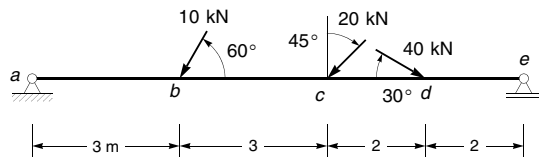
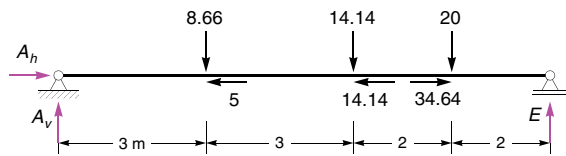


Aufgabe 4.1

- Zerlegung der äußeren Kräfte



- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: A_h - 5 - 14.14 + 34.64 = 0 \Rightarrow A_h = -15.5$$

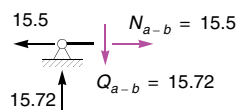
$$\sum M_{(a)} = 0: E \cdot 10 - 8.66 \cdot 3 - 14.14 \cdot 6 - 20 \cdot 8 = 0$$

$$\Rightarrow E = 27.08$$

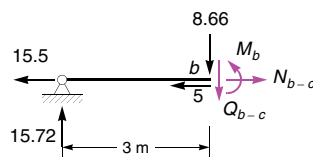
$$\sum M_{(e)} = 0: -A_v \cdot 10 + 8.66 \cdot 7 + 14.14 \cdot 4 + 20 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow A_v = 15.72$$

- Schnitt am Auflager a



- Schnitt rechts von b, linkes Teilsystem

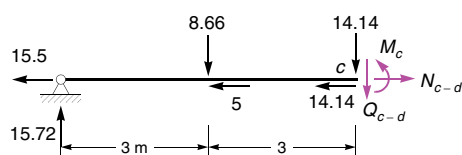


$$\sum H = 0: N_{b-c} - 5 - 15.5 = 0 \Rightarrow N_{b-c} = 20.5$$

$$\sum V = 0: Q_{b-c} + 8.66 - 15.72 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = 7.06$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b - 15.72 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_b = 47.15$$

- Schnitt rechts von c, linkes Teilsystem

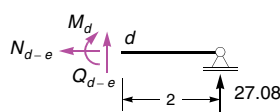


$$\sum H = 0: N_{c-d} - 14.14 - 5 - 15.5 = 0 \Rightarrow N_{c-d} = 34.64$$

$$\sum V = 0: Q_{c-d} + 14.14 + 8.66 - 15.72 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -7.08$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c - 15.72 \cdot 6 + 8.66 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_c = 68.34$$

- Schnitt rechts von d, rechtes Teilsystem

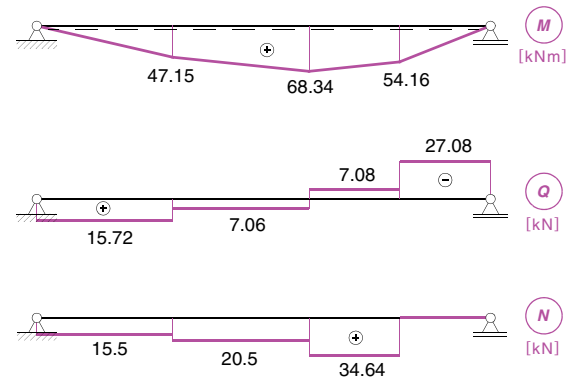
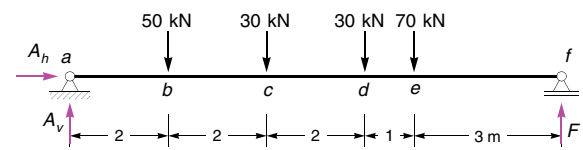


$$\sum H = 0: N_{d-e} = 0$$

$$\sum V = 0: -Q_{d-e} - 27.08 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = -27.08$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d + 27.08 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_d = 54.16$$

- Darstellung der Zustandslinien

**Aufgabe 4.2**

- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: \Rightarrow A_h = 0$$

$$\sum M_{(a)} = 0: F \cdot 10 - 50 \cdot 2 - 30 \cdot 4 - 30 \cdot 6 - 70 \cdot 7 = 0$$

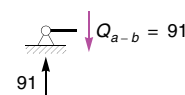
$$\Rightarrow F = 89$$

$$\sum M_{(b)} = 0: -A_v \cdot 10 + 50 \cdot 8 + 30 \cdot 6 + 30 \cdot 4 + 70 \cdot 3 = 0$$

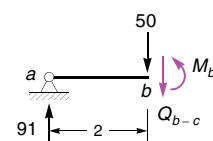
$$\Rightarrow A_v = 91$$

Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

- Schnitt am Auflager a



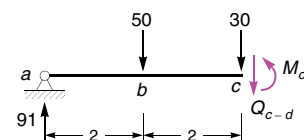
- Schnitt rechts von b, linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: Q_{b-c} + 50 - 91 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = 41$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b - 91 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = 182$$

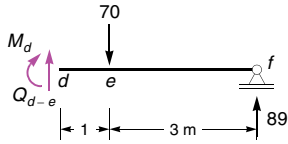
- Schnitt rechts von c, linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: Q_{c-d} + 30 + 50 - 91 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 11$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c - 91 \cdot 4 + 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 264$$

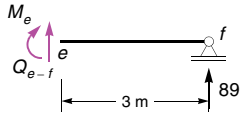
- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: -Q_{d-e} + 70 - 89 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = -19$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d - 70 \cdot 1 + 89 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_d = 286$$

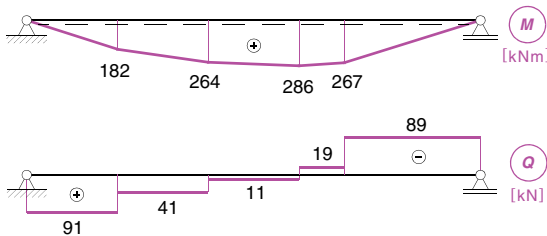
- Schnitt rechts von e , rechtes Teilsystem



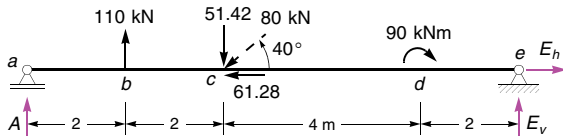
$$\sum V = 0: -Q_{e-f} - 89 = 0 \Rightarrow Q_{e-f} = -89$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -M_e + 89 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_e = 267$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.3



- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: E_h - 61.28 = 0 \Rightarrow E_h = 61.28$$

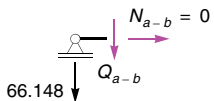
$$\sum M_{(a)} = 0: E_v \cdot 10 + 110 \cdot 2 - 51.42 \cdot 4 - 90 = 0$$

$$\Rightarrow E_v = 7.568$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -A_v \cdot 10 - 110 \cdot 8 + 51.42 \cdot 6 - 90 = 0$$

$$\Rightarrow A = -66.148$$

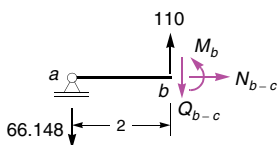
- Schnitt am Auflager a



$$\sum V = 0: Q_{a-b} + 66.148 = 0$$

$$\Rightarrow Q_{a-b} = -66.148$$

- Schnitt rechts von b , linkes Teilsystem

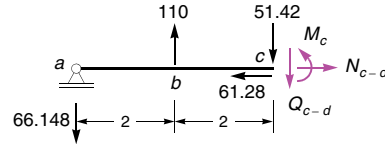


$$\sum H = 0: \Rightarrow N_{b-c} = 0$$

$$\sum V = 0: Q_{b-c} + 66.148 - 110 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = 43.85$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b + 66.148 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = -132.3$$

- Schnitt rechts von c , linkes Teilsystem

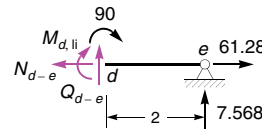


$$\sum H = 0: N_{c-d} - 61.28 = 0 \Rightarrow N_{c-d} = 61.28$$

$$\sum V = 0: Q_{c-d} + 51.42 - 110 + 66.148 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -7.568$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c - 110 \cdot 2 + 66.148 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_c = -44.59$$

- Schnitt links von d , rechtes Teilsystem



$$\sum H = 0: -N_{d-e} + 61.28 = 0 \Rightarrow N_{d-e} = 61.28$$

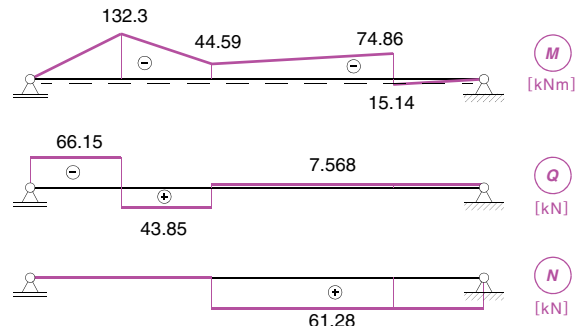
$$\sum V = 0: -Q_{d-e} - 7.568 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = -7.568$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_{d-li} - 90 + 7.568 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_{d-li} = -74.86$$

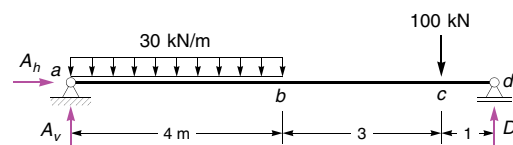
- Rundschnitt Knoten d

$$74.86 \quad 90 \quad M_{d, re} = 90 - 74.86 = 15.14$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.4



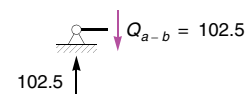
- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: \Rightarrow A_h = 0$$

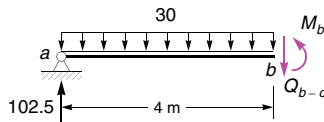
$$\sum M_{(a)} = 0: D \cdot 8 - 100 \cdot 7 - 30 \cdot 4^2/2 = 0 \Rightarrow D = 117.5$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -A_v \cdot 8 + 100 \cdot 1 + 30 \cdot 4 \cdot 6 = 0 \Rightarrow A_v = 102.5$$

- Schnitt am Auflager a



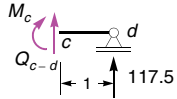
- Schnitt im Punkt b , linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad Q_{b-c} + 30 \cdot 4 - 102.5 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = -17.5$$

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad M_b + 30 \cdot 4^2/2 - 102.5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_b = 170$$

- Schnitt rechts von c , rechtes Teilsystem

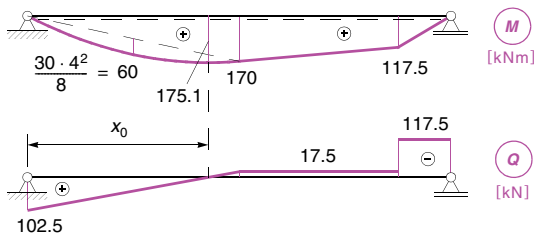


$$\sum V = 0: \quad -Q_{c-d} - 117.5 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -117.5$$

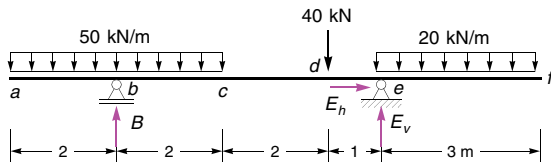
$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -M_c + 117.5 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_c = 117.5$$

- Darstellung der Zustandslinien

$$M_{\max} = \frac{102.5^2}{2 \cdot 30} = 175.1 \text{ bei } x_0 = \frac{102.5}{30} = 3.4167$$



Aufgabe 4.5



- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: \quad \Rightarrow E_h = 0$$

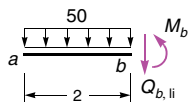
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad E_v \cdot 5 - 40 \cdot 4 - 20 \cdot 3 \cdot 6.5 = 0 \Rightarrow E_v = 110$$

$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -B \cdot 5 + 50 \cdot 4 \cdot 5 + 40 \cdot 1 - 20 \cdot 3^2/2 = 0$$

$$\Rightarrow B = 190$$

Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

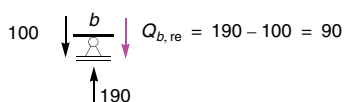
- Schnitt links von b , linkes Teilsystem



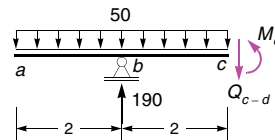
$$\sum V = 0: \quad Q_{b,li} + 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q_{b,li} = -100$$

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad M_b - 50 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_b = -100$$

- Rundschnitt Knoten b



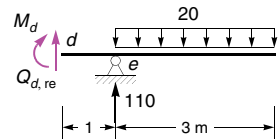
- Schnitt im Punkt c , linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad Q_{c-d} + 50 \cdot 4 - 190 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -10$$

$$\sum M_{(c)} = 0: \quad M_c + 50 \cdot 4^2/2 - 190 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = -20$$

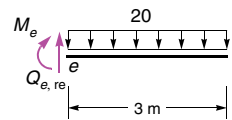
- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad -Q_{d,re} + 20 \cdot 3 - 110 = 0 \Rightarrow Q_{d,re} = -50$$

$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -M_d + 110 \cdot 1 - 20 \cdot 3 \cdot 2.5 = 0 \Rightarrow M_d = -40$$

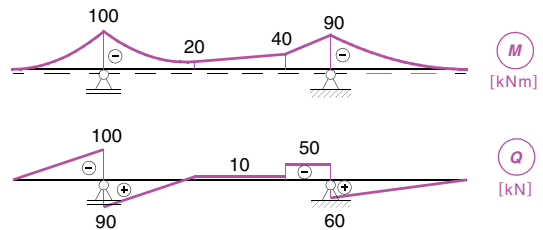
- Schnitt rechts von e , rechtes Teilsystem



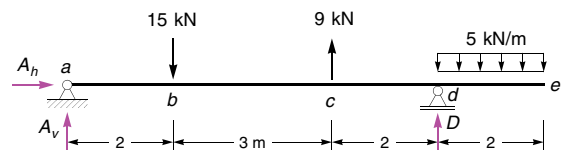
$$\sum V = 0: \quad -Q_{e,re} + 20 \cdot 3 = 0 \Rightarrow Q_{e,re} = 60$$

$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -M_e - 20 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow M_e = -90$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.6



- Auflagerkräfte

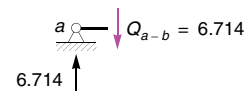
$$\sum H = 0: \quad \Rightarrow A_h = 0$$

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad D \cdot 7 - 15 \cdot 2 + 9 \cdot 5 - 5 \cdot 2 \cdot 8 = 0 \Rightarrow D = 9.286$$

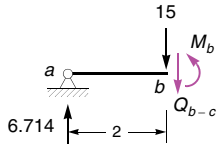
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -A_v \cdot 7 + 15 \cdot 5 - 9 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow A_v = 6.714$$

Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

- Schnitt am Auflager a



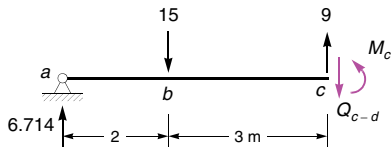
- Schnitt rechts von b , linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: Q_{b-c} + 15 - 6.714 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = -8.286$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b - 6.714 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = 13.43$$

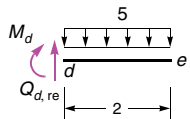
- Schnitt rechts von c , linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: Q_{c-d} - 9 + 15 - 6.714 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 0.714$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c - 6.714 \cdot 5 + 15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_c = -11.43$$

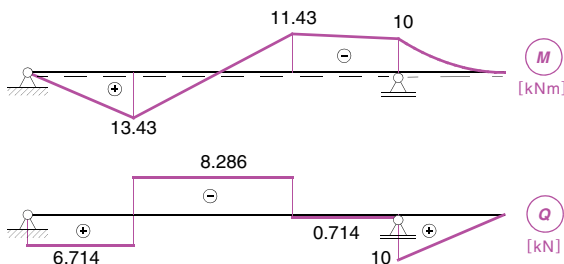
- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem



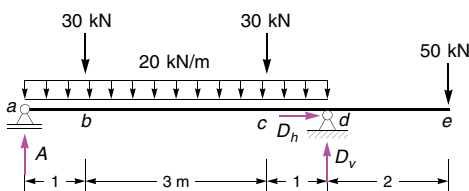
$$\sum V = 0: -Q_{d,re} + 5 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q_{d,re} = 10$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d - 5 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_d = -10$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.7



- Auflagerkräfte

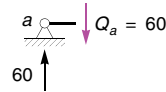
$$\sum H = 0: \Rightarrow D_h = 0$$

$$\sum M_{(a)} = 0: D_v \cdot 5 - 20 \cdot 5^2/2 - 30 \cdot 1 - 30 \cdot 4 - 50 \cdot 7 = 0 \Rightarrow D_v = 150$$

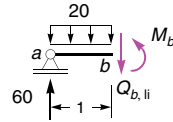
$$\sum M_{(d)} = 0: -A \cdot 5 + 20 \cdot 5^2/2 + 30 \cdot 4 + 30 \cdot 1 - 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A = 60$$

Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

- Schnitt am Auflager a



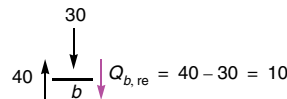
- Schnitt links von b , linkes Teilsystem



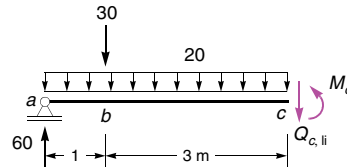
$$\sum V = 0: Q_{b,li} + 20 \cdot 1 - 60 = 0 \Rightarrow Q_{b,li} = 40$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b + 20 \cdot 1^2/2 - 60 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_b = 50$$

- Rundschnitt Knoten b



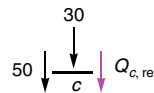
- Schnitt links von c , linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: Q_{c,li} + 20 \cdot 4 + 30 - 60 = 0 \Rightarrow Q_{c,li} = -50$$

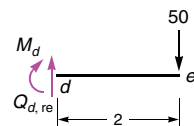
$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 20 \cdot 4^2/2 + 30 \cdot 3 - 60 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_c = -10$$

- Rundschnitt Knoten c



$$\sum V = 0: Q_{c,re} + 30 + 50 = 0 \Rightarrow Q_{c,re} = -80$$

- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem

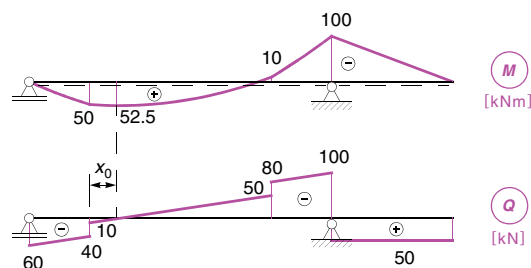


$$\sum V = 0: -Q_{d,re} + 50 = 0 \Rightarrow Q_{d,re} = 50$$

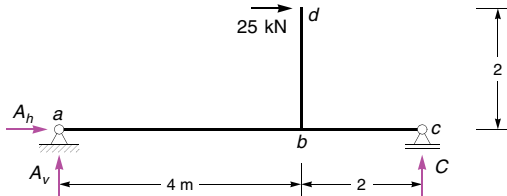
$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d - 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_d = -100$$

- Darstellung der Zustandslinien

$$M_{\max} = 50 + \frac{10^2}{2 \cdot 20} = 52.5 \text{ bei } x_0 = \frac{10}{20} = 0.5$$



Aufgabe 4.8



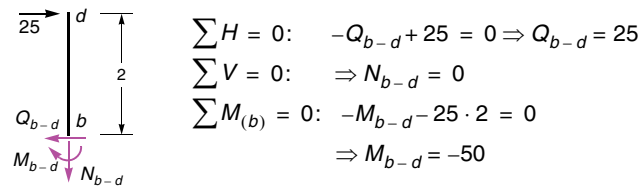
- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: A_h + 25 = 0 \Rightarrow A_h = -25$$

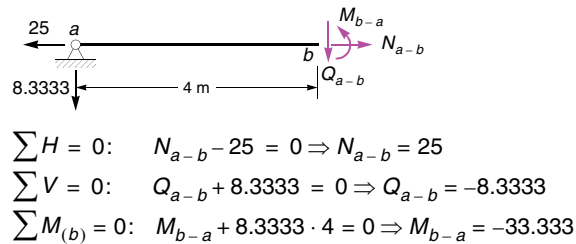
$$\sum M_{(a)} = 0: C \cdot 6 - 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow C = 8.333$$

$$\sum M_{(c)} = 0: -A_v \cdot 6 - 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_v = -8.3333$$

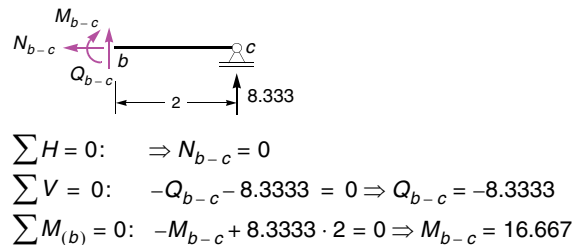
- Schnitt oberhalb von b , oberes Teilsystem



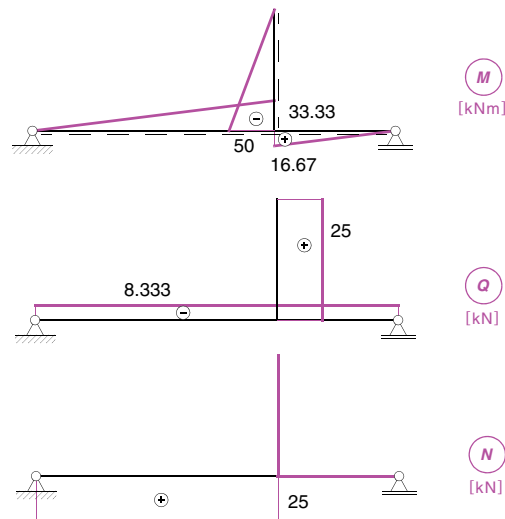
- Schnitt links von b , linkes Teilsystem



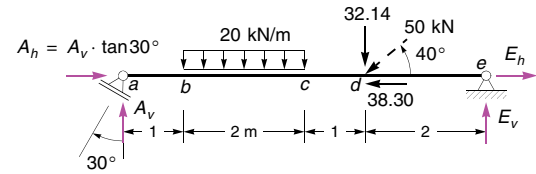
- Schnitt rechts von b , rechtes Teilsystem



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.9



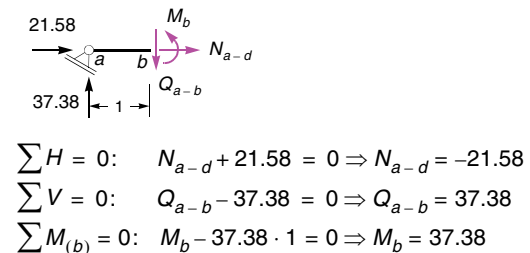
$$\sum M_{(a)} = 0: E_v \cdot 6 - 20 \cdot 2 \cdot 2 - 32.14 \cdot 4 = 0 \Rightarrow E_v = 34.76$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -A_v \cdot 6 + 20 \cdot 2 \cdot 4 + 32.14 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_v = 37.38$$

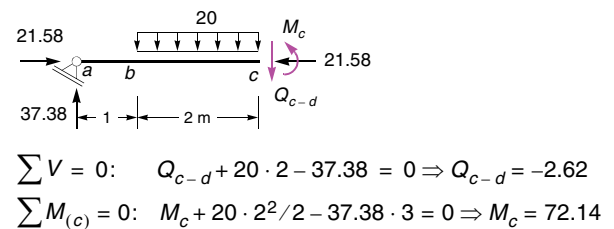
$$A_h = 37.38 \cdot \tan 30^\circ = 21.58$$

$$\sum H = 0: E_h + 21.58 - 38.30 = 0 \Rightarrow E_h = 16.72$$

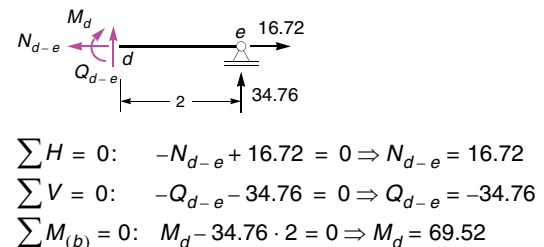
- Schnitt im Punkt b , linkes Teilsystem



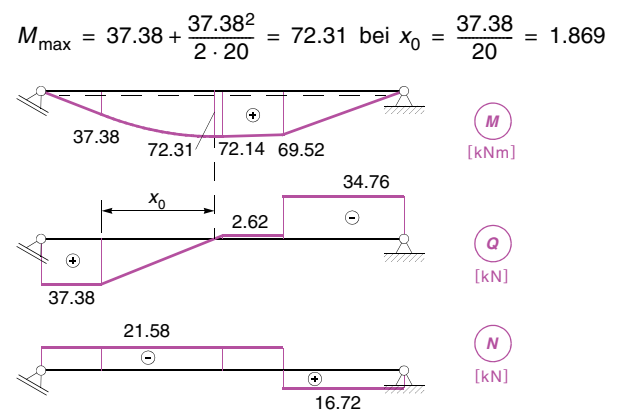
- Schnitt im Punkt c , linkes Teilsystem

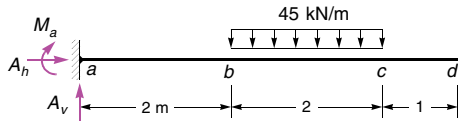


- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem



- Darstellung der Zustandslinien



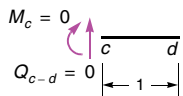
Aufgabe 4.10

- Auflagerreaktionen

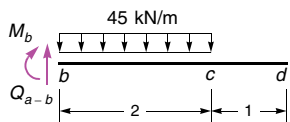
$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow A_h = 0 \\ \sum M_{(a)} = 0: & -M_a - 45 \cdot 2 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_a = -270 \\ \sum V = 0: & -A_v + 45 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_v = 90\end{aligned}$$

Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

- Schnitt im Punkt c, rechtes Teilsystem



- Schnitt im Punkt b, rechtes Teilsystem

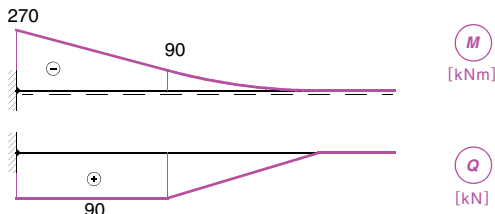


$$\begin{aligned}\sum V = 0: & -Q_{a-b} + 45 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = 90 \\ \sum M_{(b)} = 0: & -M_b - 45 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_b = -90\end{aligned}$$

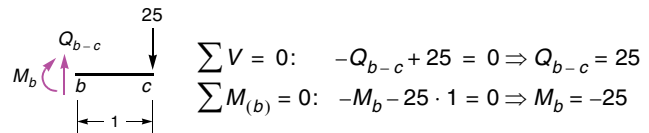
- Rundschnitt Knoten a



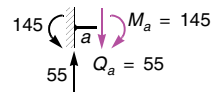
- Darstellung der Zustandslinien



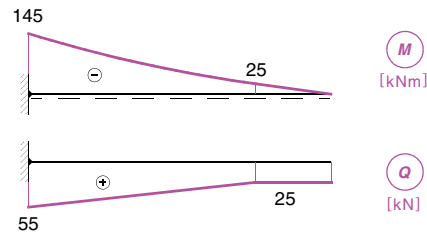
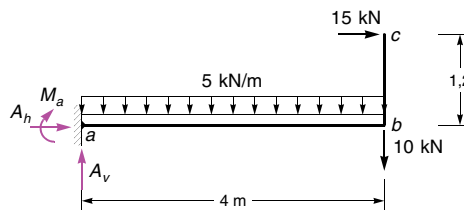
- Schnitt im Punkt b, rechtes Teilsystem



- Rundschnitt Knoten a



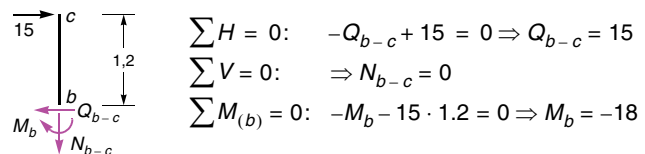
- Darstellung der Zustandslinien

**Aufgabe 4.12**

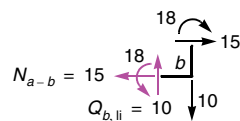
- Auflagerreaktionen

$$\begin{aligned}\sum H = 0: & A_h + 15 = 0 \Rightarrow A_h = -15 \\ \sum M_{(a)} = 0: & -M_a - 5 \cdot 4^2/2 - 15 \cdot 1.2 - 10 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_a = -98 \\ \sum V = 0: & -A_v + 5 \cdot 4 + 10 = 0 \Rightarrow A_v = 30\end{aligned}$$

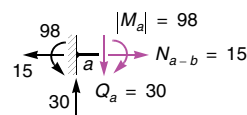
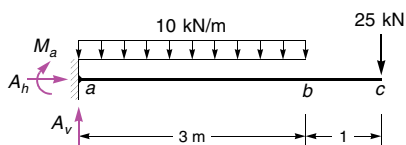
- Schnitt im Punkt b, oberes Teilsystem



