdot Y_2 + 7,5 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$



$$\sum \bar{W} = [0,3333 \cdot 1 + (0,4444 + 0,2222) \cdot (-1)] \cdot Y_1$$

$$+ [0,5625 \cdot 0,75 + 0,3333 \cdot 1 + (-0,6667 - 0,6667) \cdot (-1)] \cdot Y_2 - 20 \cdot 3 = 0$$

$$-0,3333 \cdot Y_1 + 2,0885417 \cdot Y_2 - 60 = 0$$

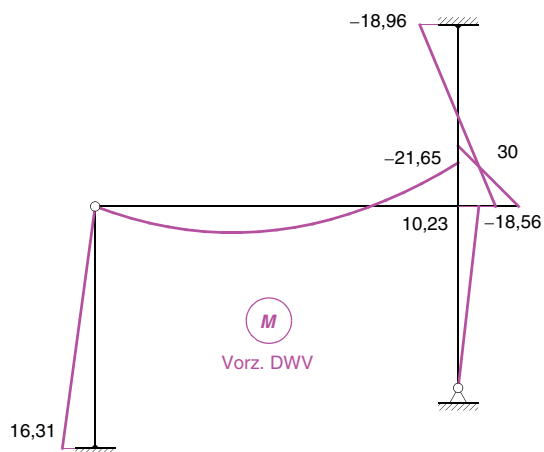
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 1,2778 & -0,3333 \\ -0,3333 & 2,0885 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7,5 \\ -60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,6953 \\ 28,9988 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

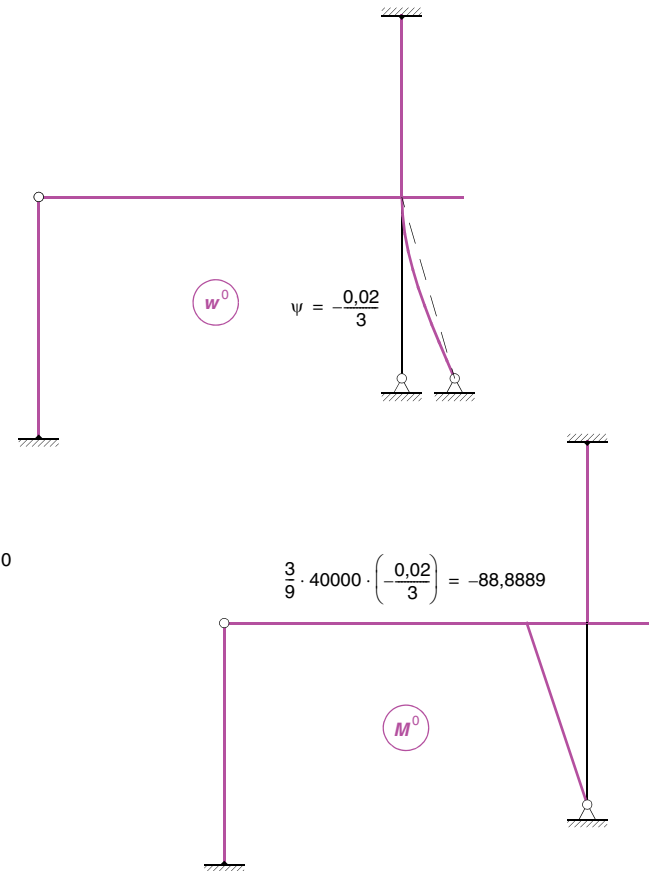
$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{ac} \\ M_{dc} \\ M_{db} \\ M_{df} \\ M_{td} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,5625 \\ -22,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0 & 0,4444 & -0,6667 \\ 0 & 0,2222 & -0,6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1,6953 \\ 28,9988 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,3118 \\ -21,6523 \\ 10,2314 \\ -18,5790 \\ -18,9558 \end{bmatrix}$$



- Ermitteln Sie den Momentenverlauf infolge einer eingepprägten Horizontalverschiebung des Auflagerpunktes b um 2 cm nach rechts.

- Lastverformungszustand



- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_d = 0$

$$1,2777778 \cdot Y_1 - 0,3333 \cdot Y_2 - 88,8889 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum \bar{W} = 0$

$$\sum \bar{W} = -0,3333 \cdot Y_1 + 2,0885 \cdot Y_2 + -88,8889 \cdot 1 = 0$$

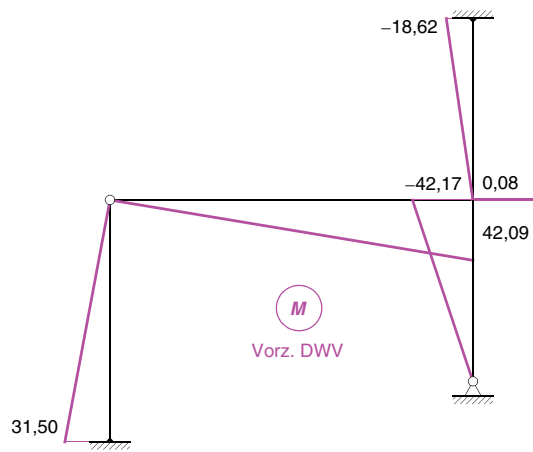
Gleichungssystem (Gleichgewichtsbed.) und Lösung

$$\begin{bmatrix} 1,2778 & -0,3333 \\ -0,3333 & 2,0885 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -88,8889 \\ -88,8889 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 84,1724 \\ 55,9943 \end{bmatrix}$$

- Endgültige Momentenlinie

$$M = M^0 + M^1 \cdot Y_1 + M^2 \cdot Y_2$$

$$\begin{bmatrix} M_{ac} \\ M_{dc} \\ M_{db} \\ M_{df} \\ M_{td} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,5625 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ -88,8889 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0 & 0,4444 & -0,6667 \\ 0 & 0,2222 & -0,6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 84,1724 \\ 55,9943 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31,4968 \\ 42,08621 \\ -42,16666 \\ 0,08045 \\ -18,6245 \end{bmatrix}$$



3. Ermitteln Sie die vertikale Verschiebung des Punktes e infolge der Einwirkung nach 2..

$$\delta_e = \frac{84,1724 \cdot 1}{40000} = 0,0021043 \text{ m (nach oben)}$$