- Rundschnitt Knoten b



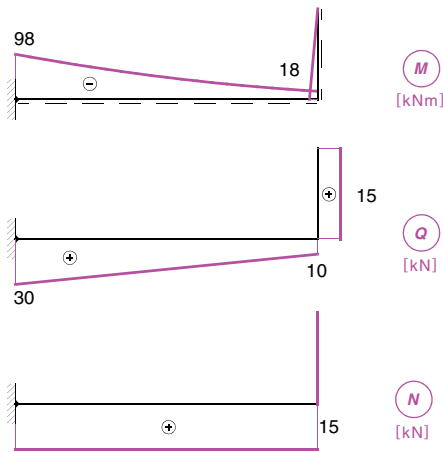
- Rundschnitt Knoten a

**Aufgabe 4.11**

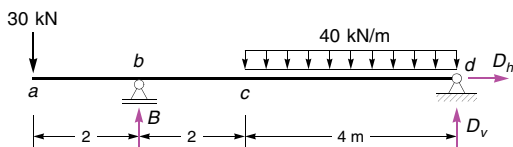
- Auflagerreaktionen

$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow A_h = 0 \\ \sum M_{(a)} = 0: & -M_a - 10 \cdot 3^2/2 - 25 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_a = -145 \\ \sum V = 0: & -A_v + 10 \cdot 3 + 25 = 0 \Rightarrow A_v = 55\end{aligned}$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.13

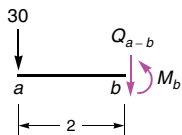


- Auflagerreaktionen

$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow D_h = 0 \\ \sum M_{(b)} = 0: & D_v \cdot 6 - 40 \cdot 4 \cdot 4 + 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow D_v = 96.667 \\ \sum M_{(d)} = 0: & -B \cdot 6 + 40 \cdot 4^2/2 + 30 \cdot 8 = 0 \Rightarrow B = 93.333\end{aligned}$$

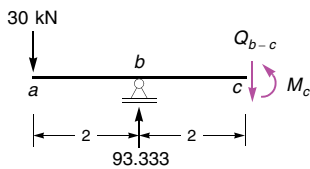
Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

- Schnitt links von b, linkes Teilsystem



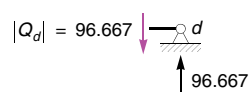
$$\begin{aligned}\sum V = 0: & Q_{a-b} + 30 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = -30 \\ \sum M_{(b)} = 0: & M_b + 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = -60\end{aligned}$$

- Schnitt im Punkt c, linkes Teilsystem



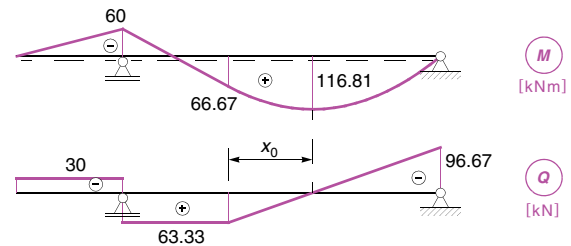
$$\begin{aligned}\sum V = 0: & Q_{b-c} + 30 - 93.333 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = 63.333 \\ \sum M_{(c)} = 0: & M_c + 30 \cdot 4 - 93.333 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 66.667\end{aligned}$$

- Schnitt am Auflager d

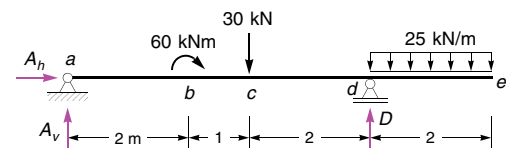


- Darstellung der Zustandslinien

$$M_{\max} = 66.67 + \frac{63.33^2}{2 \cdot 40} = 116.81 \text{ bei } x_0 = \frac{63.33}{40} = 1.58$$



Aufgabe 4.14

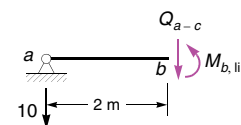


- Auflagerkräfte

$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow A_h = 0 \\ \sum M_{(a)} = 0: & D \cdot 5 - 60 - 30 \cdot 3 - 25 \cdot 2 \cdot 6 = 0 \Rightarrow D = 90 \\ \sum M_{(d)} = 0: & -A_v \cdot 5 - 60 + 30 \cdot 2 - 25 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow A_v = -10\end{aligned}$$

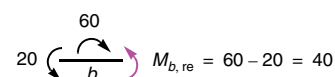
Da keine horizontalen Kräfte vorhanden sind, sind alle Normalkräfte gleich null.

- Schnitt links von b, linkes Teilsystem

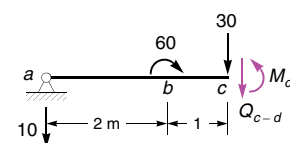


$$\begin{aligned}\sum V = 0: & Q_{a-c} + 10 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = -10 \\ \sum M_{(b)} = 0: & M_{b,li} + 10 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_{b,li} = -20\end{aligned}$$

- Rundschnitt Knoten b

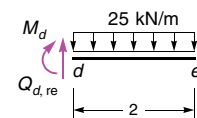


- Schnitt rechts von c, linkes Teilsystem



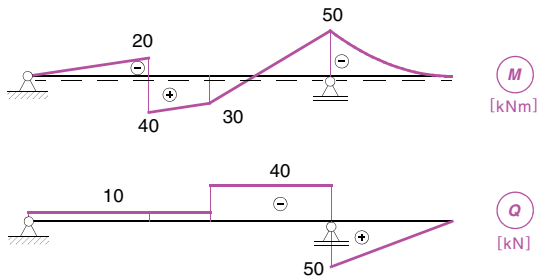
$$\begin{aligned}\sum V = 0: & Q_{c-d} + 10 + 30 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -40 \\ \sum M_{(c)} = 0: & M_c + 10 \cdot 3 - 60 = 0 \Rightarrow M_c = 30\end{aligned}$$

- Schnitt rechts von d, rechtes Teilsystem

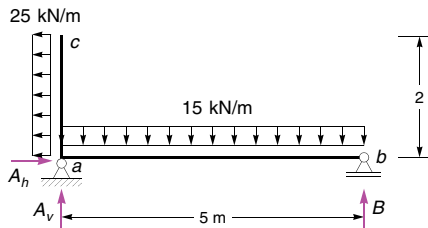


$$\begin{aligned}\sum V = 0: & -Q_{d,re} + 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q_{d,re} = 50 \\ \sum M_{(d)} = 0: & -M_d - 25 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_d = -50\end{aligned}$$

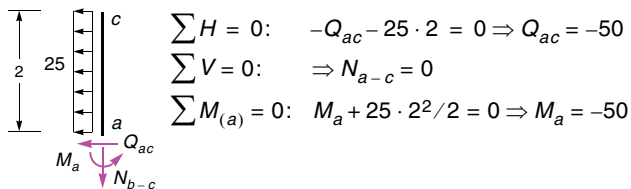
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.15



- Schnitt im Punkt a , oberes Teilsystem



- Querkraft im Bereich $a - b$

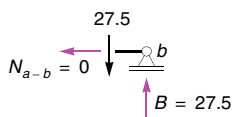
$$Q = Q_0 + \frac{M_{re} - M_{li}}{l}$$

$$Q = \pm \frac{15 \cdot 5}{2} + \frac{0 - (-50)}{5} = \pm 37.5 + 10$$

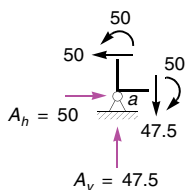
$$Q_{a, re} = 37.5 + 10 = 47.5$$

$$Q_b = -37.5 + 10 = -27.5$$

- Schnitt am Auflager b

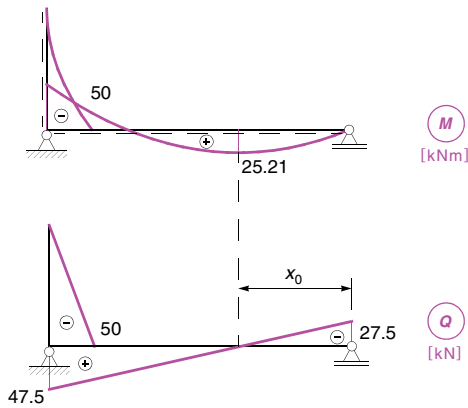


- Rundschnitt Knoten a

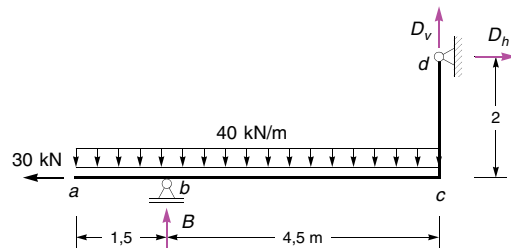


- Darstellung der Zustandslinien

$$M_{\max} = \frac{27.5^2}{2 \cdot 15} = 25.21 \text{ bei } x_0 = \frac{27.5}{15} = 1.833$$



Aufgabe 4.16



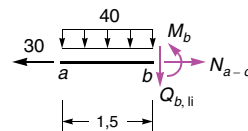
- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: D_h - 30 = 0 \Rightarrow D_h = 30$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -B \cdot 4.5 + 40 \cdot 6^2 / 2 - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow B = 146.67$$

$$\sum V = 0: -D_v - 146.67 + 40 \cdot 6 = 0 \Rightarrow D_v = 93.333$$

- Schnitt links von b , linkes Teilsystem

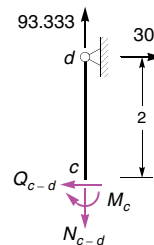


$$\sum H = 0: N_{a-c} - 30 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = 30$$

$$\sum V = 0: Q_{b, li} + 40 \cdot 1.5 = 0 \Rightarrow Q_{b, li} = -60$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b + 40 \cdot 1.5^2 / 2 = 0 \Rightarrow M_b = -45$$

- Schnitt im Punkt c , oberes Teilsystem



$$\sum H = 0: -Q_{c-d} + 30 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 30$$

$$\sum V = 0: N_{c-d} - 93.333 = 0 \Rightarrow N_{c-d} = 93.333$$

$$\sum M_{(c)} = 0: -M_c - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = -60$$

- Querkraft im Bereich $b - c$

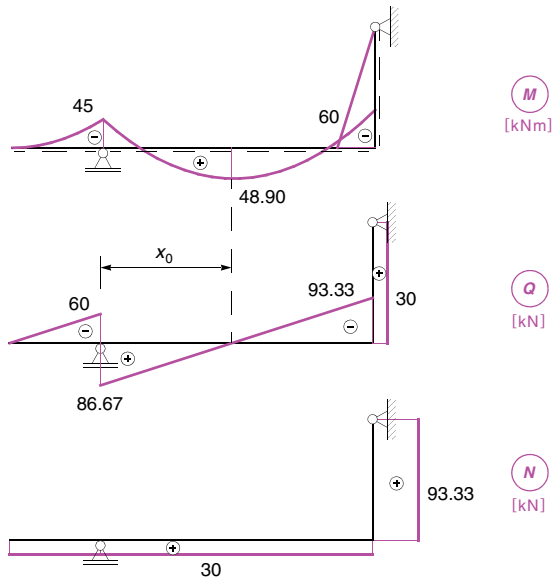
$$Q = \pm \frac{40 \cdot 4.5}{2} + \frac{-60 - (-45)}{4.5} = \pm 90 - 3.33$$

$$Q_{b, \text{re}} = 90 - 3.33 = 86.67$$

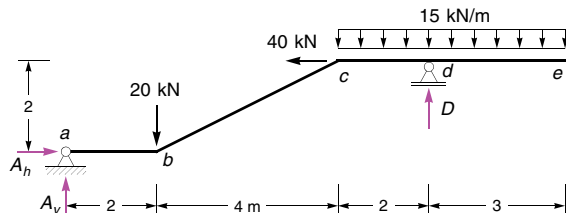
$$Q_{c, \text{li}} = -90 - 3.33 = -93.33$$

- Darstellung der Zustandslinien

$$M_{\text{max}} = -45 + \frac{86.67^2}{2 \cdot 40} = 48.90 \text{ bei } x_0 = \frac{86.67}{40} = 2.17$$



Aufgabe 4.17



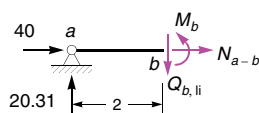
- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: A_h - 40 = 0 \Rightarrow A_h = 40$$

$$\sum M_{(a)} = 0: D \cdot 8 + 40 \cdot 2 - 20 \cdot 2 - 15 \cdot 5 \cdot 8.5 = 0 \Rightarrow D = 74.69$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -A_v \cdot 8 + 40 \cdot 2 + 20 \cdot 6 - 15 \cdot 5 \cdot 0.5 = 0 \Rightarrow A_v = 20.31$$

- Schnitt links von b , linkes Teilsystem

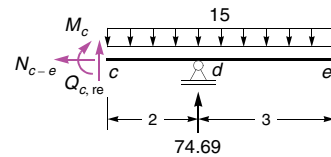


$$\sum H = 0: N_{a-b} + 40 = 0 \Rightarrow N_{a-b} = -40$$

$$\sum V = 0: Q_{b, \text{li}} - 20.31 = 0 \Rightarrow Q_{b, \text{li}} = 20.31$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b - 20.31 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = 40.62$$

- Schnitt rechts von c , rechtes Teilsystem

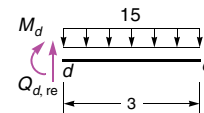


$$\sum H = 0: \Rightarrow N_{c-e} = 0$$

$$\sum V = 0: -Q_{c, \text{re}} - 74.69 + 15 \cdot 5 = 0 \Rightarrow Q_{c, \text{re}} = 0.31$$

$$\sum M_{(c)} = 0: -M_c + 74.69 \cdot 2 - 15 \cdot 5^2/2 = 0 \Rightarrow M_c = -38.13$$

- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: -Q_{d, \text{re}} + 15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow Q_{d, \text{re}} = 45$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d - 15 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow M_d = -67.5$$

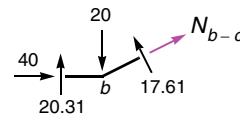
- Rundschnitt Knoten d



- Querkraft im Bereich $b - c$

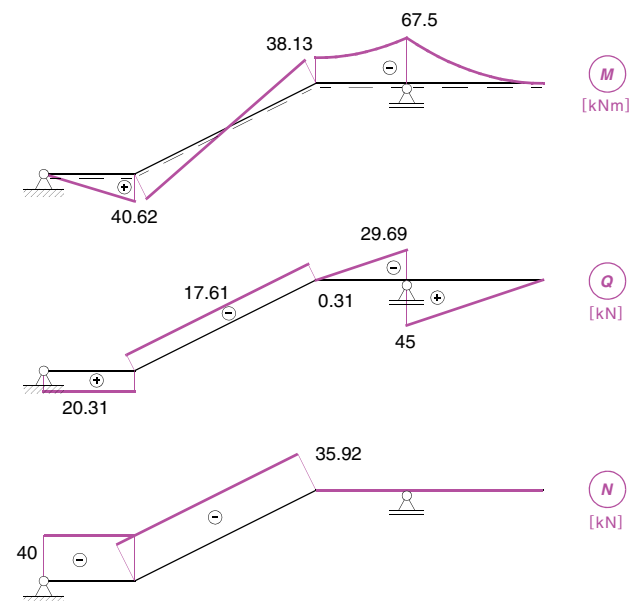
$$Q_{b-c} = \frac{-38.13 - 40.62}{\sqrt{20}} = -17.61$$

- Rundschnitt Knoten b

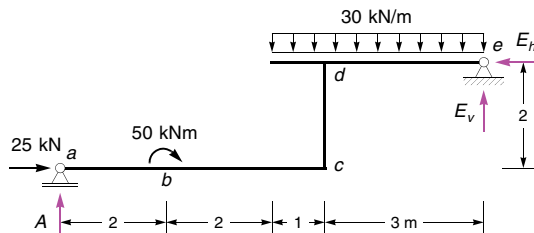


$$\sum H = 0: N_{b-c} \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} - 17.61 \cdot \frac{2}{\sqrt{20}} + 40 = 0 \Rightarrow N_{b-c} = -35.92$$

- Darstellung der Zustandslinien



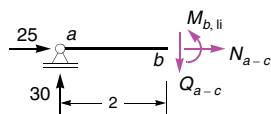
Aufgabe 4.18



• Auflagerkräfte

$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad 25 - E_h = 0 \Rightarrow E_h = 25 \\ \sum M_{(a)} = 0: & \quad E_v \cdot 8 + 25 \cdot 2 - 30 \cdot 4 \cdot 6 - 50 = 0 \Rightarrow E_v = 90 \\ \sum M_{(e)} = 0: & \quad A \cdot 8 + 25 \cdot 2 - 50 + 30 \cdot 4^2/2 = 0 \Rightarrow A_v = 30\end{aligned}$$

• Schnitt links von b, linkes Teilsystem

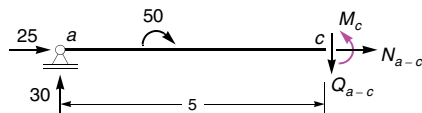


$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad N_{a-c} + 25 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = -25 \\ \sum V = 0: & \quad Q_{a-c} - 30 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = 30 \\ \sum M_{(b)} = 0: & \quad M_{b,li} - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_{b,li} = 60\end{aligned}$$

• Rundschnitt Knoten b

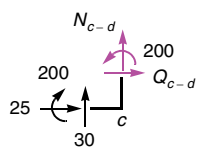
$$60 \overset{50}{\curvearrowright} M_{b,re} = 60 + 50 = 110$$

• Schnitt links von c, linkes Teilsystem



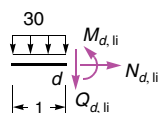
$$\sum M_{(c)} = 0: \quad M_c - 30 \cdot 5 - 50 = 0 \Rightarrow M_c = 200$$

• Rundschnitt Knoten c



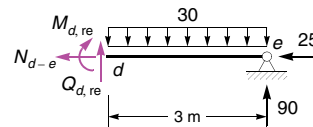
$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad Q_{c-d} + 25 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -25 \\ \sum V = 0: & \quad -N_{c-d} - 30 = 0 \Rightarrow N_{c-d} = -30\end{aligned}$$

• Schnitt links von d, linkes Teilsystem (Kragarm)



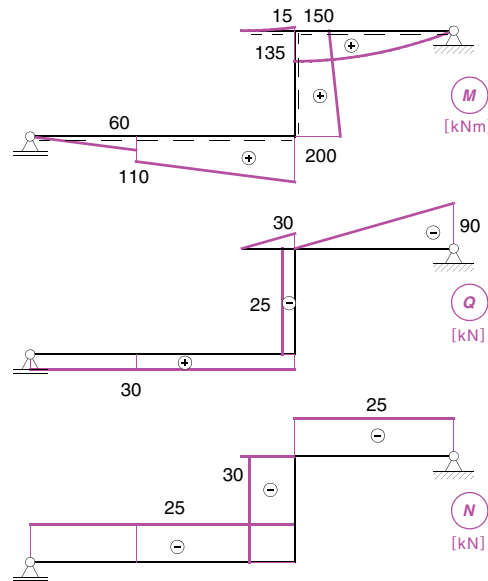
$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad \Rightarrow N_{d,li} = 0 \\ \sum V = 0: & \quad Q_{d,li} + 30 \cdot 1 = 0 \Rightarrow Q_{d,li} = -30 \\ \sum M_{(d)} = 0: & \quad M_{d,li} + 30 \cdot 1^2/2 = 0 \Rightarrow M_{d,li} = -15\end{aligned}$$

• Schnitt rechts von d, rechtes Teilsystem

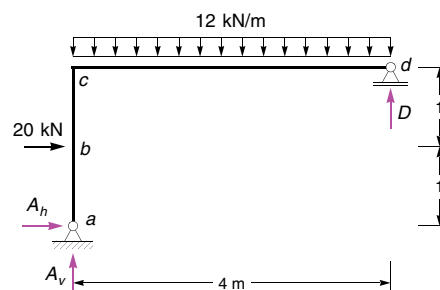


$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad -N_{d-re} - 25 = 0 \Rightarrow N_{d-re} = -25 \\ \sum V = 0: & \quad -Q_{d-re} + 30 \cdot 3 - 90 = 0 \Rightarrow Q_{d-re} = 0 \\ \sum M_{(d)} = 0: & \quad -M_{d-re} - 30 \cdot 3^2/2 + 90 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_{d-re} = 135\end{aligned}$$

• Darstellung der Zustandslinien



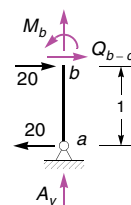
Aufgabe 4.19



• Horizontale Auflagerkraft

$$\sum H = 0: \quad A_h + 20 = 0 \Rightarrow A_h = -20$$

• Schnitt oberhalb von b, unteres Teilsystem



$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad \Rightarrow Q_{b-c} = 0 \Rightarrow M_{b-c} = \text{konst.} \\ \sum M_{(b)} = 0: & \quad M_{b-c} - 20 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_{b-c} = 20\end{aligned}$$

- Querkraft im Bereich $c-d$

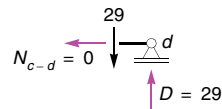
$$Q = Q_0 + \frac{M_{re} - M_{li}}{l}$$

$$Q = \pm \frac{12 \cdot 4}{2} + \frac{0 - 20}{4} = \pm 24 - 5$$

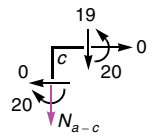
$$Q_{c, re} = 24 - 5 = 19$$

$$Q_d = -24 - 5 = -29$$

- Schnitt am Auflager d

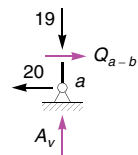


- Rundschnitt Knoten c



$$\sum V = 0: \quad N_{a-c} + 19 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = -19$$

- Rundschnitt Knoten a

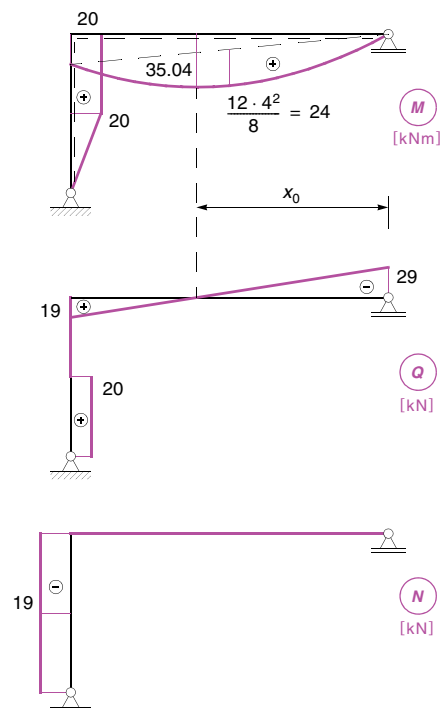


$$\sum H = 0: \quad Q_{a-b} - 20 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = 20$$

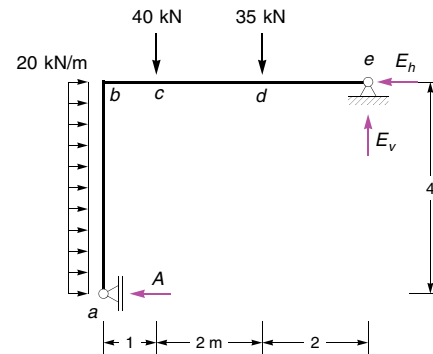
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 19 = 0 \Rightarrow A_v = 19$$

- Darstellung der Zustandslinien

$$M_{\max} = \frac{29^2}{2 \cdot 12} = 35.04 \text{ bei } x_0 = \frac{29}{12} = 2.417$$



Aufgabe 4.20

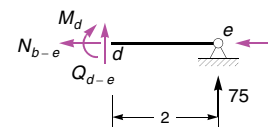


Für die Ermittlung der Momenten- und Querkraftlinie wird nur die vertikale Auflagerkraft benötigt.

- Vertikale Auflagerkraft

$$\sum V = 0: \quad -E_v + 40 + 35 = 0 \Rightarrow E_v = 75$$

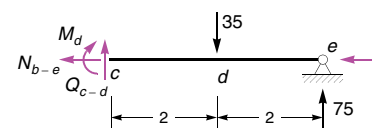
- Schnitt rechts von d , rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad -Q_{d-e} - 75 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = -75$$

$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -M_d + 75 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_d = 150$$

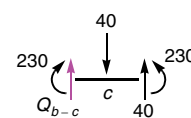
- Schnitt rechts von c , rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad -Q_{c-d} + 35 - 75 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -40$$

$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -M_c + 75 \cdot 4 - 35 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 230$$

- Rundschnitt Knoten c



$$\sum V = 0: \quad -Q_{b-c} + 40 - 40 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = 0$$

$$\Rightarrow M_{b-c} = \text{konst.}$$

- Querkraft im Bereich $a-b$

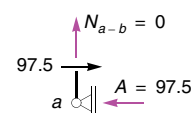
$$Q = Q_0 + \frac{M_{re} - M_{li}}{l}$$

$$Q = \pm \frac{20 \cdot 4}{2} + \frac{230 - 0}{4} = \pm 40 + 57.5$$

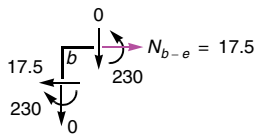
$$Q_a = 40 + 57.5 = 97.5$$

$$Q_d = -40 + 57.5 = 17.5$$

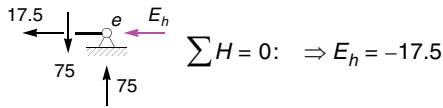
- Rundschnitt Knoten a



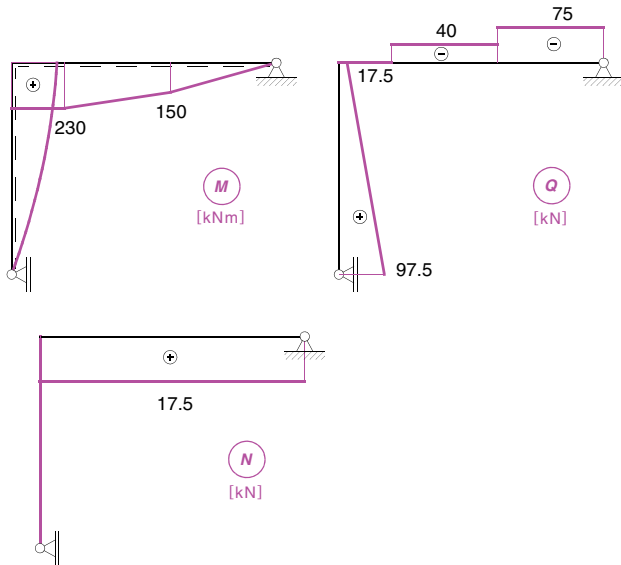
- Rundschnitt Knoten b



- Rundschnitt Knoten e

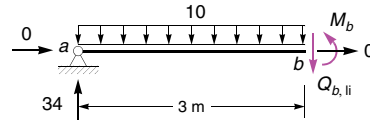


- Darstellung der Zustandslinien



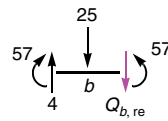
$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow N_{a-c} = 0 \\ \sum V = 0: & -Q_{c,li} - 31 = 0 \Rightarrow Q_{c,li} = 31 \\ \sum M_{(c)} = 0: & -M_c + 31 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_c = 31\end{aligned}$$

- Schnitt links von b , linkes Teilsystem



$$\begin{aligned}\sum V = 0: & Q_{b,li} + 10 \cdot 3 - 34 = 0 \Rightarrow Q_{b,li} = 4 \\ \sum M_{(b)} = 0: & M_b - 34 \cdot 3 + 10 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow M_b = 57\end{aligned}$$

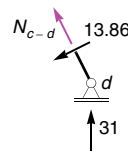
- Rundschnitt Knoten b



- Querkraft im Bereich $c-d$

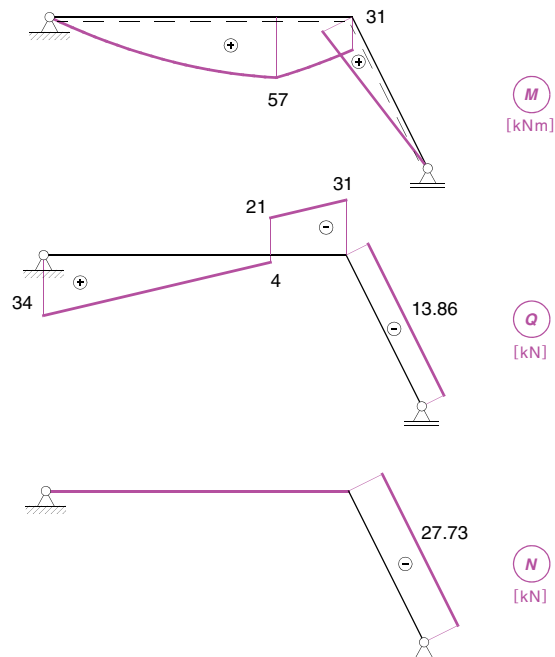
$$Q = Q_0 + \frac{M_{re} - M_{li}}{l} = 0 + \frac{0 - 31}{\sqrt{5}} = -13.86$$

- Rundschnitt Knoten d

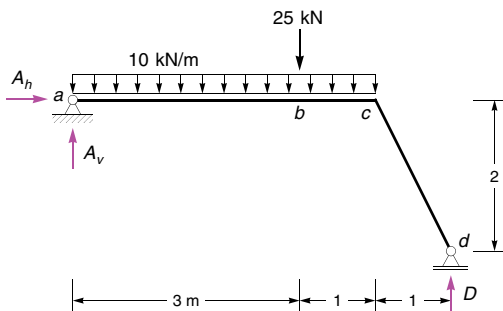


$$N_{c-d} = -31 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = -27.73$$

- Darstellung der Zustandslinien



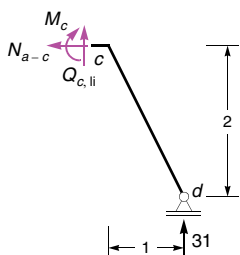
Aufgabe 4.21

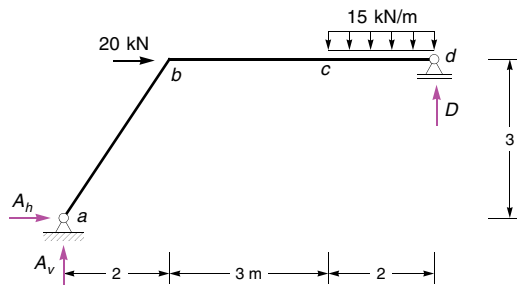


- Auflagerkräfte

$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow A_h = 0 \\ \sum M_{(a)} = 0: & D \cdot 5 - 25 \cdot 3 - 10 \cdot 4^2/2 = 0 \Rightarrow D = 31 \\ \sum V = 0: & -A_v - 31 + 25 + 10 \cdot 4 = 0 \Rightarrow A_v = 34\end{aligned}$$

- Schnitt links von c , rechtes Teilsystem

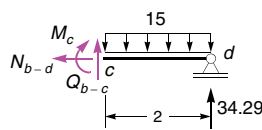


Aufgabe 4.22

- Auflagerkräfte

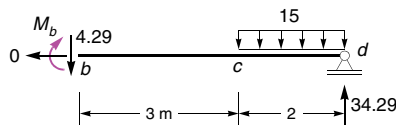
$$\begin{aligned}\sum H = 0: & A_h + 20 \Rightarrow A_h = -20 \\ \sum M_{(a)} = 0: & D \cdot 4 - 20 \cdot 3 - 15 \cdot 2 \cdot 6 = 0 \Rightarrow D = 34.29 \\ \sum V = 0: & -A_v - 34.29 + 15 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_v = -4.29\end{aligned}$$

- Schnitt im Punkt c, rechtes Teilsystem



$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \Rightarrow N_{b-d} = 0 \\ \sum V = 0: & -Q_{b-c} + 15 \cdot 2 - 34.29 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = -4.29 \\ \sum M_{(c)} = 0: & -M_c + 34.29 \cdot 2 - 15 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_c = 38.57\end{aligned}$$

- Schnitt rechts von b, rechtes Teilsystem

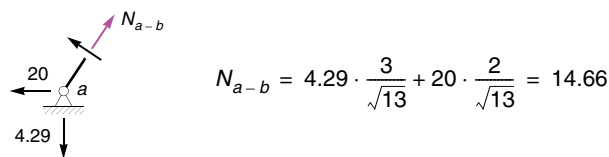


$$\sum M_{(b)} = 0: -M_b + 34.29 \cdot 4 - 15 \cdot 2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_b = 51.43$$

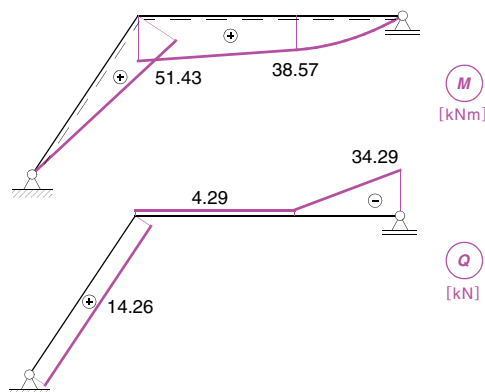
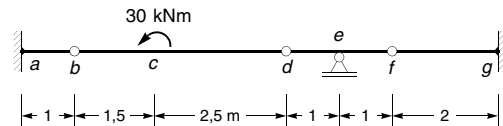
- Querkraft im Bereich a – b

$$Q = Q_0 + \frac{M_{re} - M_{li}}{l} = 0 + \frac{0 - 51.43}{\sqrt{13}} = -14.26$$

- Rundschnitt Auflager a



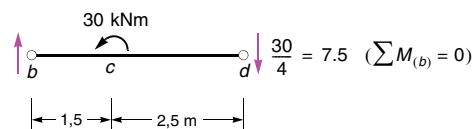
- Darstellung der Zustandslinien

**Aufgabe 4.23**

Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null. In den Bereichen a – e und e – g ist die Querkraft jeweils konstant, weil keine vertikalen Kräfte angreifen.

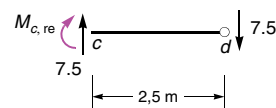
Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

- Bereich b – d



Mit der bekannten Querkraft kann der gesamte Momentenverlauf im Bereich a – e ermittelt werden.

- Bereich c – d (Schnitt rechts von c)



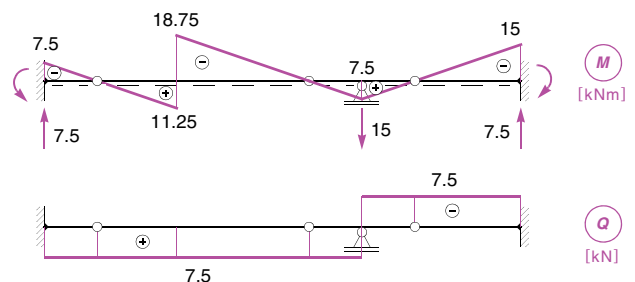
$$\sum M_{(c)} = 0: -M_{c, re} - 7.5 \cdot 2.5 = 0 \Rightarrow M_{c, re} = -18.75$$

- Rundschnitt Knoten c

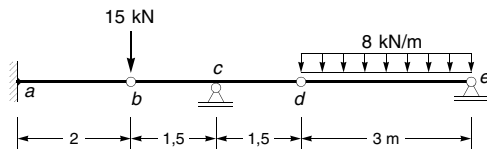


Die Momentenlinie verläuft in den Bereichen a – e und e – g jeweils geradlinig ohne Knick. Daraus folgen die weiteren Ordinaten rein geometrisch aus dem Strahlensatz. Die Querkraft im Bereich e – g folgt aus der Steigung der Momentenlinie. Die Auflagerkräfte entsprechen den Sprüngen der Querkraftlinie. Die Richtung der Kräfte kann anschaulich dem Knick der Momentenlinie entnommen werden.

- Darstellung der Zustandslinien



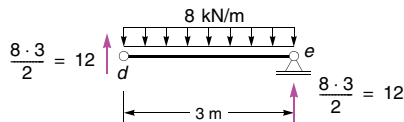
Aufgabe 4.24



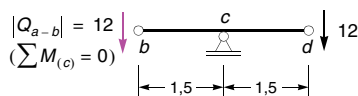
Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null.

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

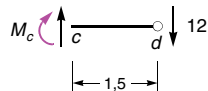
- Bereich $d - e$



- Bereich $b - c - d$ (Schnitt rechts von b)

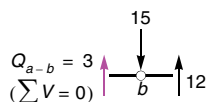


- Bereich $c - d$ (Schnitt rechts von c)

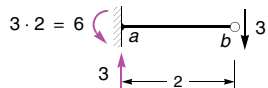


$$\sum M_{(c)} = 0: -M_c - 12 \cdot 1.5 = 0 \Rightarrow M_c = -18$$

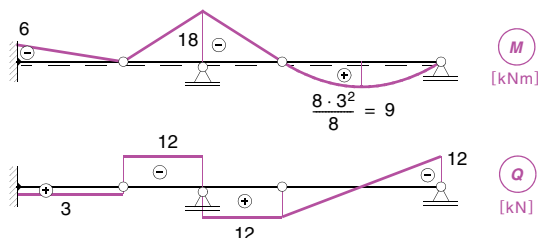
- Rundschnitt Knoten b



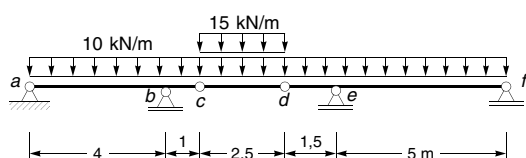
- Bereich $a - b$ (Schnitt links von b)



- Darstellung der Zustandslinien



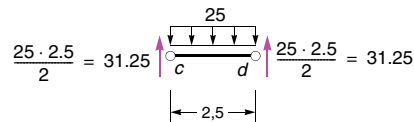
Aufgabe 4.25



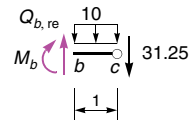
Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null.

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

- Bereich $c - d$



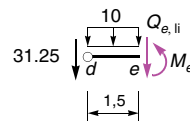
- Bereich $b - c$ (Schnitt rechts von b)



$$\sum V = 0: -Q_{b, re} + 10 \cdot 1 + 31.25 = 0 \Rightarrow Q_{b, re} = 41.25$$

$$\sum M_{(b)} = 0: -M_b - 10 \cdot 1^2/2 - 31.25 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_b = -36.25$$

- Bereich $d - e$ (Schnitt links von e)



$$\sum V = 0: Q_{e, li} + 10 \cdot 1.5 + 31.25 = 0 \Rightarrow Q_{e, li} = -46.25$$

$$\sum M_{(e)} = 0: M_e + 10 \cdot 1.5^2/2 + 31.25 \cdot 1.5 = 0 \Rightarrow M_e = -58.125$$

- Bereiche $a - b$, $e - f$

Der qualitative Momentenverlauf ergibt sich durch Einhängen der $ql^2/8$ -Parabeln. Die Querkräfte folgen aus der Momentenlinie mit:

$$Q = \pm \frac{10 \cdot 4}{2} + \frac{-36.25 - 0}{4} = \pm 20 - 9.0625$$

$$Q_a = 20 - 9.0625 = 10.9375$$

$$Q_{b, li} = -20 - 9.0625 = -29.0625$$

$$Q = \pm \frac{10 \cdot 5}{2} + \frac{0 - (-58.125)}{5} = \pm 25 + 11.625$$

$$Q_{e, re} = 25 + 11.625 = 36.625$$

$$Q_f = -25 + 11.625 = -13.375$$

Die Auflagerkräfte entsprechen den Sprüngen der Querkraftlinie. Die Richtung der Kräfte kann anschaulich dem Knick der Momentenlinie entnommen werden.

- Maximale Feldmomente

Maximales Feldmoment links:

$$M_{\max} = \frac{10.9375^2}{2 \cdot 10} = 5.98$$

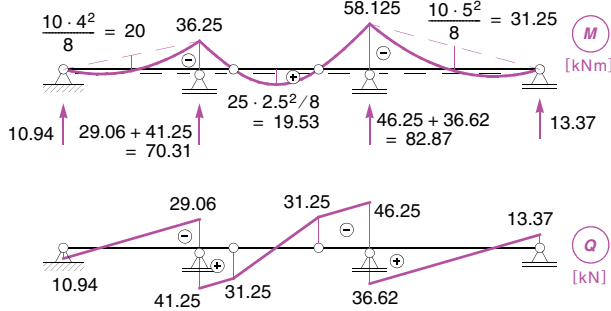
$$\text{bei } x_0 = \frac{10.9375}{10} = 1.094 \text{ (von links)}$$

Maximales Feldmoment rechts:

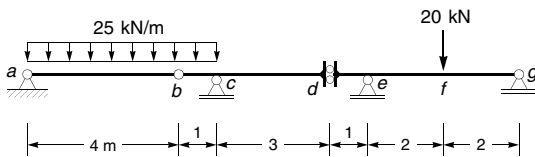
$$M_{\max} = \frac{13.37^2}{2 \cdot 10} = 8.94$$

$$\text{bei } x_0 = \frac{13.37}{10} = 1.337 \text{ (von rechts)}$$

- Darstellung der Zustandslinien



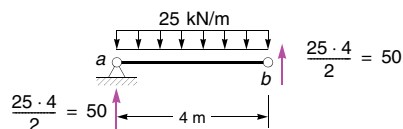
Aufgabe 4.26



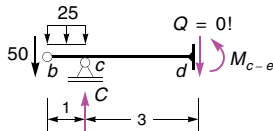
Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null.

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

- Bereich a – b



- Bereich b – c – d



$$\sum M_{(c)} = 0: M_{c-e} + 50 \cdot 1 + 25 \cdot 1^2/2 = 0 \Rightarrow M_{c-e} = -62.5$$

$$\sum V = 0: -C + 25 \cdot 1 + 50 = 0 \Rightarrow C = 75$$

- Bereich e – g

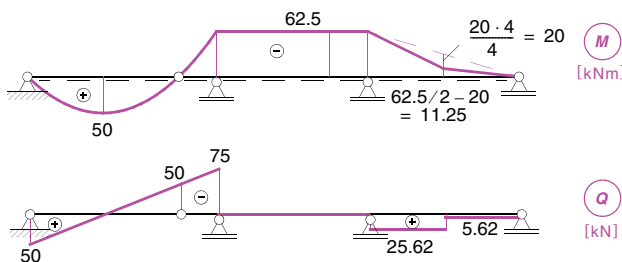
Momentenlinie durch Einhängen der Lösung des einfachen Balkens ($Fl/4$).

$$Q = \pm \frac{20}{2} + \frac{0 - (-62.5)}{4} = \pm 10 + 15.625$$

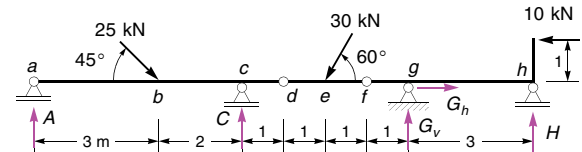
$$Q_{e, \text{re}} = 10 + 15.625 = 25.625$$

$$Q_g = -10 + 15.625 = 5.625$$

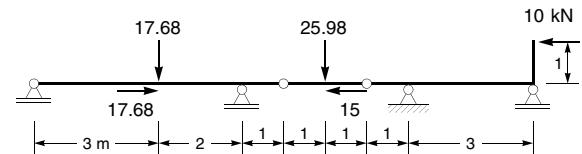
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.27



- Zerlegung der äußeren Kräfte



Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus. Die horizontalen Kräfte haben auf den Momenten- und Querkraftverlauf in den horizontalen Stäben keinen Einfluss, da sie keinen Hebelarm bezüglich der Stabachse haben - sie werden zunächst nicht betrachtet.

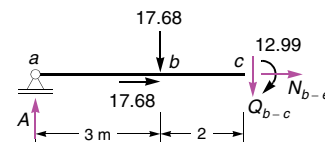
- Bereich d – f (beidseitig gelenkiger Balken mit mittlerer Einzelkraft)

$$12.99 \uparrow \quad 25.98 \downarrow \quad 12.99 \uparrow \quad \frac{25.98}{2} = 12.99 \quad M_e = \frac{25.98 \cdot 2}{4} = 12.99$$

- Bereich c – d – e und e – f – g

Die Momentenlinie muss geradlinig ohne Knick verlaufen, daraus folgen die Momente in den Punkten c und g mit 12.99 (oben Zug).

- Schnitt links von c, linkes Teilsystem

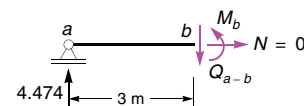


$$\sum M_{(c)} = 0: -A \cdot 5 + 17.68 \cdot 2 - 12.99 = 0 \Rightarrow A = 4.474$$

$$\sum V = 0: Q_{b-c} + 17.68 - 4.474 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = 13.206$$

$$\sum H = 0: N_{b-e} + 17.68 \Rightarrow N_{b-e} = -17.68$$

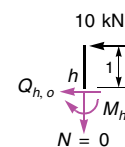
- Schnitt links von b, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(b)} = 0: M_b - 4.474 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_b = 13.422$$

$$\sum V = 0: Q_{a-b} - 4.474 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = 4.474$$

- Schnitt oberhalb von h, oberes Teilsystem (Kragarm)



$$\sum M_{(h)} = 0: -M_h + 10 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_h = 10$$

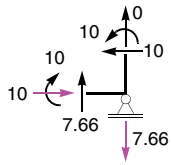
$$\sum H = 0: -Q_{h,o} - 10 = 0 \Rightarrow Q_{h,o} = -10$$

Damit ist der Momentenverlauf im Bereich g – h bekannt.

- Querkraft im Bereich $g-h$

$$Q_{g-h} = \frac{10 - (-12.99)}{3} = 7.66$$

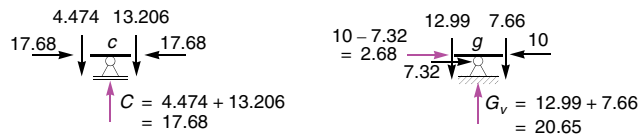
- Rundschnitt Knoten h



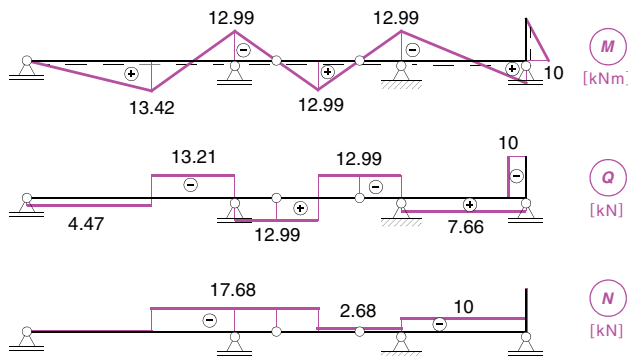
- Ermittlung der horizontalen Auflagerkraft

$$\sum H = 0: G_h + 17.68 - 15 - 10 = 0 \Rightarrow G_h = 7.32$$

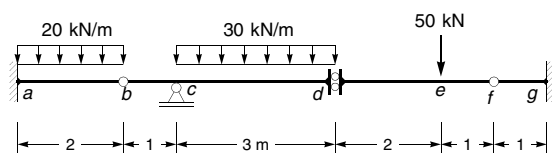
- Rundschnitte Knoten c und g



- Darstellung der Zustandslinien



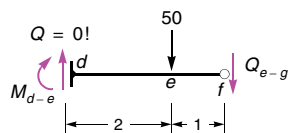
Aufgabe 4.28



Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null.

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

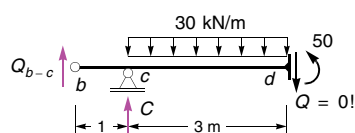
- Bereich $d-f$



$$\sum M_{(f)} = 0: -M_{d-e} + 50 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_{d-e} = 50$$

$$\sum V = 0: Q_{e-g} + 50 = 0 \Rightarrow Q_{e-g} = -50$$

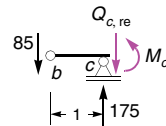
- Bereich $b-d$



$$\sum M_{(c)} = 0: -Q_{b-c} \cdot 1 - 30 \cdot 3^2/2 + 50 = 0 \Rightarrow Q_{b-c} = -85$$

$$\sum V = 0: -C + 30 \cdot 3 + 85 = 0 \Rightarrow C = 175$$

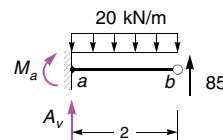
- Bereich $b-c$, Schnitt links von c



$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 85 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_c = -85$$

$$\sum V = 0: Q_{c, \text{re}} + 85 - 175 = 0 \Rightarrow Q_{c, \text{re}} = 90$$

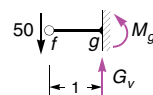
- Bereich $a-b$



$$\sum M_{(a)} = 0: -M_a - 20 \cdot 2^2/2 + 85 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_a = 130$$

$$\sum V = 0: -A_v + 20 \cdot 2 - 85 = 0 \Rightarrow A_v = -45$$

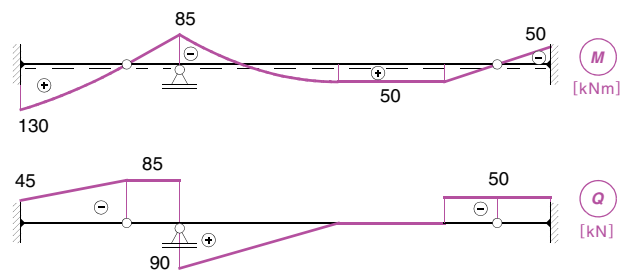
- Bereich $f-g$



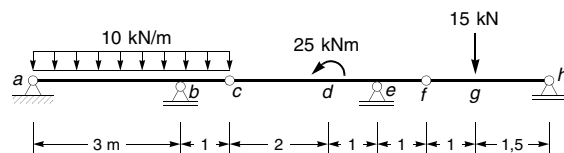
$$\sum M_{(g)} = 0: M_g + 50 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_g = -50$$

$$\sum V = 0: -G_v + 50 = 0 \Rightarrow G_v = 50$$

- Darstellung der Zustandslinien



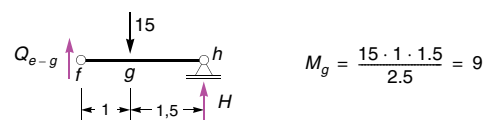
Aufgabe 4.29



Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null.

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

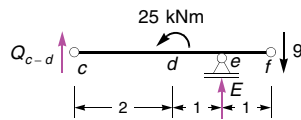
- Bereich $f-h$ (beidseitig gelenkiger Balken mit Einzelkraft)



$$\sum M_{(f)} = 0: H \cdot 2.5 - 15 \cdot 1 = 0 \Rightarrow H = 6$$

$$\sum V = 0: -Q_{e-g} + 15 - 6 = 0 \Rightarrow Q_{e-g} = 9$$

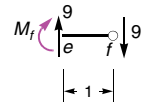
- Bereich $c - f$



$$\sum M_{(e)} = 0: -Q_{c-d} \cdot 3 - 9 \cdot 1 + 25 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 5.33$$

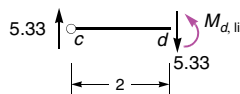
$$\sum V = 0: -E + 9 - 5.33 = 0 \Rightarrow E = 3.67$$

- Bereich $e - f$ (Schnitt rechts von e)



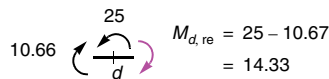
$$\sum M_{(f)} = 0: -M_f - 9 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_f = -9$$

- Bereich $c - d$ (Schnitt links von d)

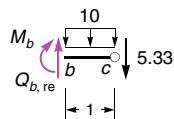


$$\sum M_{(d)} = 0: M_{d,li} - 5.33 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_{d,li} = 10.67$$

- Rundschnitt Knoten d



- Bereich $b - c$ (Schnitt rechts von b)



$$\sum M_{(b)} = 0: -M_b - 5.33 \cdot 1 - 10 \cdot 1^2/2 = 0 \Rightarrow M_b = -10.33$$

$$\sum V = 0: -Q_{b, re} + 10 \cdot 1 + 5.33 = 0 \Rightarrow Q_{b, re} = 15.33$$

- Bereich $a - g$

Momentenlinie durch Einhängen der $ql^2/8$ -Parabel. Die Querkräfte folgen aus der Momentenlinie mit:

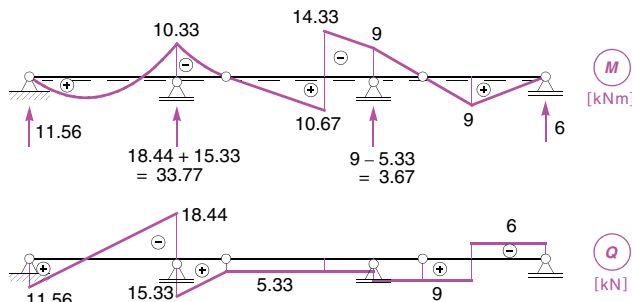
$$Q = \pm \frac{10 \cdot 3}{2} + \frac{-10.33 - 0}{3} = \pm 15 - 3.44$$

$$Q_a = 15 - 3.44 = 11.56$$

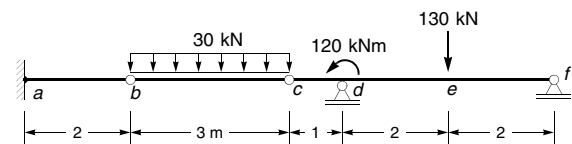
$$Q_{b, li} = -15 - 3.44 = -18.44$$

Die Auflagerkräfte entsprechen den Sprüngen der Querkraftlinie. Die Richtung der Kräfte kann anschaulich dem Knick der Momentenlinie entnommen werden.

- Darstellung der Zustandslinien



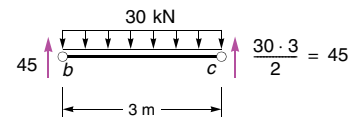
Aufgabe 4.30



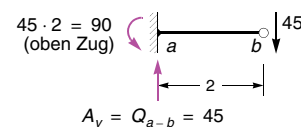
Da keine horizontale Belastung wirkt, sind alle Normalkräfte gleich null.

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus:

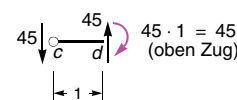
- Bereich $b - c$



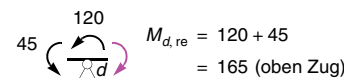
- Bereich $a - b$



- Bereich $c - d$



- Rundschnitt Knoten d



- Bereich $d - f$

Momentenlinie durch Einhängen der Lösung des einfachen Balkens ($Fl/4$).

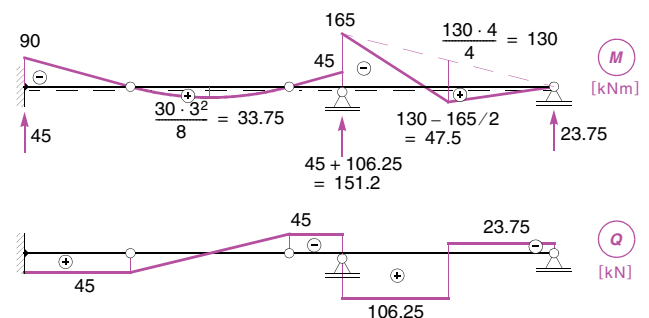
$$Q = \pm \frac{130}{2} + \frac{0 - (-165)}{4} = \pm 65 + 41.25$$

$$Q_{d, re} = 65 + 41.25 = 106.25$$

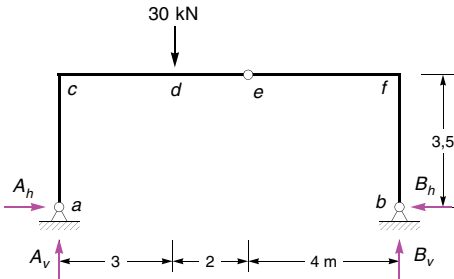
$$Q_f = -65 + 41.25 = -23.75$$

Die Auflagerkräfte entsprechen den Sprüngen der Querkraftlinie. Die Richtung der Kräfte kann anschaulich dem Knick der Momentenlinie entnommen werden.

- Darstellung der Zustandslinien

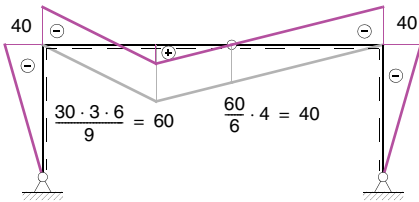


Aufgabe 4.31



- Ermittlung der Momentenlinie

Da keine äußeren Horizontalkräfte wirken, folgt aus der Bedingung $\sum H = 0$, dass beide horizontalen Auflagerkräfte entgegengesetzt gleich sind. Die Biegemomente an den Rahmenecken folgen nach Freischneiden der senkrechten Stiele allein aus den horizontalen Auflagerkräften. Daraus folgt, dass beide Eckmomente gleich sind. Die Größe der Eckmomente folgt aus der Bedingung, dass das Moment im Gelenkpunkt e gleich null ist. Die nachfolgend grau eingezeichnete Momentenlinie des einfachen Balkens muss soweit nach oben verschoben werden, dass diese Bedingung erfüllt ist. Der Betrag der Eckmomente entspricht also der Ordinate der grauen Momentenlinie im Punkt e . Damit ist die gesamte Momentenlinie bekannt.



- Ermittlung der Querkräfte

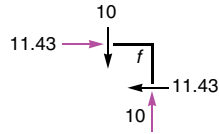
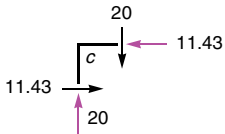
$$Q_{a-c} = \frac{-40 - 0}{3.5} = -11.43$$

$$Q_{c-d} = \frac{20 - (-40)}{3} = 20$$

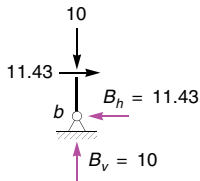
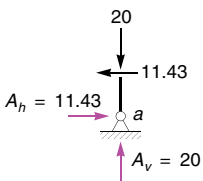
$$Q_{d-f} = \frac{0 - (-40)}{4} = -10$$

$$Q_{f-b} = \frac{0 - (-40)}{3.5} = 11.43$$

- Rundschnitte Knoten c und f (Momente nicht dargestellt)



- Rundschnitte Knoten a und b

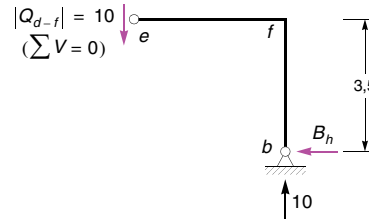


- Auflagerkraft B_v

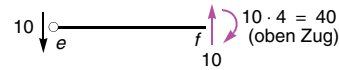
Da beide Auflagerpunkte auf gleicher Höhe liegen, gehen die horizontalen Auflagerkräfte nicht in die Momentsumme bezüglich der Auflagerpunkte ein. Die vertikalen Auflagerkräfte ergeben sich daher wie bei einem einfachen Balken auf zwei Stützen.

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 9 - 30 \cdot 3 = 0 \Rightarrow B_v = 10$$

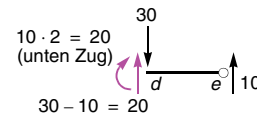
- Schnitt durch den Gelenkpunkt e , rechtes Teilsystem



- Bereich $e-f$ (Schnitt links von f)

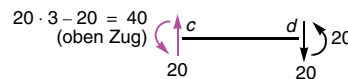


- Bereich $d-e$ (Schnitt links von d)

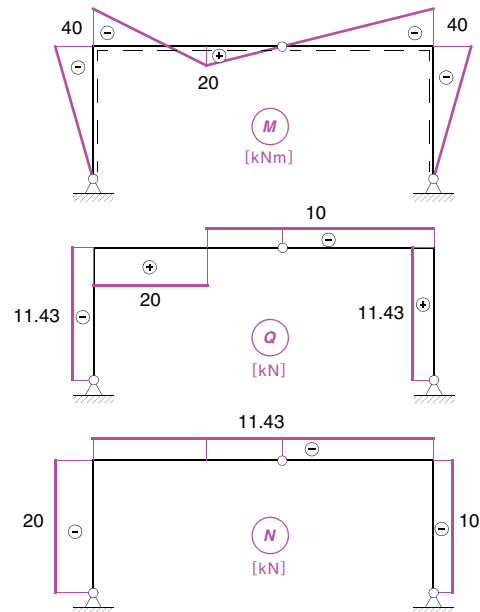


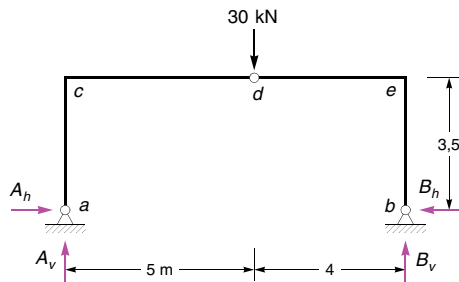
Dieses Moment folgt auch geometrisch aus der Bedingung, dass die Momentenlinie geradlinig ohne Knick ($Q = \text{konst.}$) durch den Gelenkpunkt verlaufen muss.

- Bereich $c-d$ (Schnitt links von d)



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.32

- Ermittlung der Momentenlinie

$$\sum H = 0 \Rightarrow A_h = B_h$$

Da beide Stiele gleich lang sind, folgt, dass beide Eckmomente gleich groß sind. Das Moment im Gelenkpunkt d muss gleich null sein. Daraus folgt, dass die Eckmomente gleich der Momentenordinate des einfachen Balkens infolge der Einzelkraft sein müssen:

$$\frac{30 \cdot 5 \cdot 4}{9} = 66.67$$

- Ermittlung der Querkräfte

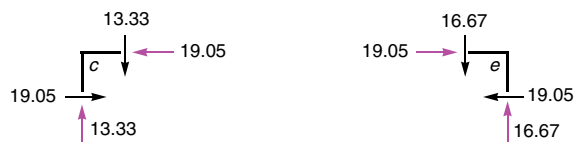
$$Q_{a-c} = \frac{-66.67 - 0}{3.5} = -19.05$$

$$Q_{c-d} = \frac{0 - (-66.67)}{5} = 13.33$$

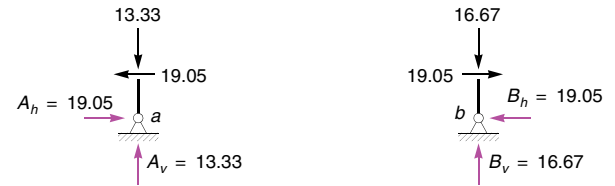
$$Q_{d-e} = \frac{-66.67 - 0}{4} = -16.67$$

$$Q_{e-b} = \frac{0 - (-66.67)}{3.5} = 19.05$$

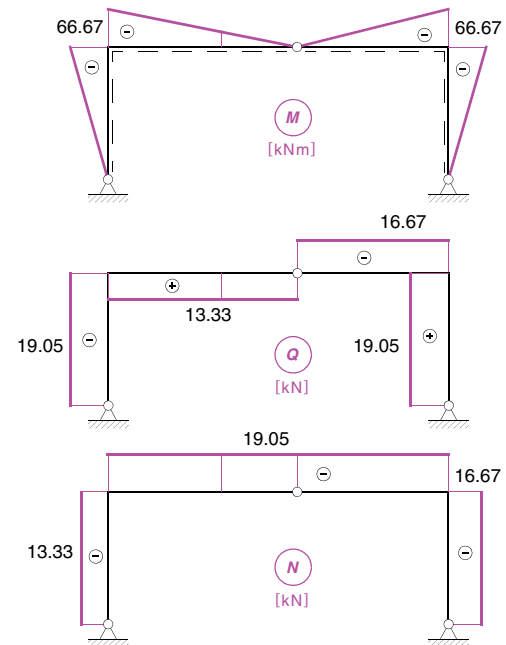
- Rundschnitte Knoten c und e (Momente nicht dargestellt)



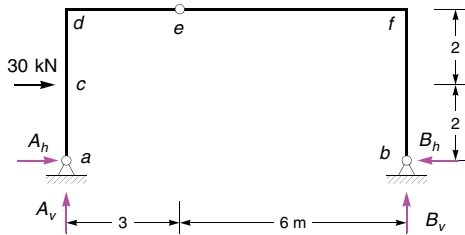
- Rundschnitte Knoten a und b



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.33

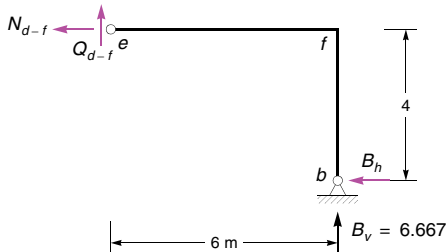


Die Momentenlinie im Riegel muss geradlinig ohne Knick durch den Gelenkpunkt verlaufen, die Steigung entspricht der Querkraft des Riegels. Die Querkraft folgt aus den vertikalen Auflagerkräften.

- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 9 - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow B_v = 6.667$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt e , rechtes Teilsystem

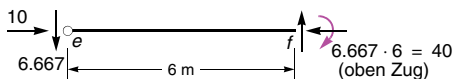


$$\begin{aligned} \sum M_{(e)} = 0: & 6.667 \cdot 6 - B_h \cdot 4 = 0 \Rightarrow B_h = 10 \\ \sum V = 0: & -Q_{d-f} - 6.667 = 0 \Rightarrow Q_{d-f} = -6.667 \\ \sum H = 0: & -N_{d-f} - B_h = 0 \Rightarrow N_{d-f} = -10 \end{aligned}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\begin{aligned} \sum H = 0: & 30 + A_h - 10 = 0 \Rightarrow A_h = -20 \\ \sum V = 0: & \Rightarrow A_v = -6.667 \end{aligned}$$

- Bereich $e-f$ (Schnitt links von f)



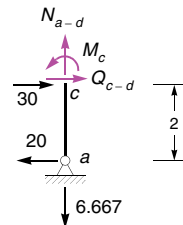
- Bereich $d-e$

Das Moment im Punkt d folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit $40/2 = 20$ (innen Zug).

- Rundschnitte Knoten a und b

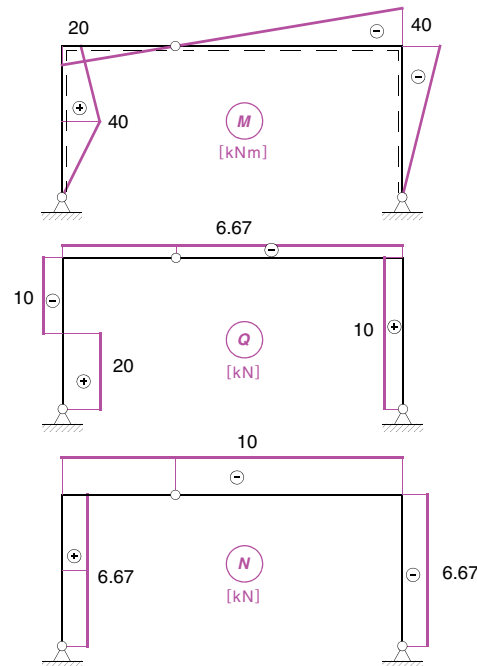


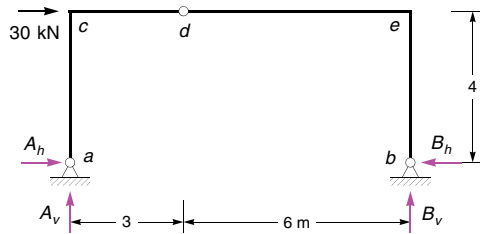
- Bereich $a-c$ (Schnitt oberhalb von c)



$$\begin{aligned} \sum H = 0: & Q_{c-d} + 30 - 20 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = -10 \\ \sum V = 0: & -N_{a-d} + 6.667 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = 6.667 \\ \sum M_{(c)} = 0: & M_c - 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 40 \end{aligned}$$

- Darstellung der Zustandslinien



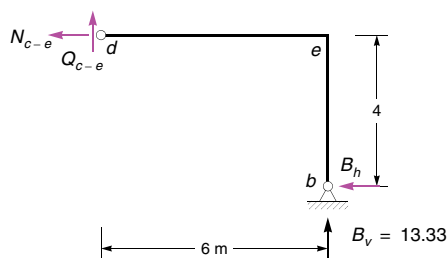
Aufgabe 4.34

Die Momentenlinie im Riegel muss geradlinig ohne Knick durch den Gelenkpunkt verlaufen, die Steigung entspricht der Querkraft des Riegels. Die Querkraft folgt aus den vertikalen Auflagerkräften.

- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 9 - 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow B_v = 13.33$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt d , rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: 13.333 \cdot 6 - B_h \cdot 4 = 0 \Rightarrow B_h = 20$$

$$\sum V = 0: -Q_{c-e} - 13.33 = 0 \Rightarrow Q_{c-e} = -13.33$$

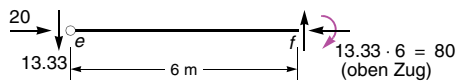
$$\sum H = 0: -N_{c-e} - B_h = 0 \Rightarrow N_{c-e} = -B_h = -20$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0: 30 + A_h - 20 = 0 \Rightarrow A_h = -10$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_v = -13.33$$

- Bereich $d-e$ (Schnitt links von e)



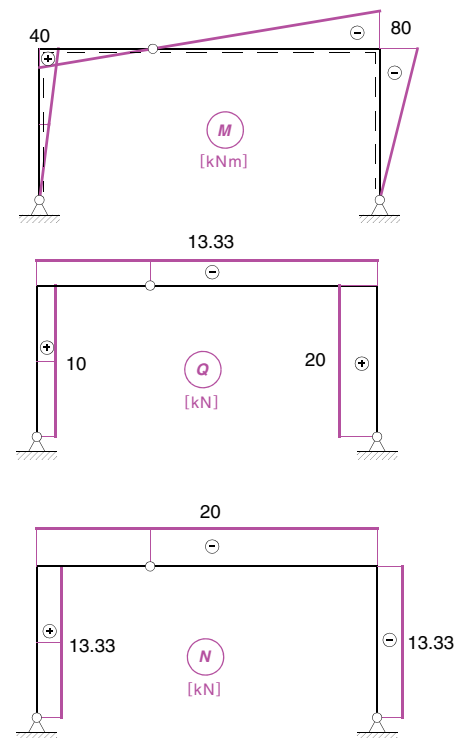
- Bereich $c-d$

Das Moment im Punkt c folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit $80/2 = 40$ (innen Zug).

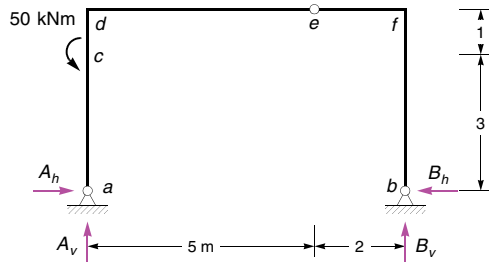
- Rundschnitte Knoten a und b



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.35

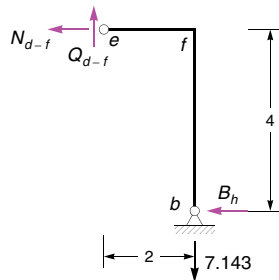


Die Momentenlinie im Riegel muss geradlinig ohne Knick durch den Gelenkpunkt verlaufen, die Steigung entspricht der Querkraft des Riegels. Die Querkraft folgt aus den vertikalen Auflagerkräften. Da keine äußeren Horizontalkräfte vorhanden sind, sind die beiden horizontalen Auflagerkräfte entgegengesetzt gleich und damit auch die Steigung der Momentenlinien in den beiden vertikalen Stielen.

- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 7 + 50 = 0 \Rightarrow B_v = -7.143$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt e, rechtes Teilsystem



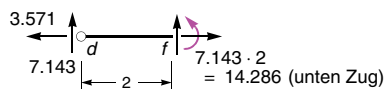
$$\begin{aligned} \sum M_{(e)} = 0: & -7.143 \cdot 2 - B_h \cdot 4 = 0 \Rightarrow B_h = -3.571 \\ \sum V = 0: & -Q_{d-f} + 7.143 = 0 \Rightarrow Q_{d-f} = 7.143 \\ \sum H = 0: & -N_{d-f} - B_h = 0 \Rightarrow N_{d-f} = -B_h = 3.571 \end{aligned}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0: A_h + 3.571 = 0 \Rightarrow A_h = -3.571$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_v = 7.143$$

- Bereich e-f (Schnitt links von f)



- Bereich d-e

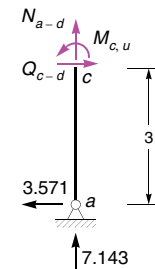
Das Moment im Punkt d folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

$$14.286 \cdot \frac{5}{2} = 35.715 \text{ (außen Zug)}$$

- Rundschnitte Knoten a und b

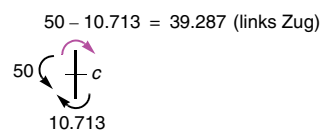


- Bereich a-c (Schnitt unterhalb von c)

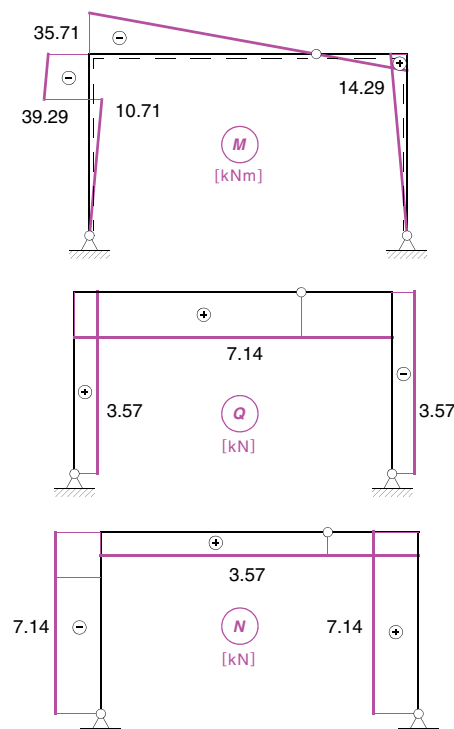


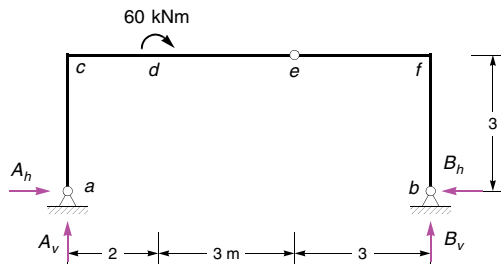
$$\begin{aligned} \sum H = 0: & Q_{c-d} - 3.571 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 3.571 \\ \sum V = 0: & -N_{a-d} - 7.143 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = -7.143 \\ \sum M_{(c)} = 0: & M_{c,u} - 3.571 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_{c,u} = 10.713 \end{aligned}$$

- Rundschnitt Knoten c (Kräfte nicht dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



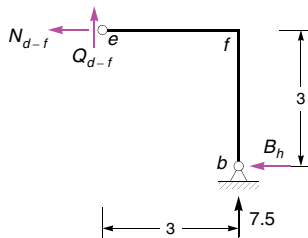
Aufgabe 4.36

Die Momentenlinie im Riegel muss geradlinig ohne Knick durch den Gelenkpunkt verlaufen, die Steigung entspricht der Querkraft des Riegels. Die Querkraft folgt aus den vertikalen Auflagerkräften. Im Angriffspunkt des Moments springt die Momentenlinie um den Betrag des angreifenden Moments.

- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 8 - 60 = 0 \Rightarrow B_v = 7.5$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt e, rechtes Teilsystem

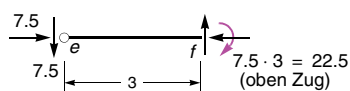


$$\begin{aligned} \sum M_{(e)} = 0: & 7.5 \cdot 3 - B_h \cdot 3 = 0 \Rightarrow B_h = 7.5 \\ \sum V = 0: & -Q_{d-f} - 7.5 = 0 \Rightarrow Q_{d-f} = -7.5 \\ \sum H = 0: & -N_{d-f} - B_h = 0 \Rightarrow N_{d-f} = -B_h = -7.5 \end{aligned}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\begin{aligned} \sum H = 0: & A_h - 7.5 = 0 \Rightarrow A_h = 7.5 \\ \sum V = 0: & \Rightarrow A_v = -7.5 \end{aligned}$$

- Bereich e – f (Schnitt links von f)



- Bereich d – e

Das Moment rechts von Punkt d folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

$$22.5 \cdot \frac{3}{3} = 22.5 \text{ (unten Zug)}$$

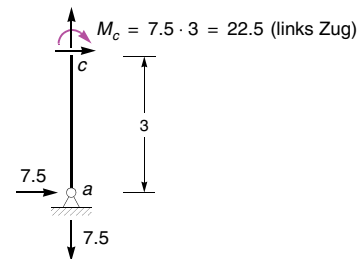
- Rundschnitt Knoten d (Kräfte nicht dargestellt)

$$60 - 22.5 = 37.5 \text{ (oben Zug)} \quad \text{and} \quad 22.5$$

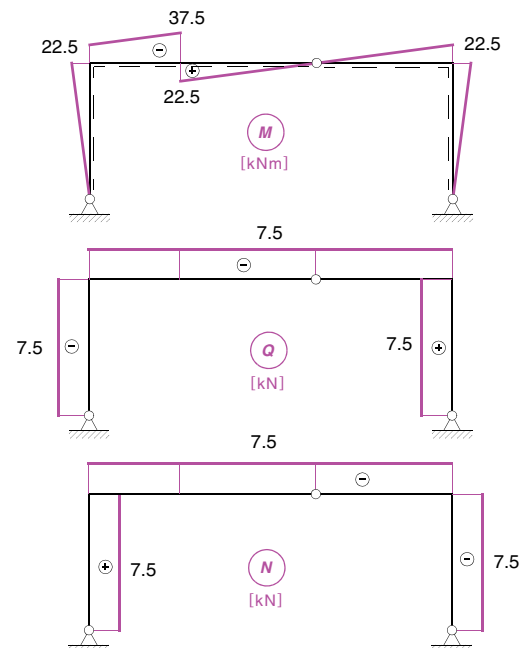
- Rundschnitte Knoten a und b



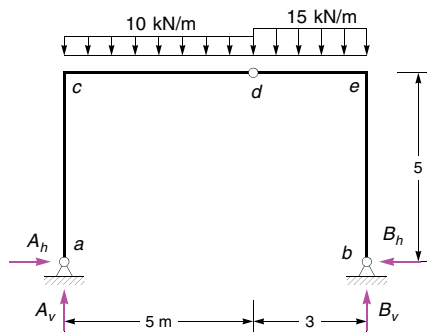
- Bereich a – c (Schnitt unterhalb von c)



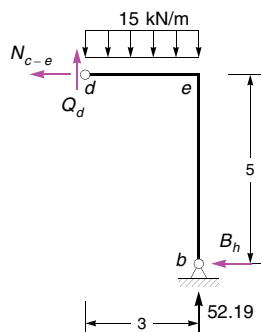
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.37



- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v
 $\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 8 - 10 \cdot 5^2/2 - 15 \cdot 3 \cdot 6.5 = 0 \Rightarrow B_v = 52.19$
- Schnitt durch den Gelenkpunkt d , rechtes Teilsystem

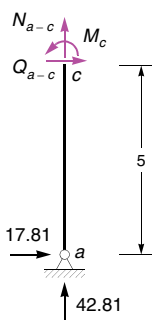


$$\begin{aligned} \sum M_{(d)} = 0: & 52.19 \cdot 3 - 15 \cdot 3^2/2 - B_h \cdot 5 = 0 \Rightarrow B_h = 17.81 \\ \sum V = 0: & -Q_d - 52.19 + 15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow Q_d = -7.19 \\ \sum H = 0: & -N_{c-e} - B_h = 0 \Rightarrow N_{c-e} = -B_h = -17.81 \end{aligned}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

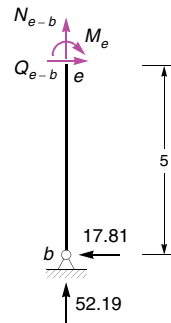
$$\begin{aligned} \sum H = 0: & A_h - 17.81 = 0 \Rightarrow A_h = 17.81 \\ \sum V = 0: & -A_v + 10 \cdot 5 + 15 \cdot 3 - 52.19 = 0 \Rightarrow A_v = 42.81 \end{aligned}$$

- Bereich $a-c$ (Schnitt unterhalb von c)



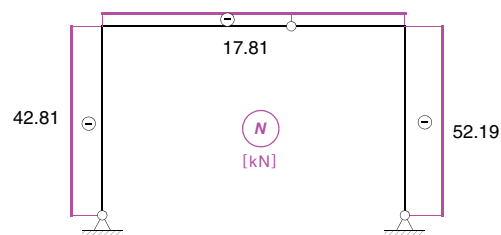
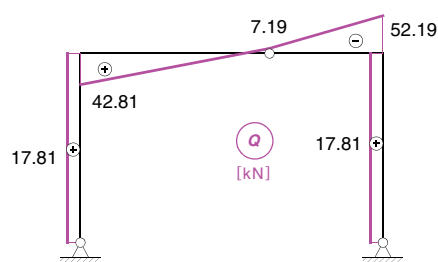
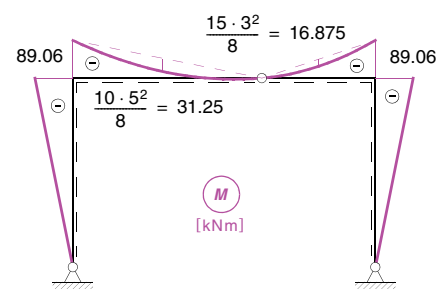
$$\begin{aligned} \sum H = 0: & Q_{a-c} + 17.81 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = -17.81 \\ \sum V = 0: & -N_{a-c} - 42.81 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = -42.81 \\ \sum M_{(c)} = 0: & M_c + 17.81 \cdot 5 = 0 \Rightarrow M_c = -89.06 \end{aligned}$$

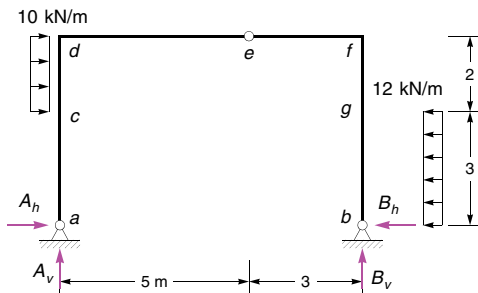
- Bereich $e-b$ (Schnitt unterhalb von e)



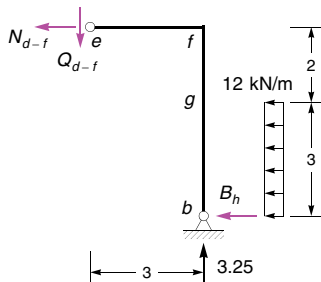
$$\begin{aligned} \sum H = 0: & Q_{e-b} - 17.81 = 0 \Rightarrow Q_{e-b} = 17.81 \\ \sum V = 0: & -N_{e-b} - 52.19 = 0 \Rightarrow N_{e-b} = -52.19 \\ \sum M_{(e)} = 0: & -M_e - 17.81 \cdot 5 = 0 \Rightarrow M_e = -89.06 \end{aligned}$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.38

- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v
 $\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 8 - 10 \cdot 2 \cdot 4 + 12 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow B_v = 3.25$
- Schnitt durch den Gelenkpunkt e, rechtes Teilsystem

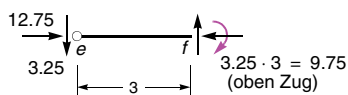


$$\begin{aligned} \sum M_{(e)} = 0: & 3.25 \cdot 3 - 12 \cdot 3 \cdot 3.5 - B_h \cdot 5 = 0 \Rightarrow B_h = -23.25 \\ \sum V = 0: & -Q_{d-f} - 3.25 = 0 \Rightarrow Q_{d-f} = -3.25 \\ \sum H = 0: & -N_{d-f} - B_h - 12 \cdot 3 = 0 \\ & \Rightarrow N_{d-f} = -(-23.25) - 36 = -12.75 \end{aligned}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\begin{aligned} \sum H = 0: & A_h + 10 \cdot 2 - 12 \cdot 3 + 23.25 = 0 \Rightarrow A_h = -7.25 \\ \sum V = 0: & \Rightarrow A_v = -B_v = -3.25 \end{aligned}$$

- Bereich e – f (Schnitt links von f)

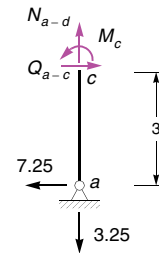


- Bereich d – e

Das Moment im Punkt d folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

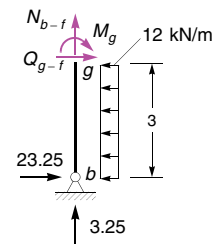
$$9.75 \cdot \frac{5}{3} = 16.25 \text{ (unten Zug)}$$

- Bereich a – c (Schnitt unterhalb von c)



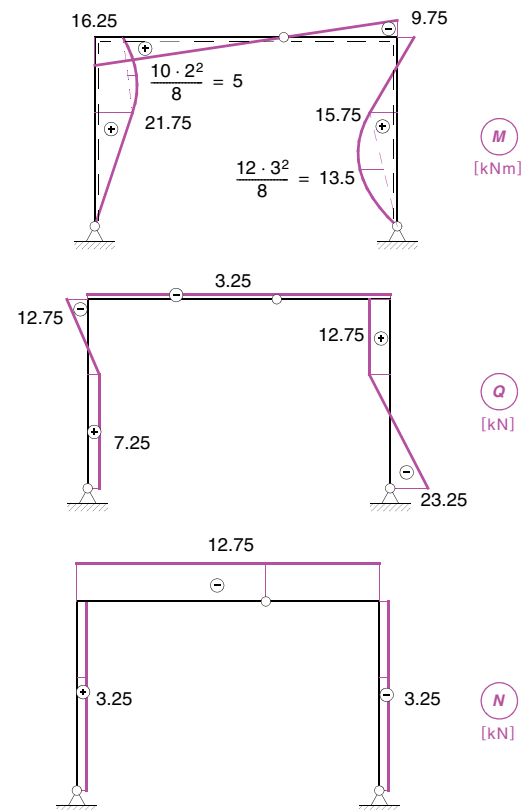
$$\begin{aligned} \sum H = 0: & Q_{a-c} - 7.25 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = 7.25 \\ \sum V = 0: & -N_{a-d} + 3.25 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = 3.25 \\ \sum M_{(c)} = 0: & M_c - 7.25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_c = 21.75 \end{aligned}$$

- Bereich g – b (Schnitt unterhalb von c)

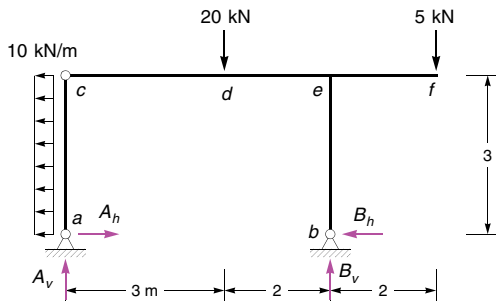


$$\begin{aligned} \sum H = 0: & Q_{g-f} + 23.25 - 12 \cdot 3 = 0 \Rightarrow Q_{g-f} = 12.75 \\ \sum V = 0: & -N_{b-f} - 3.25 = 0 \Rightarrow N_{b-f} = -3.25 \\ \sum M_{(g)} = 0: & -M_g + 23.25 \cdot 3 - 12 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow M_g = 15.75 \end{aligned}$$

- Darstellung der Zustandslinien



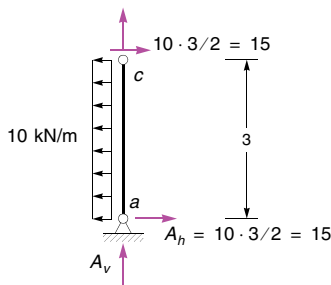
Aufgabe 4.39



- Ermittlung der vertikalen Auflagerkraft B_v

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 5 + 10 \cdot 3^2/2 - 20 \cdot 3 - 5 \cdot 7 = 0 \Rightarrow B_v = 10$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt c, linkes Teilsystem

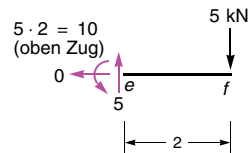


- Kräftesummen am Gesamtsystem:

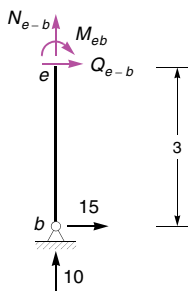
$$\sum H = 0: -B_h - 10 \cdot 3 + 15 = 0 \Rightarrow B_h = -15$$

$$\sum V = 0: -A_v - 10 + 20 + 5 = 0 \Rightarrow A_v = 15$$

- Bereich e – f (Schnitt rechts von e)



- Bereich e – b (Schnitt unterhalb von e)

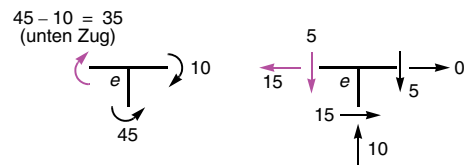


$$\sum H = 0: Q_{e-b} + 15 = 0 \Rightarrow Q_{e-b} = -15$$

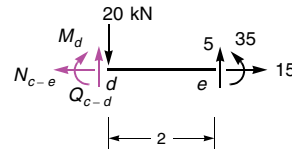
$$\sum V = 0: -N_{e-b} - 10 = 0 \Rightarrow N_{e-b} = -10$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -M_{eb} + 15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_{eb} = 45$$

- Rundschnitt Knoten e (Kräfte und Momente getrennt dargestellt)



- Bereich d – e (Schnitt links von e und links von d)

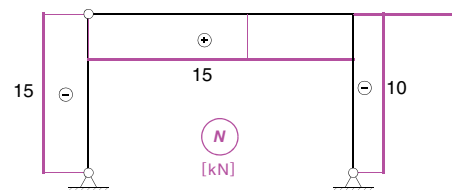
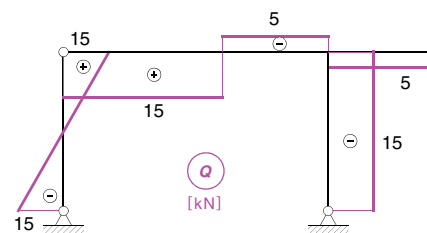
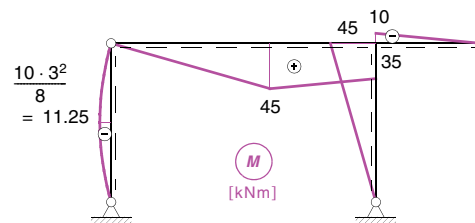


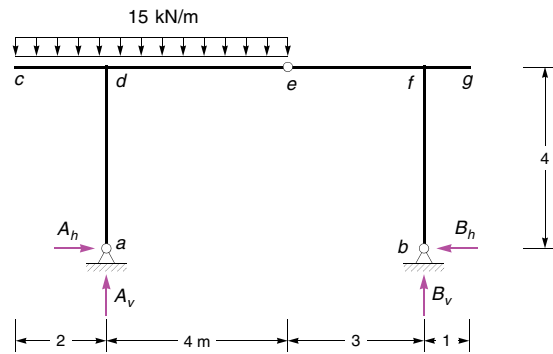
$$\sum H = 0: -N_{c-e} + 15 = 0 \Rightarrow N_{c-e} = 15$$

$$\sum V = 0: -Q_{c-d} - 5 + 20 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 15$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d + 5 \cdot 2 + 35 = 0 \Rightarrow M_d = 45$$

- Darstellung der Zustandslinien

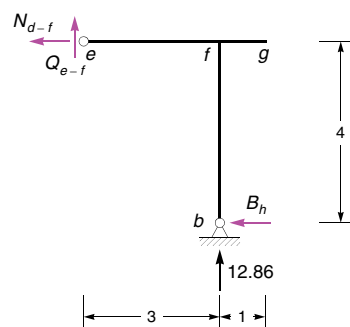


Aufgabe 4.40

- Ermittlung der Auflagerkraft B_v

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 7 - 15 \cdot 6 \cdot 1 = 0 \Rightarrow B_v = 12.86$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt e , rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(e)} = 0: 12.86 \cdot 3 - B_h \cdot 4 = 0 \Rightarrow B_h = 9.643$$

$$\sum V = 0: -Q_{e-f} - 12.86 = 0 \Rightarrow Q_{e-f} = -12.86$$

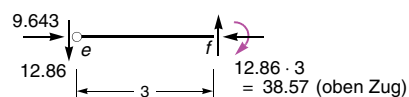
$$\sum H = 0: -N_{d-f} - B_h = 0 \Rightarrow N_{d-f} = -B_h = -9.643$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

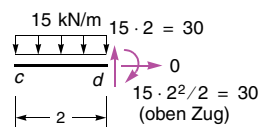
$$\sum H = 0: \Rightarrow A_h = B_h = 9.643$$

$$\sum V = 0: -A_v - 12.86 + 15 \cdot 6 = 0 \Rightarrow A_v = 77.14$$

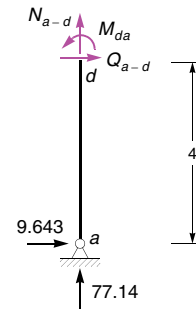
- Bereich $e-f$ (Schnitt links von f)



- Bereich $c-d$ (Schnitt links von d)



- Bereich $a-d$ (Schnitt unterhalb von d)

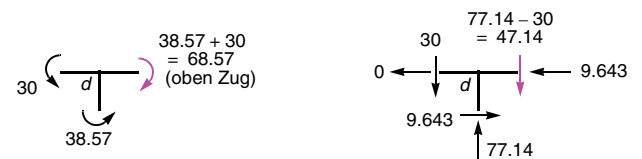


$$\sum H = 0: Q_{a-d} + 9.643 = 0 \Rightarrow Q_{a-d} = -9.643$$

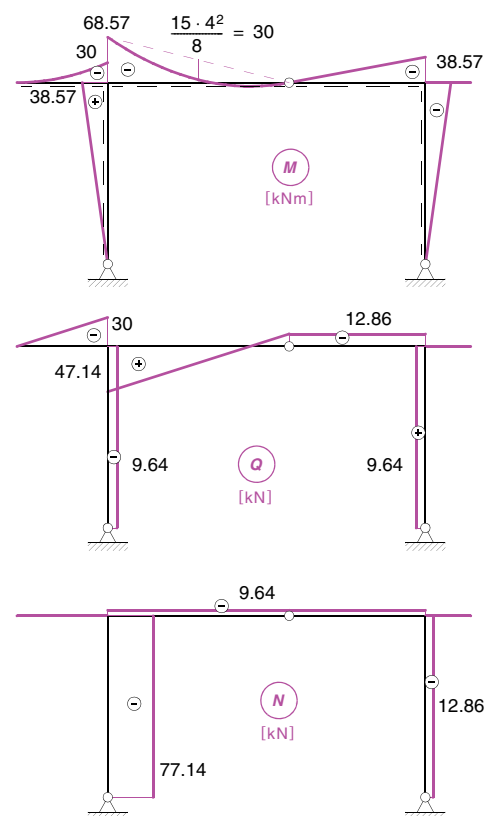
$$\sum V = 0: -N_{a-d} - 77.14 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = -77.14$$

$$\sum M_{(d)} = 0: M_{da} + 9.643 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_{da} = -38.57$$

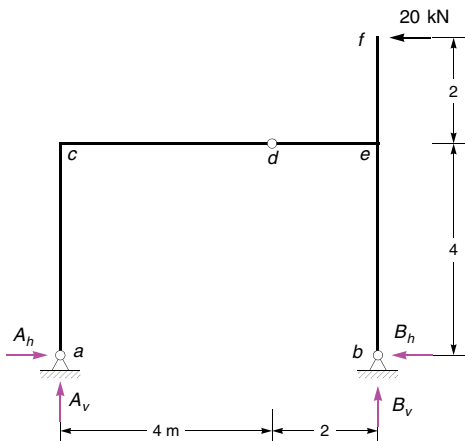
- Rundschnitt Knoten d (Kräfte und Momente getrennt dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.41



- Ermittlung der Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 6 + 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B_v = -20$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_v = -B_v = 20$$

Da die linke Scheibe unbelastet ist, muss die resultierende Auflagerkraft A durch den Gelenkpunkt gehen. Daraus folgt:

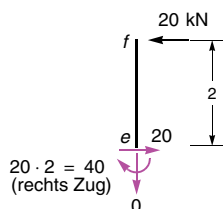
$$A_h = A_v = 20$$

$$\sum H = 0: \Rightarrow B_h = 0$$

- Rundschnitte Knoten a und b



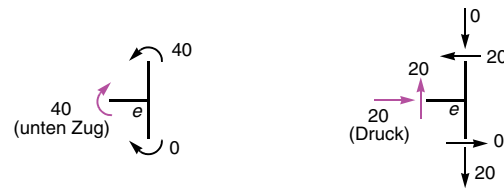
- Bereich e – f (Schnitt oberhalb von e)



- Bereich b – e

Da die horizontale Auflagerkraft B_h gleich null ist, sind die Momente in diesem Stab gleich null.

- Rundschnitt Knoten e (Kräfte und Momente getrennt dargestellt)

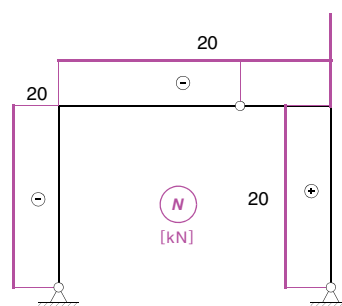
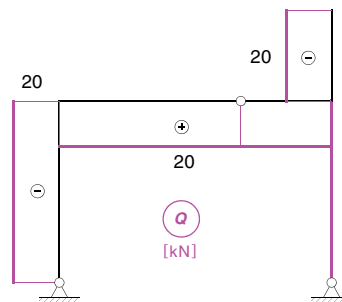
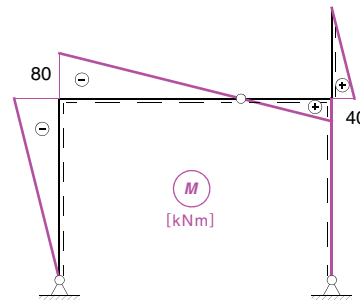


- Bereich c – d

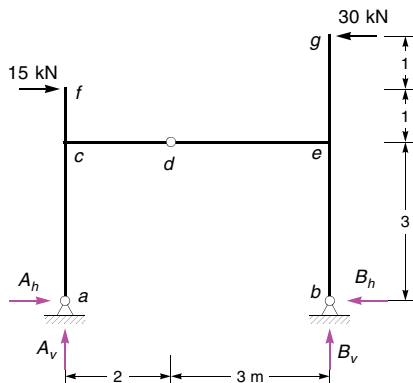
Das Moment im Punkt c folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

$$40 \cdot \frac{4}{2} = 80 \text{ (oben Zug).}$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.42



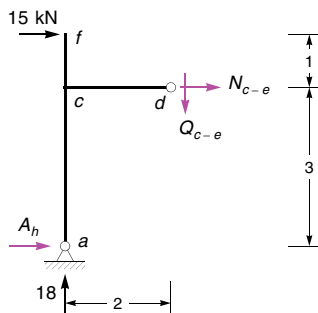
Für beide vertikalen Kragarme können die Schnittgrößen unmittelbar ermittelt werden. Der geradlinige Momentenverlauf im Riegel folgt aus der Querkraft und der Nullstelle im Gelenkpunkt d . Die Querkraft des Riegels ergibt sich aus den vertikalen Auflagerkräften. Die Momente in den Stielen ergeben sich aus der Bedingung $\sum M = 0$ an den freigeschnittenen Knoten c und e . Aus der bekannten Momentenlinie folgen die restlichen Querkräfte und die Normalkräfte lassen sich durch Kräftegleichgewichtsbedingungen an den freigeschnittenen Knoten ermitteln.

- Ermittlung der vertikalen Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B_V \cdot 5 - 15 \cdot 4 + 30 \cdot 5 = 0 \Rightarrow B_V = 18$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_V = -B_V = 18$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt d , linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: A_h \cdot 3 - 15 \cdot 1 - 18 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_h = 17$$

$$\sum V = 0: Q_{c-e} - 18 = 0 \Rightarrow Q_{c-e} = 18$$

$$\begin{aligned} \sum H = 0: N_{c-e} + A_h + 15 &= 0 \\ \Rightarrow N_{c-e} &= -17 - 15 = -32 \end{aligned}$$

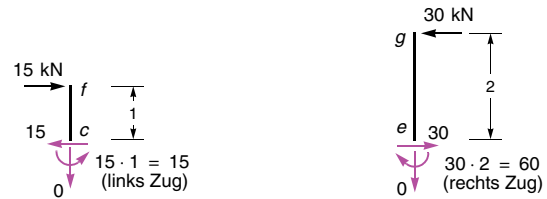
- Horizontale Kräftesumme am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0: -B_h + 15 - 30 + 17 = 0 \Rightarrow B_h = 2$$

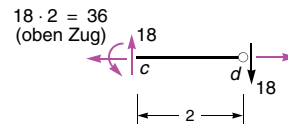
- Rundschnitte Auflagerpunkte a und b



- Kragarme $c-f$ und $e-g$



- Bereich $c-d$



- Bereich $d-e$

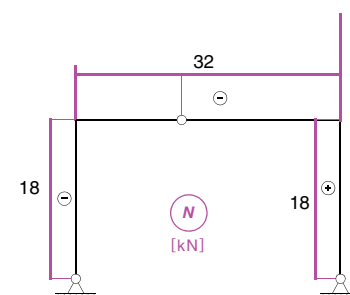
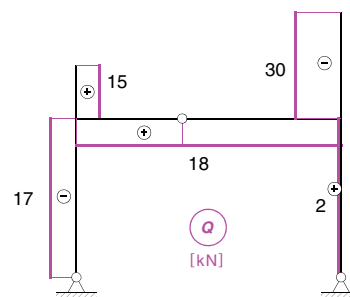
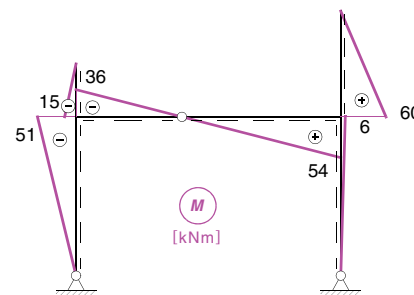
Das Moment im Punkt e folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

$$36 \cdot \frac{3}{2} = 54 \text{ (unten Zug).}$$

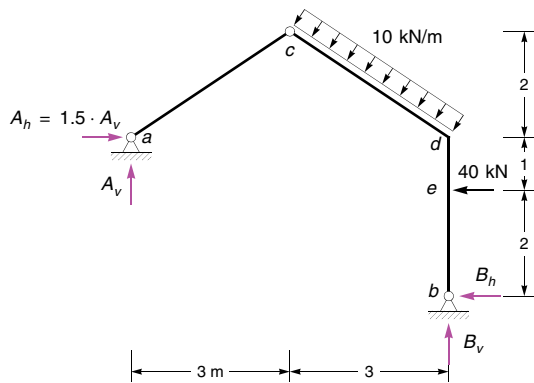
- Rundschnitte Knoten c und e (Kräfte nicht dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.43



Der Pendelstab $a - c$ kann nur Kräfte in Richtung der Stabachse aufnehmen. Dadurch liegt die Richtung der resultierenden Auflagerkraft A und damit das Verhältnis der Komponenten fest. Die horizontale Auflagerkraft wird durch die vertikale Kraft ausgedrückt.

- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

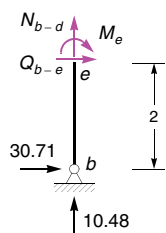
$$\sum M_{(b)} = 0: -A_v \cdot 6 - 1.5 \cdot A_v \cdot 3 + 40 \cdot 2 + 10 \cdot 2 \cdot 4 + 10 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow A_v = 19.52$$

$$A_h = 1.5 \cdot A_v = 1.5 \cdot 19.52 = 29.29$$

$$\sum H = 0: -B_h - 10 \cdot 2 - 40 + 29.29 = 0 \Rightarrow B_h = -30.71$$

$$\sum V = 0: -B_v - 19.52 + 10 \cdot 3 = 0 \Rightarrow B_v = 10.48$$

- Bereich $b - e$ (Schnitt unterhalb von e)

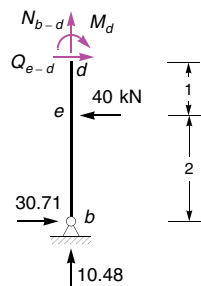


$$\sum H = 0: Q_{b-e} + 30.71 = 0 \Rightarrow Q_{b-e} = -30.71$$

$$\sum V = 0: -N_{b-e} - 10.48 = 0 \Rightarrow N_{b-e} = -10.48$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -M_e + 30.71 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = 61.43$$

- Bereich $b - d$ (Schnitt unterhalb von d)



$$\sum H = 0: Q_{e-d} + 30.71 - 40 = 0 \Rightarrow Q_{e-d} = 9.29$$

$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d + 30.71 \cdot 3 - 40 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_d = 52.14$$

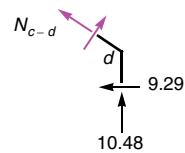
- Querkraft im Bereich $c - d$

$$Q = \pm \frac{10 \cdot \sqrt{13}}{2} + \frac{52.14 - 0}{\sqrt{13}} = \pm 18.03 + 14.46$$

$$Q_{cd} = 18.03 + 14.46 = 32.49$$

$$Q_{dc} = -18.03 + 14.46 = -3.57$$

- Rundschnitt Knoten d

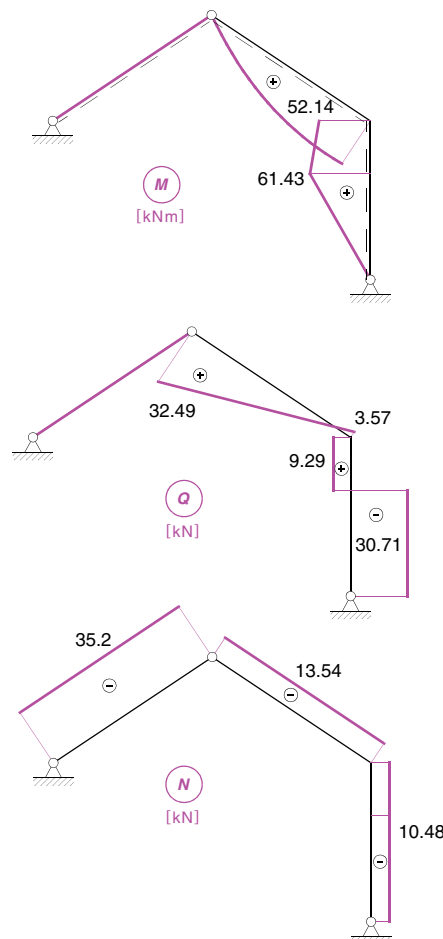


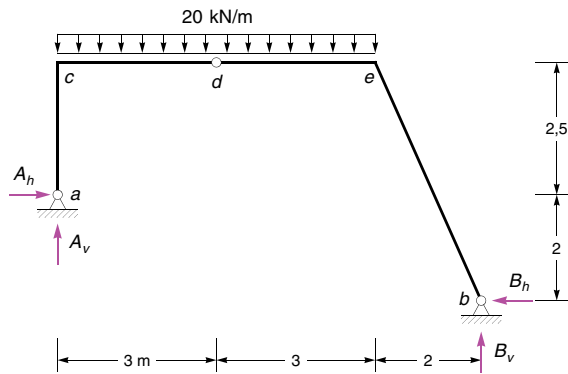
$$N_{c-d} = -9.29 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} - 10.48 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -13.54$$

- Normalkraft im Stab $a - c$

$$N_{a-c} = -\sqrt{A_h^2 + A_v^2} = -\sqrt{29.29^2 + 19.52^2} = -35.20$$

- Darstellung der Zustandslinien



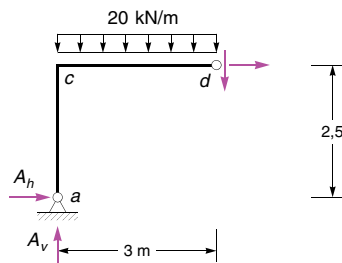
Aufgabe 4.44

- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_{(b)} = 0$ am Gesamtsystem

$$\sum M_{(b)} = 0: -A_v \cdot 8 - A_h \cdot 2 + 20 \cdot 6 \cdot 5 = 0$$

$$8A_v + 2A_h - 600 = 0$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt d, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: -A_v \cdot 3 + A_h \cdot 2.5 + 20 \cdot 3^2 / 2 = 0$$

$$3A_v - 2.5A_h - 90 = 0$$

- Gleichungssystem und Lösung

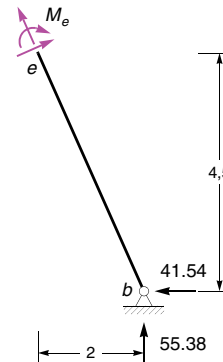
$$\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 3 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_v \\ A_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -600 \\ -90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_v \\ A_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64.62 \\ 41.54 \end{bmatrix}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0: \Rightarrow B_h = A_h = 41.54$$

$$\sum V = 0: -B_v - 64.62 + 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B_v = 55.38$$

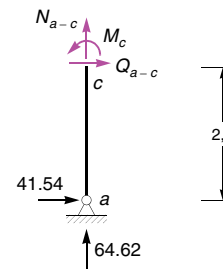
- Bereich e – b (Schnitt unterhalb von e)



$$\sum M_{(e)} = 0: M_e - 41.54 \cdot 4.5 + 55.38 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow M_e = -76.15$$

- Bereich a – c (Schnitt unterhalb von c)



$$\sum H = 0: Q_{a-c} + 41.54 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = -41.54$$

$$\sum V = 0: -N_{a-c} - 64.62 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = -64.62$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 41.54 \cdot 2.5 = 0 \Rightarrow M_c = -103.85$$

- Ermittlung der Querkräfte

$$Q_{cd} = \pm \frac{20 \cdot 3}{2} + \frac{0 - (-103.85)}{3} = \pm 30 + 34.62$$

$$Q_c = 30 + 34.62 = 64.62$$

$$Q_d = -30 + 34.62 = 4.62$$

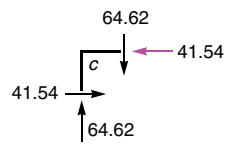
$$Q_{de} = \pm \frac{20 \cdot 3}{2} + \frac{-76.15 - 0}{3} = \pm 30 - 25.38$$

$$Q_d = 30 - 25.38 = 4.62$$

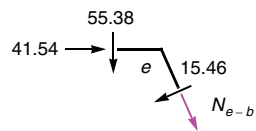
$$Q_e = -30 - 25.38 = -55.38$$

$$Q_{e-b} = \frac{0 - (-76.15)}{\sqrt{4.5^2 + 2^2}} = 15.46$$

- Rundschnitt Knoten c (Momente nicht dargestellt)



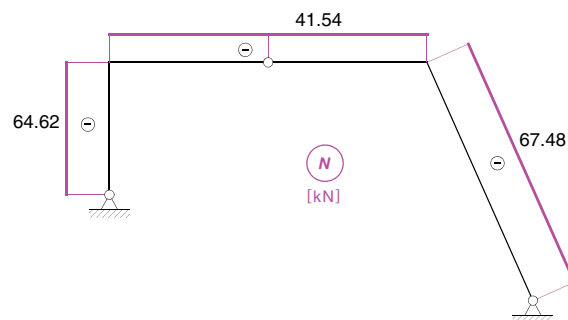
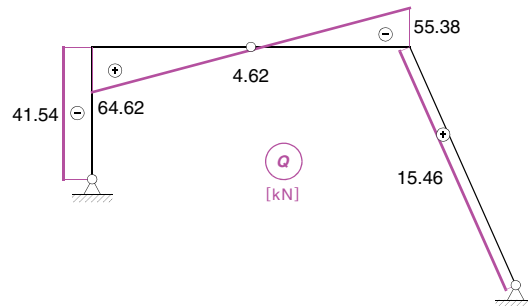
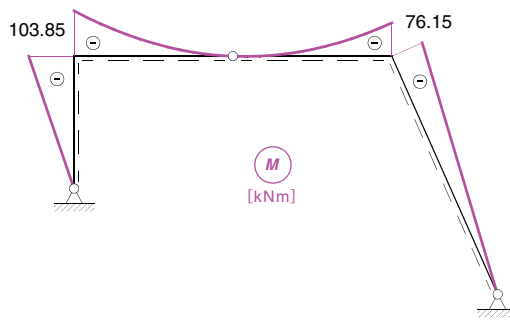
- Rundschnitt Knoten e (Momente nicht dargestellt)

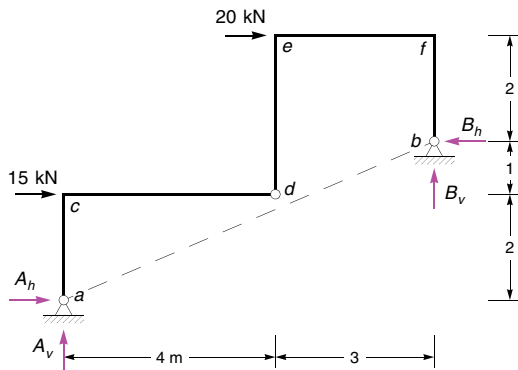


$$\sum H = 0: N_{e-b} \cdot \frac{2}{\sqrt{4.5^2 + 2^2}} - 15.47 \cdot \frac{4.5}{\sqrt{4.5^2 + 2^2}} + 41.54 = 0$$

$$\Rightarrow N_{e-b} = -67.48$$

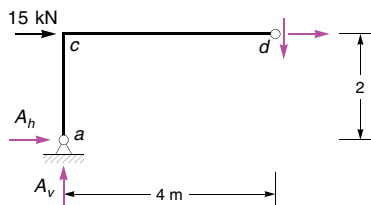
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.45

Achtung: Läge der Gelenkpunkt d mit den Auflagerpunkten a und b auf einer Geraden, wäre das System kinematisch verschieblich!

- Schnitt durch den Gelenkpunkt d , linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: A_h \cdot 2 - A_v \cdot 4 = 0 \Rightarrow A_h = 2A_v$$

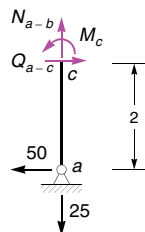
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\begin{aligned} \sum M_{(b)} = 0: A_h \cdot 3 - A_v \cdot 7 + 15 \cdot 1 - 20 \cdot 2 &= 0 \\ 2A_v \cdot 3 - A_v \cdot 7 + 15 \cdot 1 - 20 \cdot 2 &= 0 \\ \Rightarrow A_v = -25 \Rightarrow A_h = 2A_v = -50 \end{aligned}$$

$$\sum H = 0: -50 + 15 + 20 - B_h = 0 \Rightarrow B_h = -15$$

$$\sum V = 0: 25 - B_v = 0 \Rightarrow B_v = 25$$

- Bereich $a - c$ (Schnitt unterhalb von c)

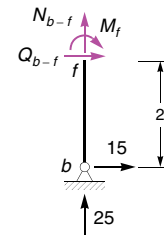


$$\sum H = 0: Q_{a-c} - 50 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = 50$$

$$\sum V = 0: -N_{a-c} + 25 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = 25$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c - 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 100$$

- Bereich $b - f$ (Schnitt unterhalb von f)

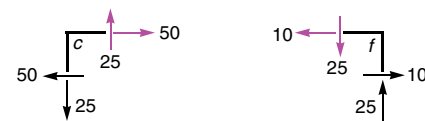


$$\sum H = 0: Q_{b-f} + 10 = 0 \Rightarrow Q_{b-f} = -10$$

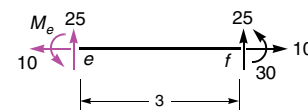
$$\sum V = 0: -N_{b-f} - 25 = 0 \Rightarrow N_{b-f} = -25$$

$$\sum M_{(f)} = 0: -M_f + 15 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_f = 30$$

- Rundschnitte Knoten c und f (Momente nicht dargestellt)

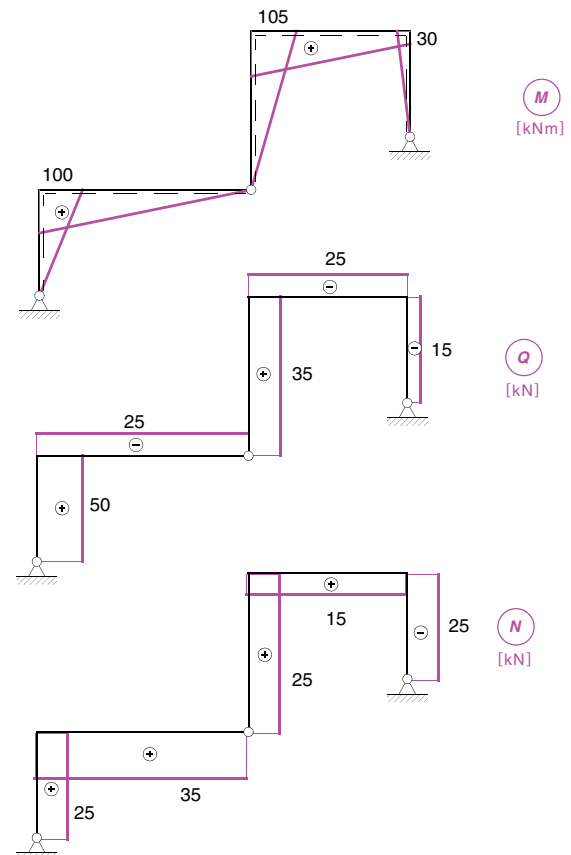


- Bereich $e - f$ (Schnitt links von f , rechts von e)

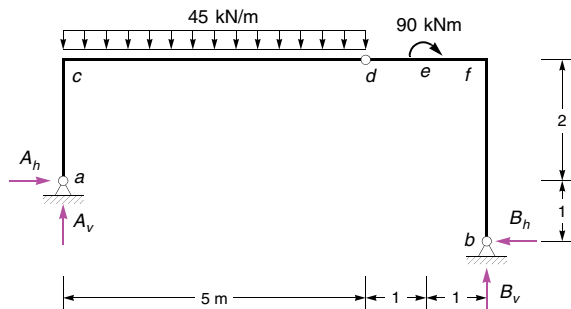


$$\sum M_{(e)} = 0: M_e + 30 + 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_e = 105$$

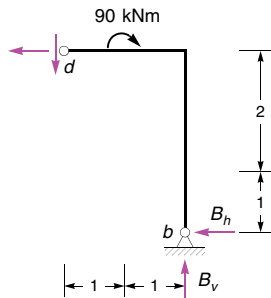
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.46



- Schnitt durch den Gelenkpunkt d , rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: B_v \cdot 2 - B_h \cdot 3 - 90 = 0$$

$$2B_v - 3B_h - 90 = 0$$

- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_{(a)} = 0$ am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 7 - B_h \cdot 1 - 45 \cdot 5^2/2 - 90 = 0$$

$$7B_v - B_h - 652.5 = 0$$

- Gleichungssystem und Lösung

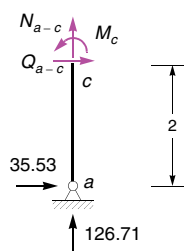
$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -90 \\ -652.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 98.29 \\ 35.53 \end{bmatrix}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0: \Rightarrow A_h = B_h = 35.53$$

$$\sum V = 0: -A_v - 98.29 + 45 \cdot 5 = 0 \Rightarrow A_v = 126.71$$

- Bereich $a - c$ (Schnitt unterhalb von c)



$$\sum H = 0: Q_{a-c} + 35.53 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = -35.53$$

$$\sum V = 0: -N_{a-c} - 126.71 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = -126.71$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 35.53 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = -71.05$$

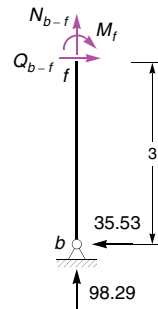
- Querkraft im Bereich $c - d$

$$Q_{cd} = \pm \frac{45 \cdot 5}{2} + \frac{0 - (-71.05)}{5} = \pm 112.5 + 14.21$$

$$Q_c = 112.5 + 14.21 = 126.71$$

$$Q_d = -112.5 + 14.21 = -98.29$$

- Bereich $b - f$ (Schnitt unterhalb von f)

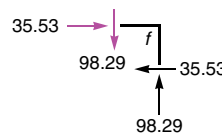


$$\sum H = 0: Q_{b-f} - 35.53 = 0 \Rightarrow Q_{b-f} = 35.53$$

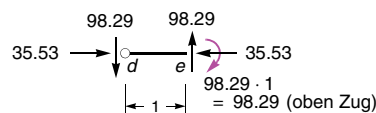
$$\sum V = 0: -N_{b-f} - 98.29 = 0 \Rightarrow N_{b-f} = -98.29$$

$$\sum M_{(f)} = 0: -M_f - 35.53 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_f = -106.58$$

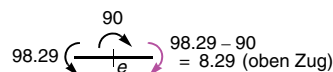
- Rundschnitt Knoten f (Momente nicht dargestellt)



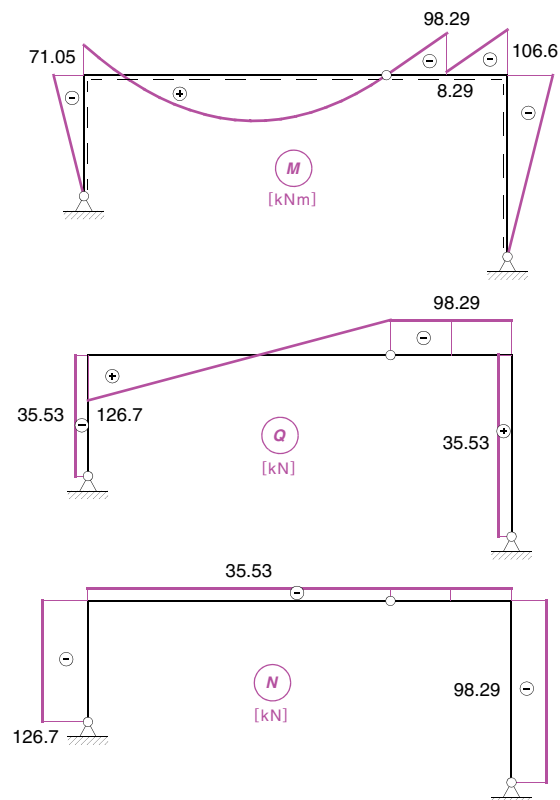
- Bereich $d - e$ (Schnitt links von e)

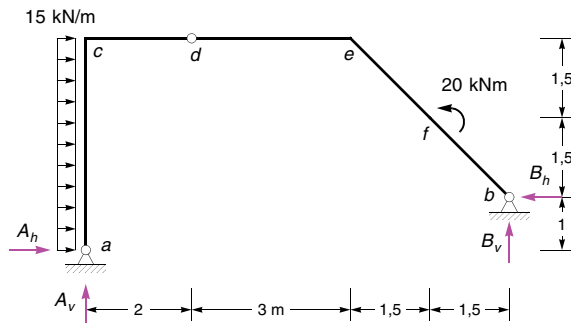


- Rundschnitt Knoten e (Kräfte nicht dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



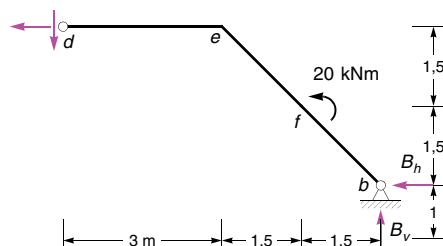
Aufgabe 4.47

- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_{(a)} = 0$ am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 8 + B_h \cdot 1 - 15 \cdot 4^2 / 2 + 20 = 0$$

$$8B_v + B_h - 100 = 0$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt d , rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: B_v \cdot 6 - B_h \cdot 3 + 20 = 0$$

$$6B_v - 3B_h + 20 = 0$$

- Gleichungssystem und Lösung

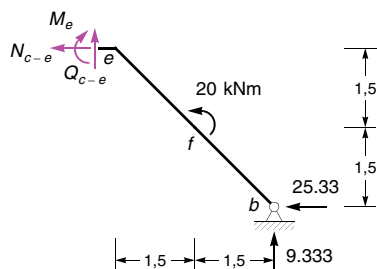
$$\begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -100 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.333 \\ 25.33 \end{bmatrix}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0: A_h - 25.33 + 15 \cdot 4 = 0 \Rightarrow A_h = -34.67$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_v = -B_v = -9.333$$

- Bereich $e-b$ (Schnitt links von e)



$$\sum H = 0: -N_{c-e} - 25.33 = 0 \Rightarrow N_{c-e} = -25.33$$

$$\sum V = 0: -Q_{c-e} - 9.333 = 0 \Rightarrow Q_{c-e} = -9.333$$

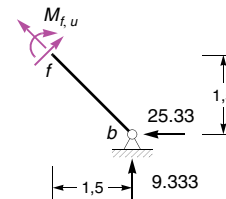
$$\sum M_{(e)} = 0: -M_e - 25.33 \cdot 3 + 9.333 \cdot 3 + 20 = 0 \Rightarrow M_e = -28$$

- Bereich $c-d$

Das Moment im Punkt c folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

$$28 \cdot \frac{2}{3} = 18.67 \text{ (unten Zug).}$$

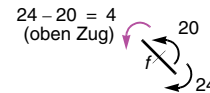
- Bereich $f-b$ (Schnitt unterhalb von f)



$$\sum M_{(f)} = 0: -M_{f,u} - 25.33 \cdot 1.5 + 9.333 \cdot 1.5 = 0$$

$$\Rightarrow M_{f,u} = -24$$

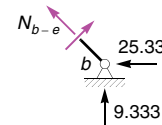
- Rundschnitt Knoten f (Kräfte nicht dargestellt)



- Querkraft im Bereich $b-e$

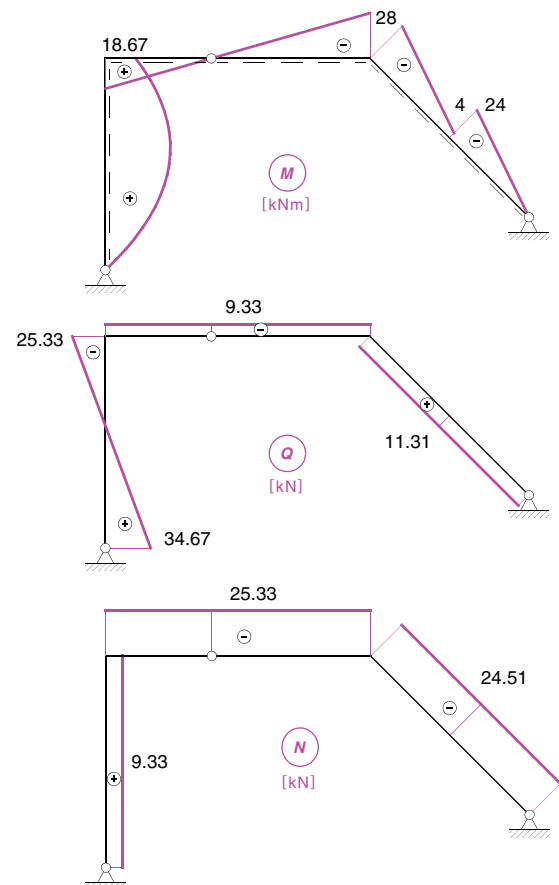
$$Q_{b-e} = \frac{0 - (-24)}{1.5 \cdot \sqrt{2}} = 11.31$$

- Rundschnitt Auflagerpunkt b

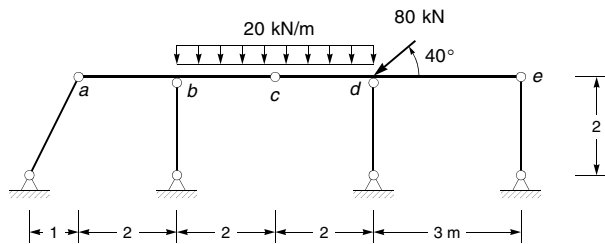


$$N_{b-e} = \frac{-25.33 - 9.333}{\sqrt{2}} = -24.51$$

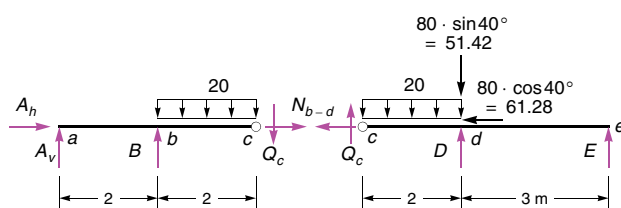
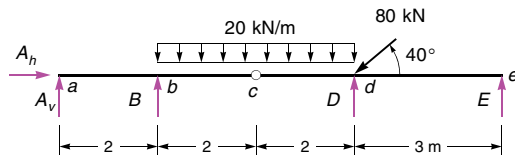
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.49



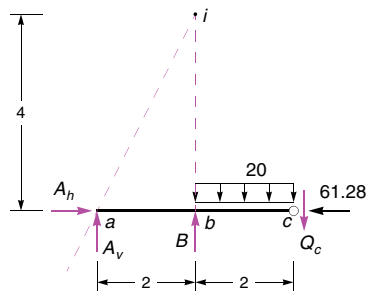
- Freischnitten der biegesteifen Balken und Schnitt durch den Gelenkpunkt c



- Rechtes Teilsystem:

$$\sum H = 0: -N_{b-d} - 61.28 = 0 \Rightarrow N_{b-d} = -61.28$$

- Linkes Teilsystem:



Der Schnittpunkt der Auflagerkräfte A und B wird als Bezugspunkt für die Gleichgewichtsbedingung $\sum M = 0$ gewählt. Aus dieser Gleichung lässt sich die Querkraft im Punkt c direkt ermitteln.

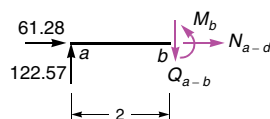
$$\begin{aligned} \sum M_{(i)} = 0: & -Q_c \cdot 2 - 61.28 \cdot 4 - 20 \cdot 2^2/2 = 0 \\ \Rightarrow & Q_c = -142.57 \end{aligned}$$

Die Auflagerkraft im Punkt a wirkt in Richtung des Pendelstabes. Daraus folgt das Verhältnis der Komponenten: $A_v = 2A_h$

$$\begin{aligned} \sum H = 0: & A_h - 61.28 = 0 \Rightarrow A_h = 61.28 \\ \Rightarrow & A_v = 2 \cdot 61.28 = 122.57 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum V = 0: & Q_c - A_v - B + 20 \cdot 2 = 0 \\ -142.57 - 122.57 - B + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow & B = -225.14 \end{aligned}$$

- Bereich a – b (Schnitt links von b)

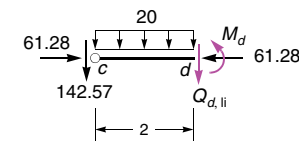


$$\sum H = 0: N_{a-d} + 61.28 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = -61.28$$

$$\sum V = 0: Q_{a-b} - 122.57 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = 122.57$$

$$\sum M_{(b)} = 0: M_b - 122.57 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = 245.14$$

- Bereich c – d (Schnitt links von d)



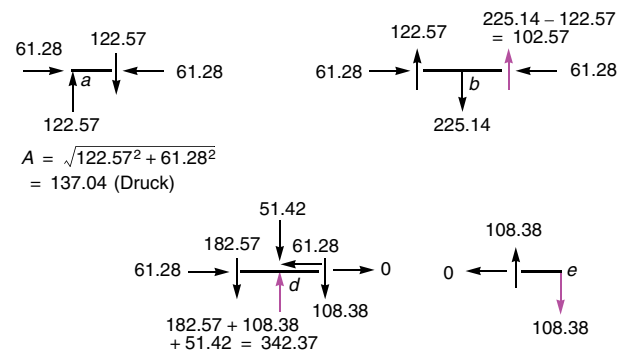
$$\sum V = 0: Q_{d,li} + 142.57 + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q_{d,li} = -182.57$$

$$\begin{aligned} \sum M_{(d)} = 0: & M_d + 142.57 \cdot 2 + 20 \cdot 2^2/2 = 0 \\ \Rightarrow & M_d = -325.14 \end{aligned}$$

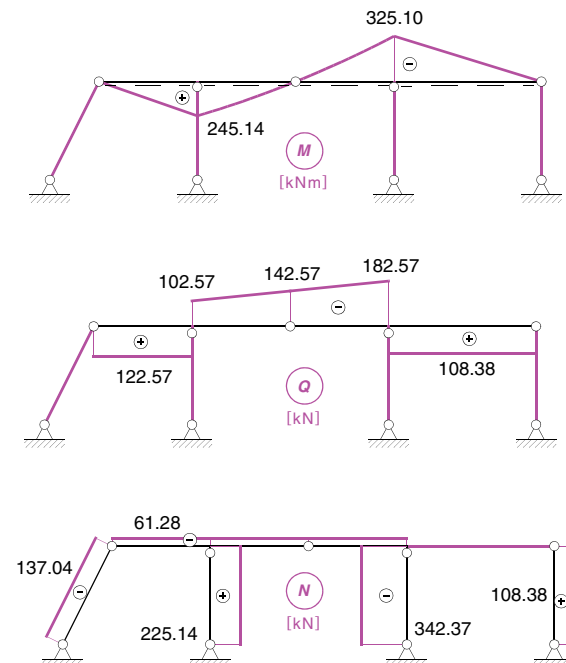
- Querkraft im Bereich d – e

$$Q_{d-e} = \frac{0 - (-325.14)}{3} = 108.38$$

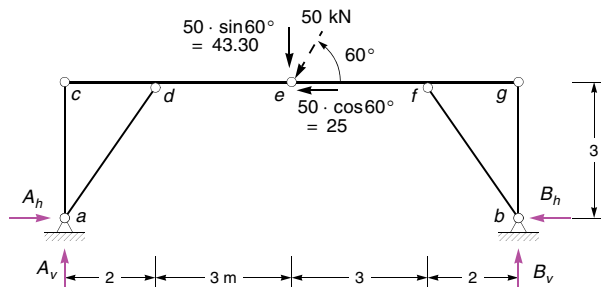
- Rundschnitte Knoten a, b, d und e



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.50

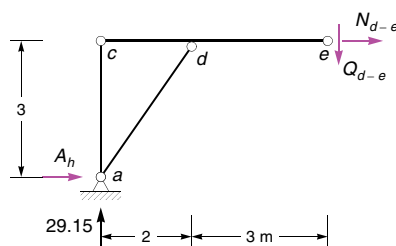


Da beide Auflagerpunkte auf gleicher Höhe liegen, können die vertikalen Auflagerkräfte unmittelbar berechnet werden.

$$\sum M_{(a)} = 0: B_v \cdot 10 - 43.30 \cdot 5 + 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow B_v = 14.15$$

$$\sum V = 0: -A_v - 14.15 + 43.30 = 0 \Rightarrow A_v = 29.15$$

- Schnitt links von e, linkes Teilsystem

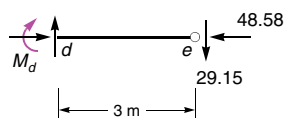


$$\sum M_{(e)} = 0: A_h \cdot 3 - 29.15 \cdot 5 = 0 \Rightarrow A_h = 48.58$$

$$\sum H = 0: N_{d-e} + 48.58 = 0 \Rightarrow N_{d-e} = -48.58$$

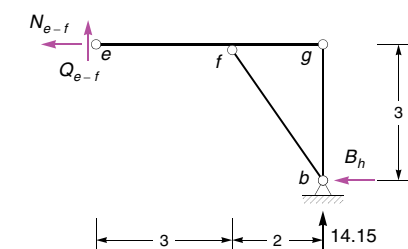
$$\sum V = 0: Q_{d-e} - 29.15 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = 29.15$$

- Bereich d – e



$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d - 29.15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_d = -87.45$$

- Schnitt rechts von e, rechtes Teilsystem

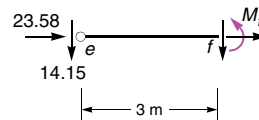


$$\sum M_{(e)} = 0: -B_h \cdot 3 + 14.15 \cdot 5 = 0 \Rightarrow B_h = 23.58$$

$$\sum H = 0: -N_{e-f} - 23.58 = 0 \Rightarrow N_{e-f} = -23.58$$

$$\sum V = 0: -Q_{e-f} - 14.15 = 0 \Rightarrow Q_{e-f} = -14.15$$

- Bereich e – f



$$\sum M_{(f)} = 0: M_f + 14.15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_f = -42.45$$

- Querkraft in den Bereichen c – d und f – g

$$Q_{c-d} = \frac{-87.45 - 0}{2} = -43.73$$

$$Q_{f-g} = \frac{0 - (-42.45)}{2} = 21.23$$

- Rundschnitte Punkte c und g



- Rundschnitte Auflagerpunkte a und b



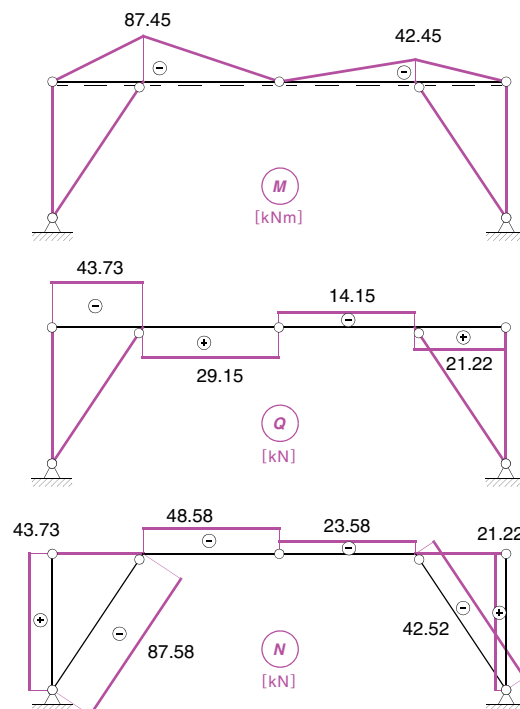
Punkt a:

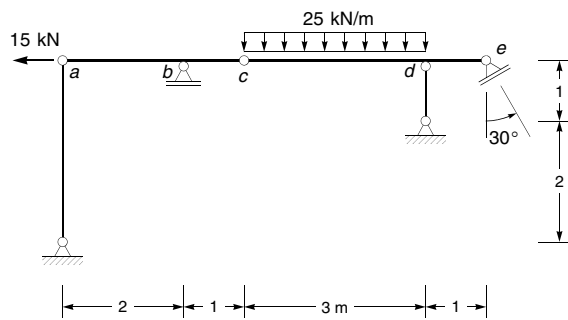
$$\sum H = 0: N_{a-d} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + 48.58 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = -87.59$$

Punkt b:

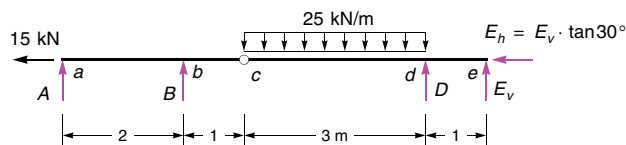
$$\sum H = 0: -N_{b-f} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - 23.58 = 0 \Rightarrow N_{b-f} = -42.52$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.51

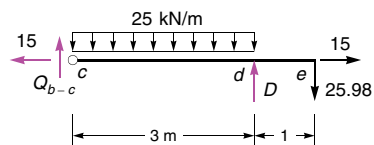
- Freischnitten des biegesteifen Riegels von den Auflagern
Die Pendelstäbe übertragen nur Kräfte in Richtung der Stabachse und entsprechen einwertigen Auflagern.



$$\sum H = 0: -E_h - 15 = 0 \Rightarrow E_h = -15$$

$$\Rightarrow E_v = \frac{E_h}{\tan 30^\circ} = \frac{-15}{\tan 30^\circ} = -25.98$$

- Schnitt im Punkt c, rechtes Teilsystem



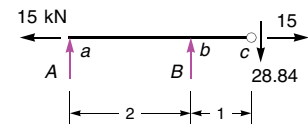
$$\sum M_{(d)} = 0: -Q_{b-c} \cdot 3 + 25 \cdot 3^2/2 - 25.98 \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow Q_{b-c} = 28.84$$

$$\sum V = 0: -D - 28.84 + 25.98 + 25 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow D = 72.14$$

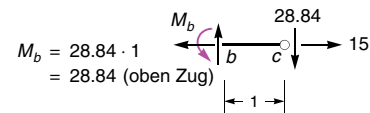
- Schnitt im Punkt c, linkes Teilsystem



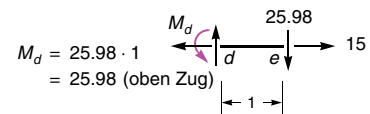
$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 2 - 28.84 \cdot 1 = 0 \Rightarrow A = -14.42$$

$$\sum V = 0: -B + 14.42 + 28.84 = 0 \Rightarrow B = 43.26$$

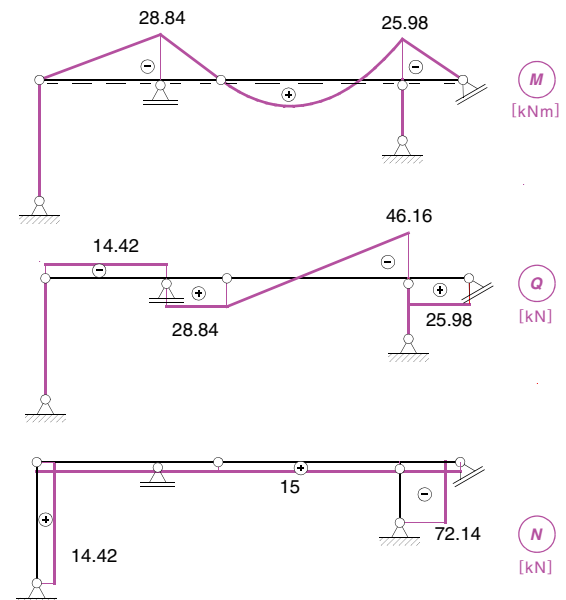
- Bereich b – c



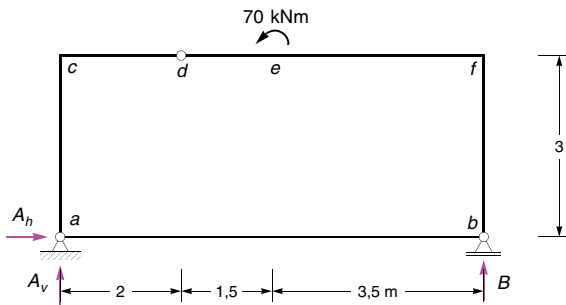
- Bereich d – e



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.52



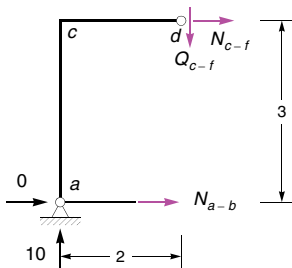
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 7 + 70 = 0 \Rightarrow B = -10$$

$$\sum H = 0: \Rightarrow A_h = 0$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_v = -B = 10$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt d und den Stab a-b, linkes Teilsystem

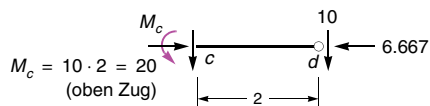


$$\sum M_{(d)} = 0: N_{a-b} \cdot 3 + 10 \cdot 2 = 0 \Rightarrow N_{a-b} = 6.667$$

$$\sum H = 0: \Rightarrow N_{c-f} = -N_{a-b} = -6.667$$

$$\sum V = 0: Q_{c-f} - 10 = 0 \Rightarrow Q_{c-f} = 10$$

- Bereich c-d

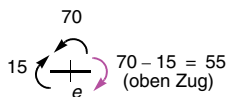


- Bereich c-d-e

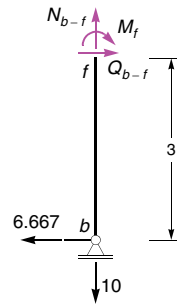
Das Moment rechts von Punkt d folgt geometrisch aus dem geradlinigen Verlauf (ohne Knick) im Riegel mit:

$$20 \cdot \frac{1.5}{2} = 15 \text{ (unten Zug)}$$

- Rundschnitt Knoten e (Kräfte nicht dargestellt)



- Bereich b-f (Schnitt unterhalb von f)

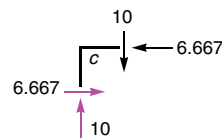


$$\sum M_{(f)} = 0: -M_f - 6.667 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_f = -20$$

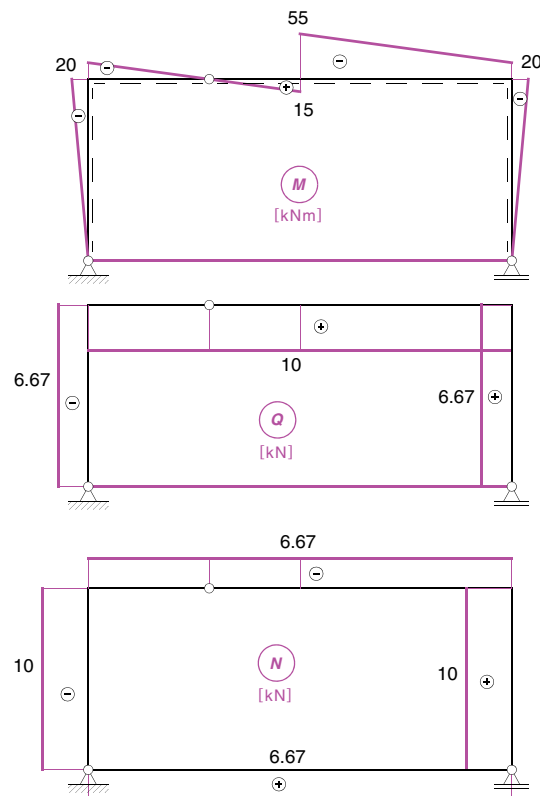
$$\sum H = 0: Q_{b-f} - 6.667 = 0 \Rightarrow Q_{b-f} = 6.667$$

$$\sum V = 0: -N_{b-f} + 10 = 0 \Rightarrow N_{b-f} = 10$$

- Rundschnitt Knoten c (Momente nicht dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



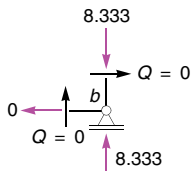
Aufgabe 4.53

- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

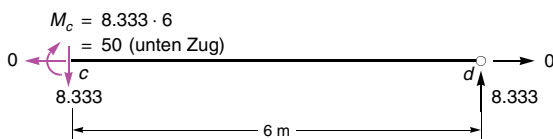
$$\begin{aligned}\sum M_{(a)} = 0: & \quad B \cdot 6 - 25 \cdot 2^2 / 2 = 0 \Rightarrow B = 8.333 \\ \sum H = 0: & \quad A_h + 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_h = -50 \\ \sum V = 0: & \quad \Rightarrow A_v = -B = -8.333\end{aligned}$$

- Rundschnitt Knoten b

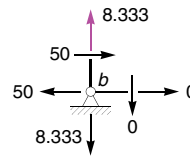
Die Pendelstäbe $a-b$ und $b-d$ übertragen nur Kräfte in Richtung ihrer Achse, daher sind Querkräfte und Momente gleich null.



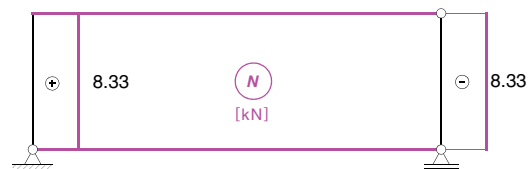
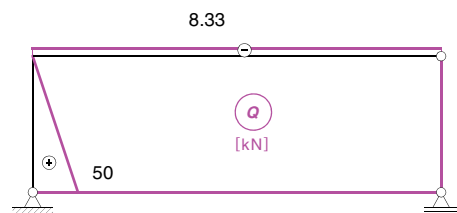
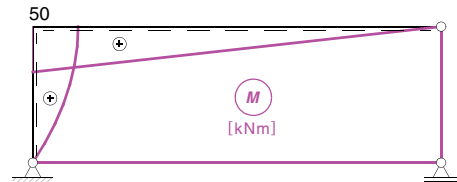
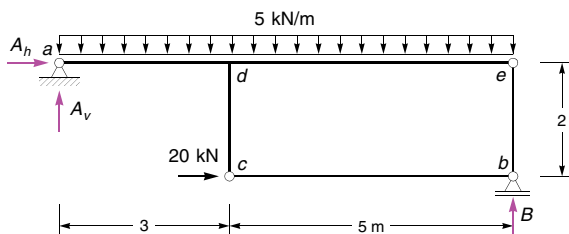
- Bereich $c-d$



- Rundschnitt Knoten a



- Darstellung der Zustandslinien

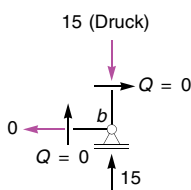
**Aufgabe 4.54**

- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

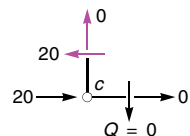
$$\begin{aligned}\sum M_{(a)} = 0: & \quad B \cdot 8 - 5 \cdot 8^2 / 2 + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow B = 15 \\ \sum V = 0: & \quad -A_v - 15 + 5 \cdot 8 = 0 \Rightarrow A_v = 25 \\ \sum H = 0: & \quad A_h + 20 = 0 \Rightarrow A_h = -20\end{aligned}$$

- Rundschnitt Knoten b

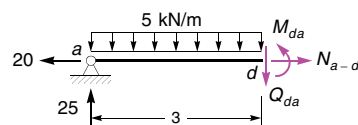
Die Pendelstäbe $c-b$ und $b-e$ übertragen nur Kräfte in Richtung ihrer Achse, daher sind Querkräfte und Momente gleich null.



- Rundschnitt Knoten c

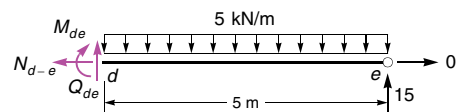


- Bereich $a-d$ (Schnitt links von d)



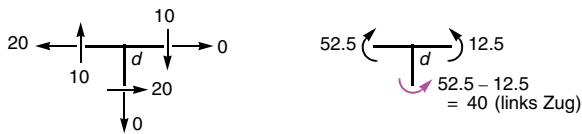
$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad N_{a-d} - 20 = 0 \Rightarrow N_{a-d} = 20 \\ \sum V = 0: & \quad Q_{da} + 5 \cdot 3 - 25 = 0 \Rightarrow Q_{da} = 10 \\ \sum M_{(d)} = 0: & \quad M_{da} + 5 \cdot 3^2 / 2 - 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_{da} = 52.5\end{aligned}$$

- Bereich $d-e$ (Schnitt rechts von d)

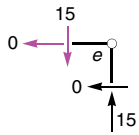


$$\begin{aligned}\sum H = 0: & \quad \Rightarrow N_{d-e} = 0 \\ \sum V = 0: & \quad Q_{de} + 5 \cdot 5 - 15 = 0 \Rightarrow Q_{de} = 10 \\ \sum M_{(d)} = 0: & \quad -M_{de} - 5 \cdot 5^2 / 2 + 15 \cdot 5 = 0 \Rightarrow M_{de} = 12.5\end{aligned}$$

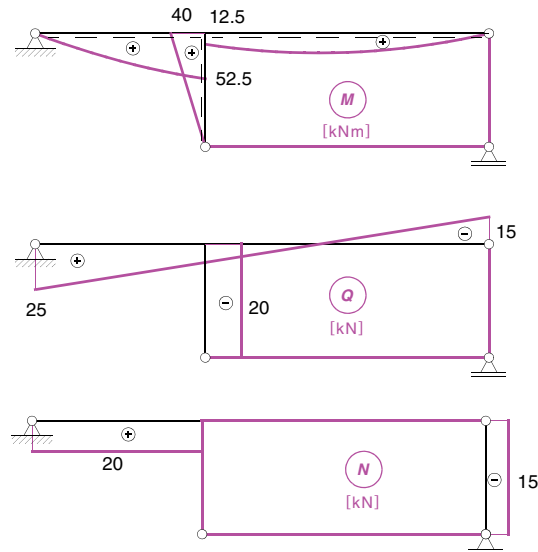
- Rundschnitt Knoten d (Kräfte und Momente getrennt dargestellt)



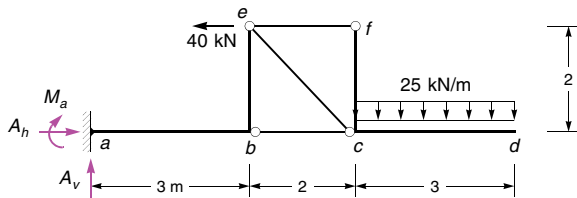
- Rundschnitt Knoten e



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.55



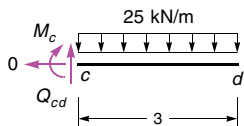
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: -M_a + 40 \cdot 2 - 25 \cdot 3 \cdot 6.5 = 0 \Rightarrow M_a = -407.5$$

$$\sum H = 0: A_h - 40 = 0 \Rightarrow A_h = 40$$

$$\sum V = 0: -A_v + 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow A_v = 75$$

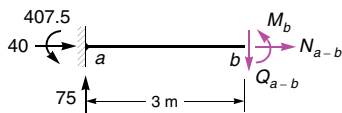
- Bereich $c-d$ (Schnitt rechts von c)



$$\sum M_{(c)} = 0: M_c - 25 \cdot 3^2 / 2 = 0 \Rightarrow M_c = -112.5$$

$$\sum V = 0: -Q_{cd} + 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow Q_{cd} = 75$$

- Bereich $a-b$ (Schnitt links von b)



$$\sum H = 0: N_{a-b} + 40 = 0 \Rightarrow N_{a-b} = -40$$

$$\sum V = 0: Q_{a-b} - 75 = 0 \Rightarrow Q_{a-b} = 75$$

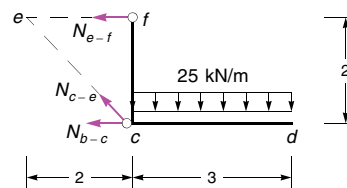
$$\sum M_{(b)} = 0: M_b + 407.5 - 75 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_b = -182.5$$

- Querkraft in den Stäben $b-e$ und $c-f$

$$Q_{b-e} = \frac{0 - (-182.5)}{2} = 91.25$$

$$Q_{c-f} = \frac{-112.5 - 0}{2} = -56.25$$

- Vertikaler Schnitt durch die Pendelstäbe, rechtes Teilsystem

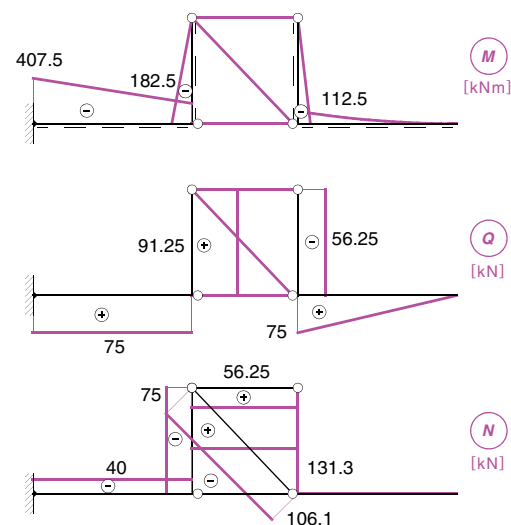


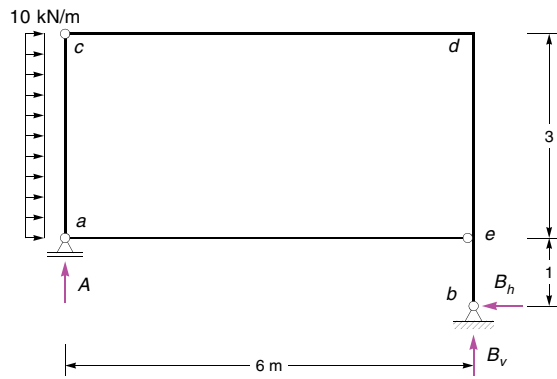
$$\sum M_{(c)} = 0: N_{e-f} \cdot 2 - 25 \cdot 3^2 / 2 = 0 \Rightarrow N_{e-f} = 56.25$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -N_{b-c} \cdot 2 - 25 \cdot 3 \cdot 3.5 = 0 \Rightarrow N_{b-c} = -131.25$$

$$\sum V = 0: -\frac{N_{c-e}}{\sqrt{2}} + 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow N_{c-e} = 106.07$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.56

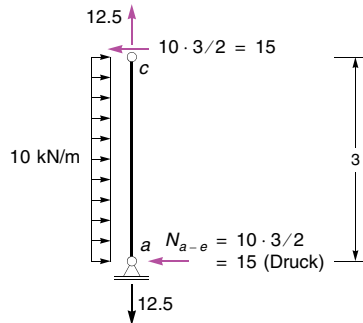
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 6 - 10 \cdot 3 \cdot 2.5 = 0 \Rightarrow A = -12.5$$

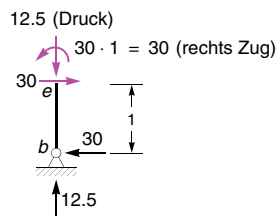
$$\sum H = 0: -B_h + 10 \cdot 3 = 0 \Rightarrow B_h = 30$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow B_v = -A = 12.5$$

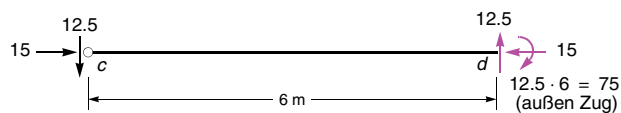
- Bereich a – c



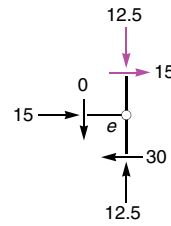
- Bereich b – e (Schnitt unterhalb von e)



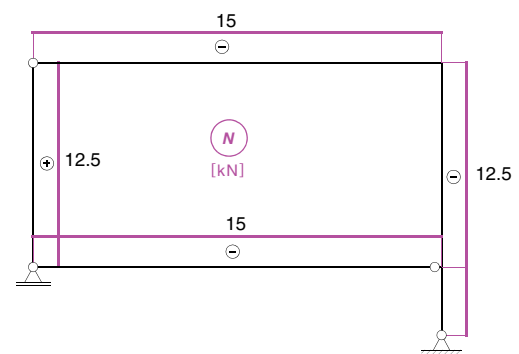
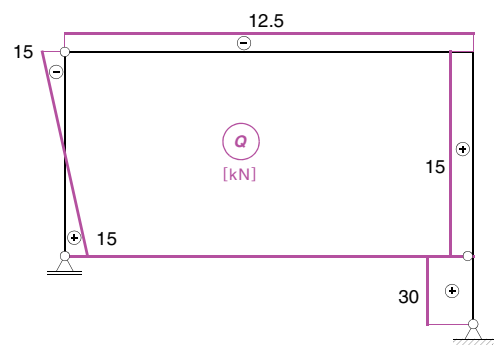
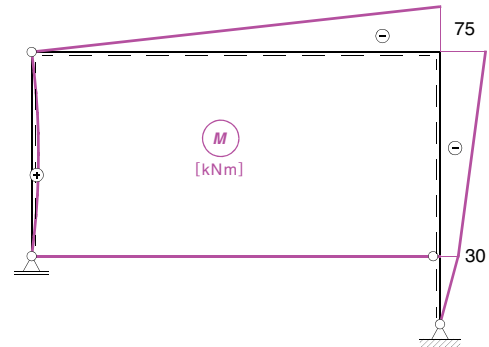
- Bereich c – d (Schnitt links von d und rechts von c)



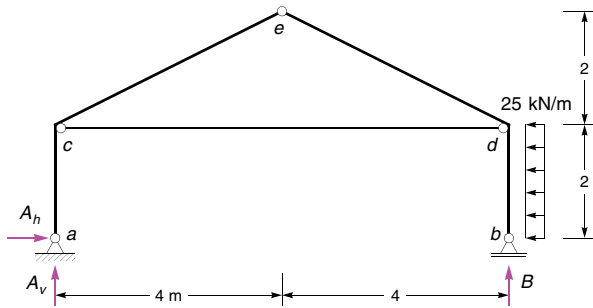
- Rundschnitt Knoten e



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.57



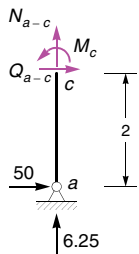
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 8 + 25 \cdot 2^2 / 2 = 0 \Rightarrow B = -6.25$$

$$\sum H = 0: A_h - 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_h = 50$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow A_v = -B = 6.25$$

- Bereich a – c (Schnitt unterhalb von c)

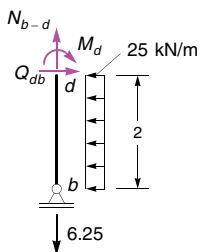


$$\sum H = 0: Q_{a-c} + 50 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = -50$$

$$\sum V = 0: -N_{a-c} - 6.25 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = -6.25$$

$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = -100$$

- Bereich b – d (Schnitt unterhalb von d)



$$\sum H = 0: Q_{db} - 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q_{db} = 50$$

$$\sum V = 0: N_{b-d} - 6.25 = 0 \Rightarrow N_{b-d} = 6.25$$

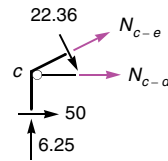
$$\sum M_{(d)} = 0: M_d - 25 \cdot 2^2 / 2 = 0 \Rightarrow M_d = -50$$

- Querkraft in den Stäben c – e und e – d

$$Q_{c-e} = \frac{0 - (-100)}{\sqrt{20}} = 22.36$$

$$Q_{e-d} = \frac{-50 - 0}{\sqrt{20}} = -11.18$$

- Rundschnitt Knoten e



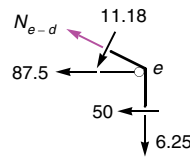
$$\sum V = 0: -N_{c-e} \cdot \frac{2}{\sqrt{20}} - 6.25 + 22.36 \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} = 0$$

$$\Rightarrow N_{c-e} = 30.75$$

$$\sum H = 0: N_{c-d} + 50 + 30.75 \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} + 22.36 \cdot \frac{2}{\sqrt{20}} = 0$$

$$\Rightarrow N_{c-d} = -87.5$$

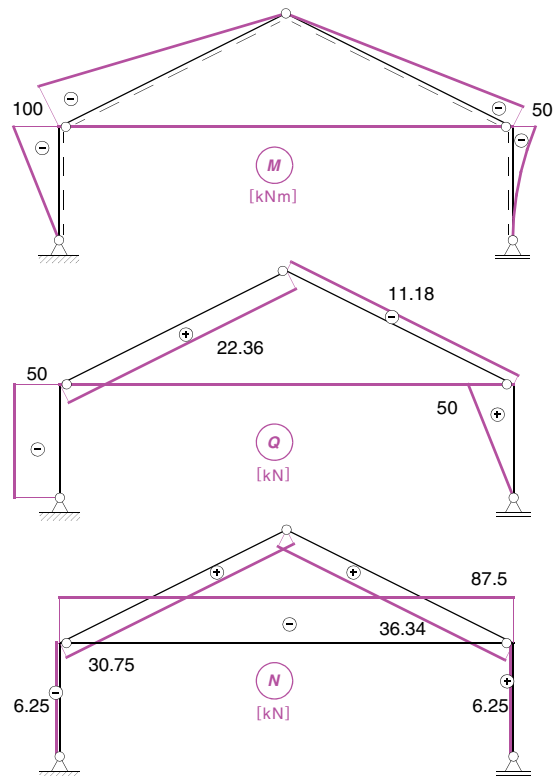
- Rundschnitt Knoten e

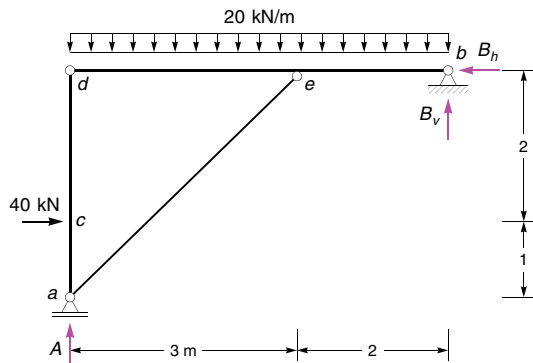


$$\sum V = 0: -N_{e-d} \cdot \frac{2}{\sqrt{20}} + 6.25 + 11.18 \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} = 0$$

$$\Rightarrow N_{e-d} = 36.34$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.58

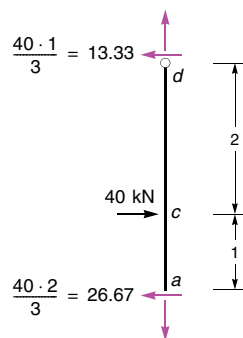
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 5 + 20 \cdot 5^2/2 + 40 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A = 66$$

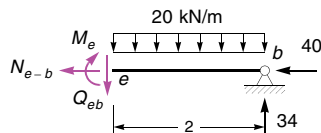
$$\sum H = 0: -B_h + 40 = 0 \Rightarrow B_h = 40$$

$$\sum V = 0: -B_v + 20 \cdot 5 - 66 = 0 \Rightarrow B_v = 34$$

- Bereich a – d



- Bereich e – b (Schnitt rechts von e)



$$\sum H = 0: -N_{e-b} - 40 = 0 \Rightarrow N_{e-b} = -40$$

$$\sum V = 0: Q_{eb} + 20 \cdot 2 - 34 = 0 \Rightarrow Q_{eb} = -6$$

$$\sum M_{(e)} = 0: -M_e - 20 \cdot 2^2/2 + 34 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = 28$$

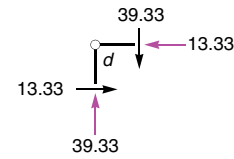
- Querkraft im Bereich d – e

$$Q = \pm \frac{20 \cdot 3}{2} + \frac{28 - 0}{3} = \pm 30 + 9.33$$

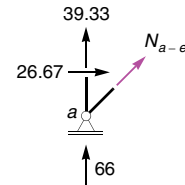
$$Q_{de} = 30 + 9.33 = 39.33$$

$$Q_{ed} = -30 + 9.33 = -20.67$$

- Rundschnitt Knoten d

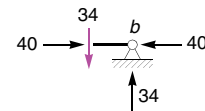


- Rundschnitt Knoten a

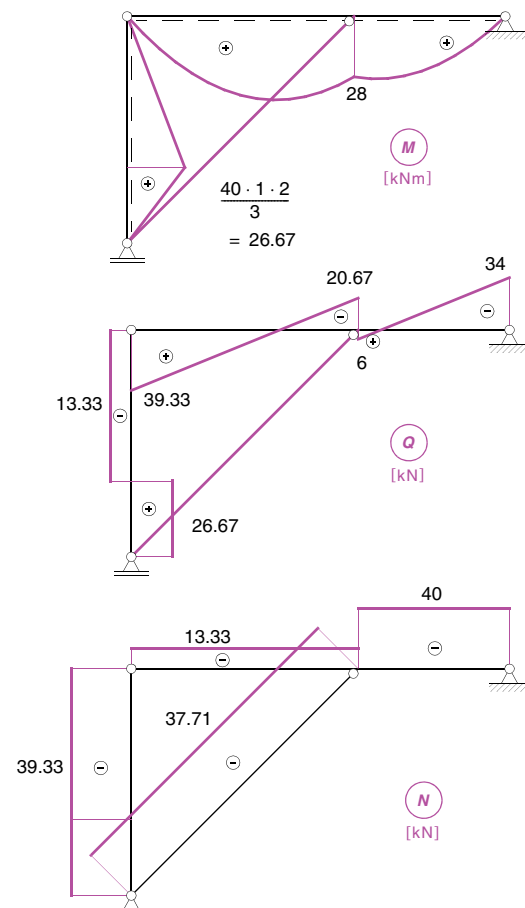


$$\sum H = 0: N_{a-e} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 26.67 = 0 \Rightarrow N_{a-e} = -37.71$$

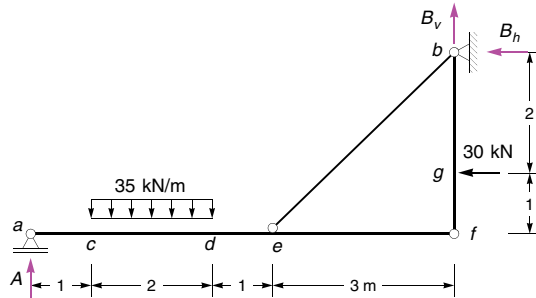
- Rundschnitt Knoten b



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.59



- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

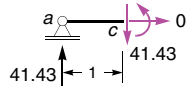
$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 7 + 35 \cdot 2 \cdot 5 - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A = 41.43$$

$$\sum H = 0: -B_h - 30 = 0 \Rightarrow B_h = -30$$

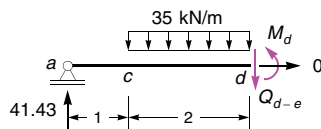
$$\sum V = 0: -B_v + 35 \cdot 2 - 41.43 = 0 \Rightarrow B_v = 28.57$$

- Bereich a – c

$$41.43 \cdot 1 = 41.43 \text{ (unten Zug)}$$



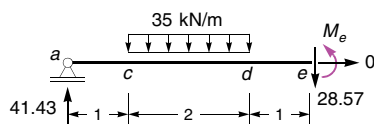
- Bereich a – d



$$\sum V = 0: Q_{d-e} + 35 \cdot 2 - 41.43 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = 28.57$$

$$\sum M_{(d)} = 0: M_d + 35 \cdot 2^2 / 2 - 41.43 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_d = 54.29$$

- Bereich a – e (Schnitt links von e)

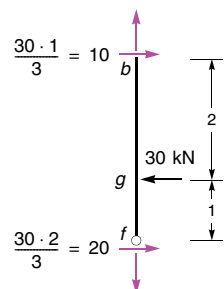


$$\sum M_{(e)} = 0: M_e + 35 \cdot 2 \cdot 2 - 41.43 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_e = 25.71$$

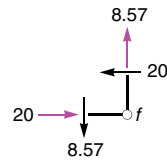
- Querkraft im Bereich e – f

$$Q_{e-f} = \frac{0 - 25.71}{3} = -8.57$$

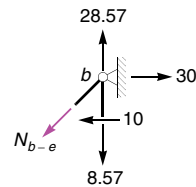
- Bereich f – b



- Rundschnitt Knoten f

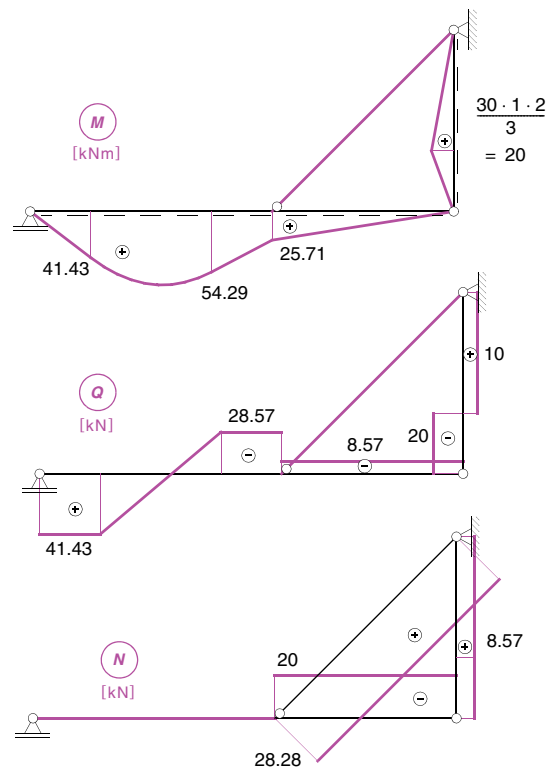


- Rundschnitt Knoten b

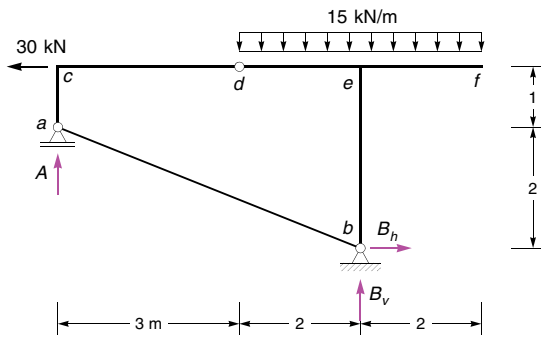


$$\sum H = 0: -N_{b-e} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 30 - 10 = 0 \Rightarrow N_{b-e} = 28.28$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.60



- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

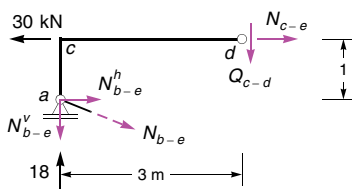
$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 5 + 30 \cdot 3 = 0 \Rightarrow A = 18$$

$$\sum H = 0: B_h - 30 = 0 \Rightarrow B_h = 30$$

$$\sum V = 0: -B_v + 15 \cdot 4 - 18 = 0 \Rightarrow B_v = 42$$

- Vertikaler Schnitt durch Punkt 'd', linkes Teilsystem

Die Normalkraft des Pendelstabes $a-b$ wird im Punkt a in ihre Komponenten zerlegt. Das Verhältnis der Komponenten folgt aus den Abmessungen des Stabes.



$$\sum M_{(d)} = 0: N_{b-e}^h \cdot 1 + N_{b-e}^v \cdot 3 - 18 \cdot 3 = 0$$

Mit $N_{b-e}^h = \frac{5}{2} N_{b-e}^v = 2.5 N_{b-e}^v$ folgt:

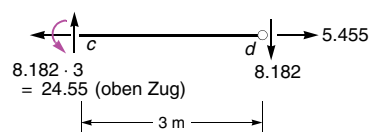
$$2.5 N_{b-e}^v \cdot 1 + N_{b-e}^v \cdot 3 - 18 \cdot 3 = 0 \Rightarrow N_{b-e}^v = 9.818$$

$$\Rightarrow N_{b-e}^h = 2.5 N_{b-e}^v = 2.5 \cdot 9.818 = 24.55$$

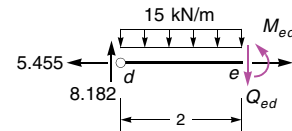
$$\sum H = 0: N_{c-d} + 24.55 - 30 = 0 \Rightarrow N_{c-d} = 5.455$$

$$\sum V = 0: Q_{c-d} + 9.818 - 18 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 8.182$$

- Bereich $c-d$ (Schnitt rechts von c)



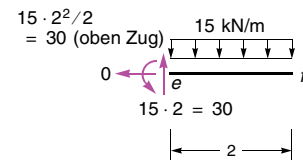
- Bereich $d-e$ (Schnitt links von e)



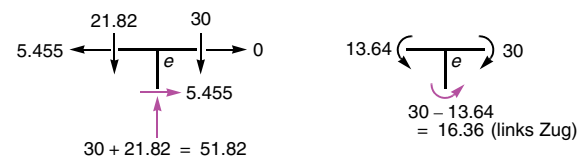
$$\sum V = 0: Q_{e-d} + 15 \cdot 2 - 8.182 = 0 \Rightarrow Q_{e-d} = -21.82$$

$$\sum M_{(e)} = 0: M_{e-d} + 15 \cdot 2^2/2 - 8.182 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_{e-d} = -13.64$$

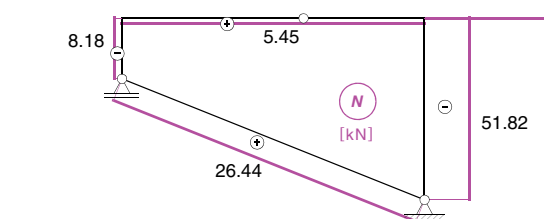
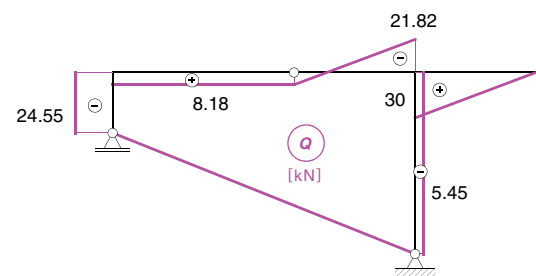
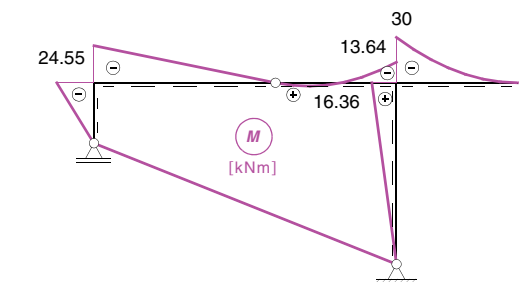
- Bereich $e-f$ (Schnitt rechts von e)



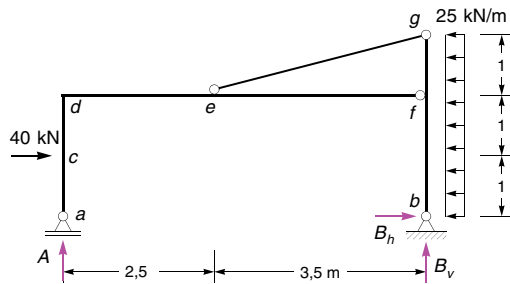
- Rundschnitt Knoten e (Kräfte und Momente getrennt dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.61



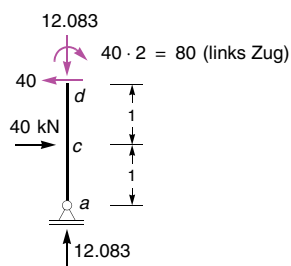
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 6 + 25 \cdot 3^2/2 - 40 \cdot 1 = 0 \Rightarrow A = 12.083$$

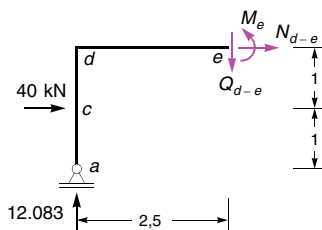
$$\sum H = 0: B_h + 40 - 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow B_h = 35$$

$$\sum V = 0: \Rightarrow B_v = -A = -12.083$$

- Bereich $a-d$ (Schnitt unterhalb von d)



- Bereich $a-d-e$ (Schnitt links von e)



$$\sum H = 0: N_{d-e} + 40 = 0 \Rightarrow N_{d-e} = -40$$

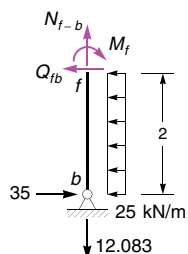
$$\sum V = 0: Q_{d-e} - 12.083 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = 12.083$$

$$\sum M_{(e)} = 0: M_e + 40 \cdot 1 - 12.083 \cdot 2.5 = 0 \Rightarrow M_e = -9.792$$

- Querkraft im Bereich $e-f$

$$Q_{e-f} = \frac{0 - (-9.792)}{3.5} = 2.798$$

- Bereich $b-f$



$$\sum H = 0: Q_{fb} - 25 \cdot 2 + 35 = 0 \Rightarrow Q_{fb} = 15$$

$$\sum V = 0: -N_{f-b} + 12.083 = 0 \Rightarrow N_{f-b} = 12.083$$

$$\sum M_{(f)} = 0: -M_f - 25 \cdot 2^2/2 + 35 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_f = 20$$

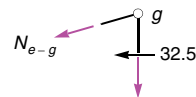
- Querkraft im Bereich $f-g$

$$Q = \pm \frac{25 \cdot 1}{2} + \frac{20 - 0}{1} = \pm 12.5 + 20$$

$$Q_g = 12.5 + 20 = 32.5$$

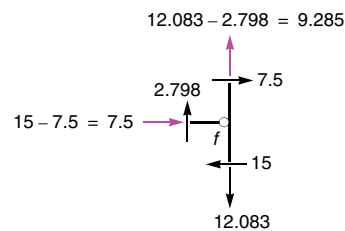
$$Q_{fg} = -12.5 + 20 = 7.5$$

- Rundschnitt Knoten g

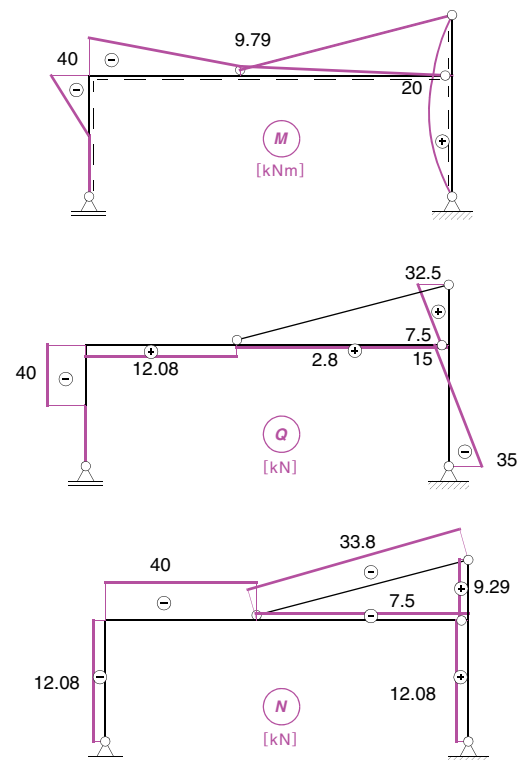


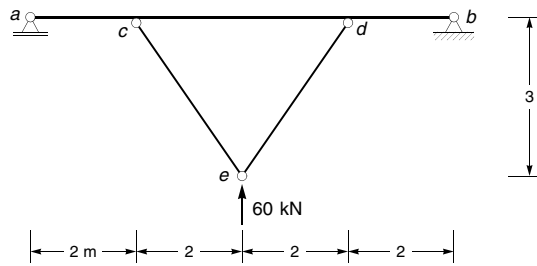
$$\sum H = 0: -N_{e-g} \cdot \frac{3.5}{\sqrt{3.5^2 + 1^2}} - 32.5 = 0 \Rightarrow N_{e-g} = -33.80$$

- Rundschnitt Knoten f (Momente nicht dargestellt)



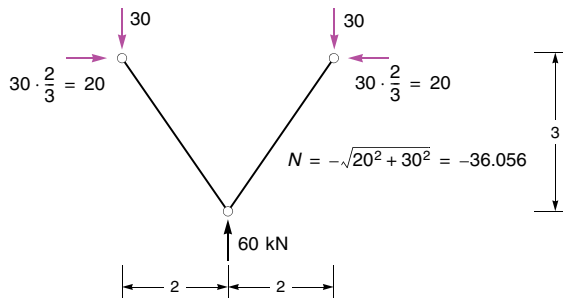
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.62

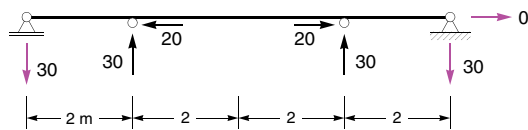
- Freischneiden der Pendelstäbe

Wegen der Symmetrie sind die Gelenkkräfte und beide Stabkräfte gleich. Die vertikalen Gelenkkräfte folgen aus der Bedingung $\sum V = 0$, die horizontalen Gelenkkräfte aus der Bedingung, dass die Resultierende in Richtung der Stabachse wirkt

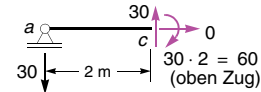


- Freischneiden des biegesteifen Balkens

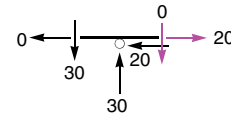
Auch hier sind die Auflagerkräfte wegen der Symmetrie gleich und folgen aus der Bedingung $\sum V = 0$.



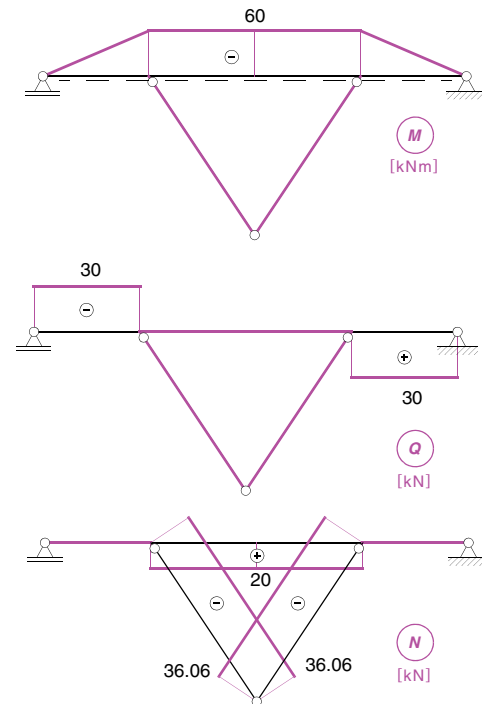
- Bereich a – c (Schnitt links von c)



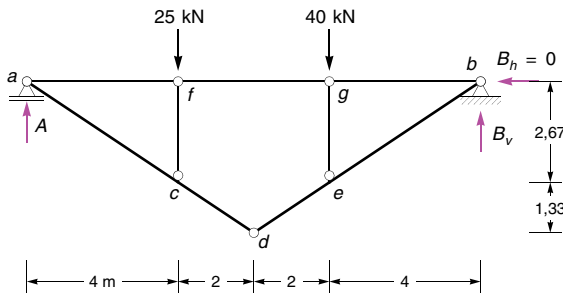
- Rundschnitt Knoten c (Momente nicht dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.63

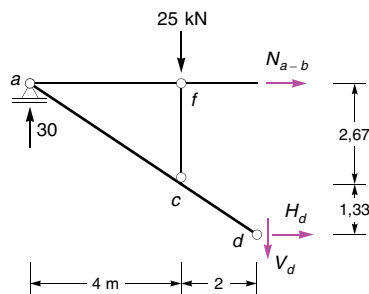


- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(b)} = 0: -A \cdot 12 + 25 \cdot 8 + 40 \cdot 4 = 0 \Rightarrow A = 30$$

$$\sum V = 0: -B_v + 25 + 40 - 30 = 0 \Rightarrow B_v = 35$$

- Vertikaler Schnitt durch Punkt d, linkes Teilsystem



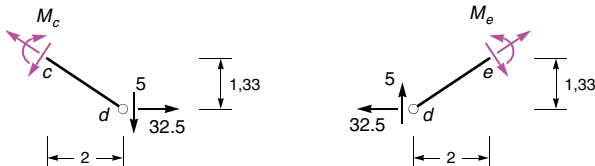
$$\sum M_{(d)} = 0: -N_{a-b} \cdot 2.67 + 25 \cdot 2 - 30 \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow N_{a-b} = -32.5$$

$$\sum V = 0: V_d + 25 - 30 = 0 \Rightarrow V_d = 5$$

$$\sum H = 0: \Rightarrow H_d = -N_{a-b} = 32.5$$

- Bereich c-d und d-e (Schnitt unterhalb von c bzw. e)



$$\sum M_{(c)} = 0: -M_c + 32.5 \cdot 1.33 - 5 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 33.33$$

$$\sum M_{(e)} = 0: M_e - 32.5 \cdot 1.33 - 5 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = 53.33$$

Kräftesumme in Richtung der Stabachse:

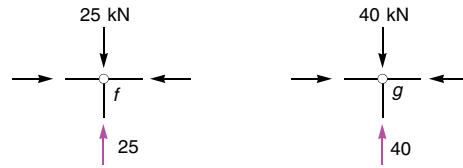
$$32.5 \cdot \frac{2}{\sqrt{2^2 + 1.33^2}} + 5 \cdot \frac{1.33}{\sqrt{2^2 + 1.33^2}} - N_{c-d} = 0$$

$$\Rightarrow N_{c-d} = 29.83$$

$$-32.5 \cdot \frac{2}{\sqrt{2^2 + 1.33^2}} + 5 \cdot \frac{1.33}{\sqrt{2^2 + 1.33^2}} + N_{d-e} = 0$$

$$\Rightarrow N_{d-e} = 24.29$$

- Rundschnitte Knoten f und g



- Querkräfte

$$Q_{a-c} = \frac{33.33 - 0}{\sqrt{4^2 + 2.67^2}} = 6.93$$

$$Q_{c-d} = \frac{0 - 33.33}{\sqrt{2^2 + 1.33^2}} = -13.87$$

$$Q_{d-e} = \frac{53.33 - 0}{\sqrt{2^2 + 1.33^2}} = 22.19$$

$$Q_{e-b} = \frac{0 - 53.33}{\sqrt{4^2 + 2.67^2}} = -11.09$$

- Rundschnitte Knoten a und b



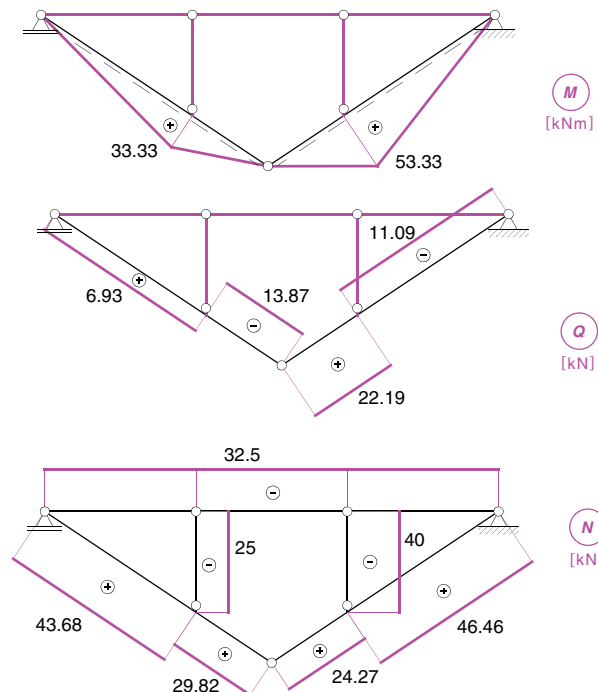
$$\sum V = 0: N_{a-c} \cdot \frac{2.67}{\sqrt{4^2 + 2.67^2}} + 6.93 \cdot \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2.67^2}} - 30 = 0$$

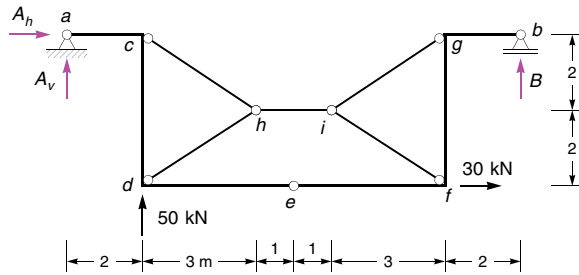
$$\Rightarrow N_{a-c} = 43.68$$

$$\sum V = 0: N_{e-b} \cdot \frac{2.67}{\sqrt{4^2 + 2.67^2}} + 11.09 \cdot \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2.67^2}} - 35 = 0$$

$$\Rightarrow N_{e-b} = 46.46$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.64

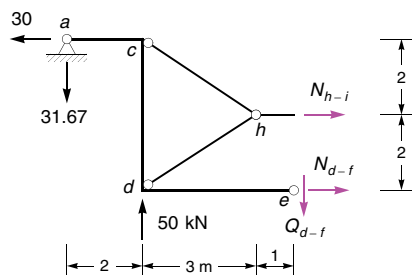
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 12 + 50 \cdot 2 + 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow B = -18.33$$

$$\sum H = 0: A_h + 30 = 0 \Rightarrow A_h = -30$$

$$\sum V = 0: -A_v + 18.33 - 50 = 0 \Rightarrow A_v = -31.67$$

- Vertikaler Schnitt durch Punkt e, linkes Teilsystem

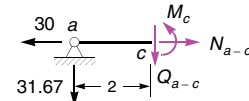


$$\begin{aligned} \sum M_{(e)} = 0: & -N_{h-i} \cdot 2 + 31.67 \cdot 6 + 30 \cdot 4 - 50 \cdot 4 = 0 \\ & \Rightarrow N_{h-i} = 55 \end{aligned}$$

$$\sum H = 0: N_{d-f} + 55 - 30 = 0 \Rightarrow N_{d-f} = -25$$

$$\sum V = 0: Q_{d-f} + 31.67 - 50 = 0 \Rightarrow Q_{d-f} = 18.33$$

- Bereich a – c (Schnitt links von c)

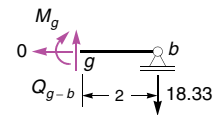


$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 31.67 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = -63.33$$

$$\sum H = 0: N_{a-c} - 30 = 0 \Rightarrow N_{a-c} = 30$$

$$\sum V = 0: Q_{a-c} + 31.67 = 0 \Rightarrow Q_{a-c} = -31.67$$

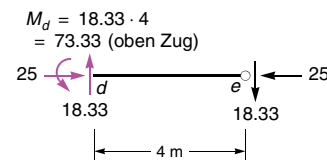
- Bereich g – b (Schnitt rechts von g)



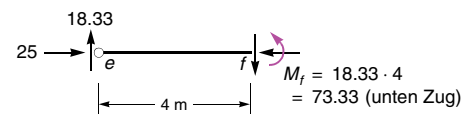
$$\sum M_{(g)} = 0: -M_g - 18.33 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_g = -36.67$$

$$\sum V = 0: -Q_{g-b} + 18.33 = 0 \Rightarrow Q_{g-b} = 18.33$$

- Bereich d – e (Schnitt rechts von d)



- Bereich e – f (Schnitt links von f)

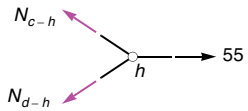


- Querkräfte in den Bereichen c – d und f – g

$$Q_{c-d} = \frac{-73.33 - (-63.33)}{4} = -2.5$$

$$Q_{f-g} = \frac{-36.67 - 73.33}{4} = -27.5$$

- Rundschnitt Knoten h



$$\sum V = 0: N_{d-h}^v - N_{c-h}^v = 0 \Rightarrow N_{d-h} = N_{c-h}$$

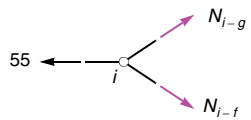
$$\sum H = 0: -N_{d-h}^h - N_{c-h}^h + 55 = 0$$

$$\Rightarrow N_{d-h}^h = N_{c-h}^h = \frac{55}{2} = 27.5$$

$$\Rightarrow N_{d-h}^v = N_{c-h}^v = 27.5 \cdot \frac{2}{3} = 18.33$$

$$\Rightarrow N_{d-h} = N_{c-h} = \sqrt{27.5^2 + 18.33^2} = 33.05$$

- Rundschnitt Knoten i

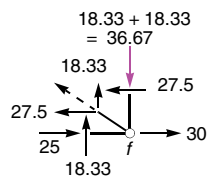
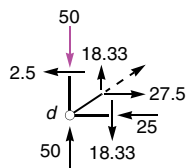


Es ergibt sich die gleiche Situation wie am Knoten h , daraus folgt:

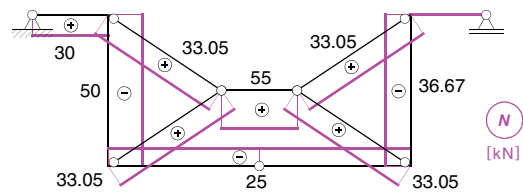
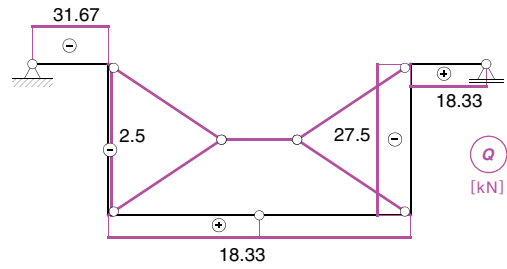
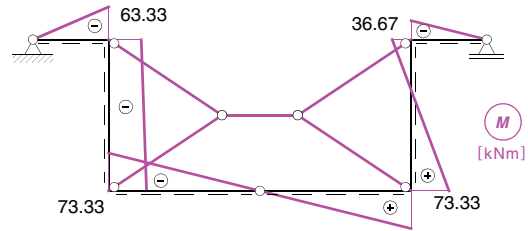
$$N_{i-g} = N_{c-h} = 18.33$$

$$N_{i-f} = N_{d-h} = 33.05$$

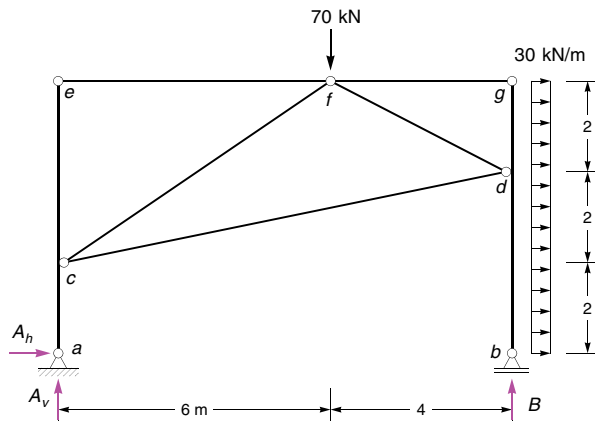
- Rundschnitte Knoten d und f



- Darstellung der Zustandslinien

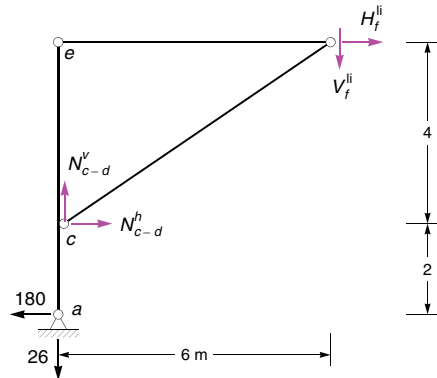


Aufgabe 4.65



- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\begin{aligned} \sum M_{(a)} = 0: & \quad B \cdot 10 - 70 \cdot 6 - 30 \cdot 6^2/2 = 0 \Rightarrow B = 96 \\ \sum H = 0: & \quad A_h + 30 \cdot 6 = 0 \Rightarrow A_h = -180 \\ \sum V = 0: & \quad -A_v + 70 - 96 = 0 \Rightarrow A_v = -26 \end{aligned}$$
- Vertikaler Schnitt links von Punkt f, linkes Teilsystem



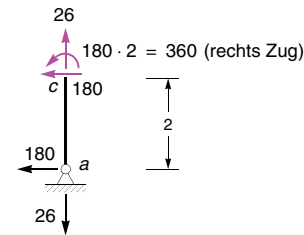
$$\frac{N_{c-d}^v}{N_{c-d}^h} = \frac{2}{10} \Rightarrow N_{c-d}^h = 5 \cdot N_{c-d}^v$$

$$\begin{aligned}\sum M_{(f)} &= 0: \quad -N_{c-d}^v \cdot 6 + N_{c-d}^h \cdot 4 - 180 \cdot 6 + 26 \cdot 6 = 0 \\ &\Rightarrow -N_{c-d}^v \cdot 6 + 5 \cdot N_{c-d}^v \cdot 4 - 180 \cdot 6 + 26 \cdot 6 = 0 \\ &\Rightarrow N_{c-d}^v = 66 \Rightarrow N_{c-d}^h = 5 \cdot 66 = 330 \\ &\Rightarrow N_{c-d} = \sqrt{66^2 + 330^2} = 336.54\end{aligned}$$

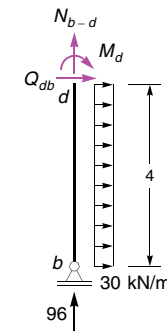
$$\sum H = 0: \quad H_f^{\text{li}} + 330 - 180 = 0 \Rightarrow H_f^{\text{li}} = -150$$

$$\sum V = 0: \quad V_f^{\text{li}} + 26 - 66 = 0 \Rightarrow V_f^{\text{li}} = 40$$

- Bereich $a - c$ (Schnitt unterhalb von c)



- Bereich $b - d$ (Schnitt unterhalb von d)



$$\sum M_{(d)} = 0: -M_d + 30 \cdot 4^2/2 = 0 \Rightarrow M_d = 240$$

$$\sum H = 0: \quad Q_{db} + 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow Q_{db} = -120$$

$$\sum V = 0: \quad -N_{b-d} - 96 = 0 \Rightarrow N_{b-d} = -96$$

- Querkräfte in den Bereichen $c - e$ und $g - d$

$$Q_{c-e} = \frac{0 - 360}{4} = -90$$

$$Q_{g-d} = \pm \frac{30 \cdot 2}{2} + \frac{240 - 0}{2} = \pm 30 + 120$$

$$Q_{qd} = 30 + 120 = 150$$

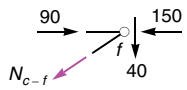
$$Q_{dg} = -30 + 120 = 90$$

- Rundschnitte Knoten e und g



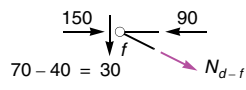
- Rundschnitte Knoten f

Der Knoten f wird so freigeschnitten, dass die Schnittführung links bzw. rechts von der angreifenden äußeren Kraft erfolgt. Die vertikale Gelenkkraft rechts von f springt um den Betrag der äußeren Kraft.



$$N_{c-f}^V = -40 \quad (\sum V = 0)$$

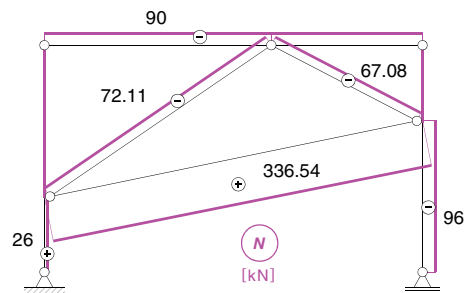
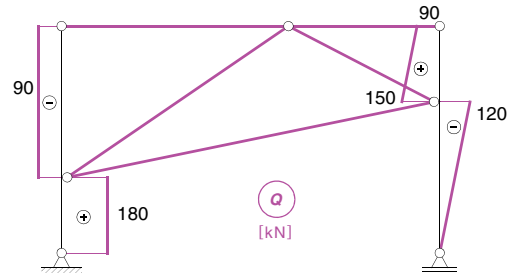
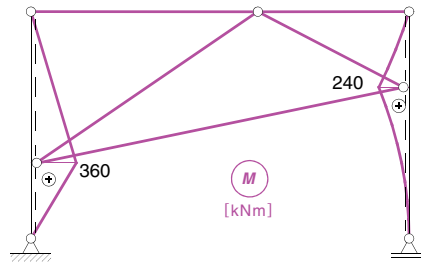
$$\Rightarrow N_{c-f} = -40 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = -72.11$$



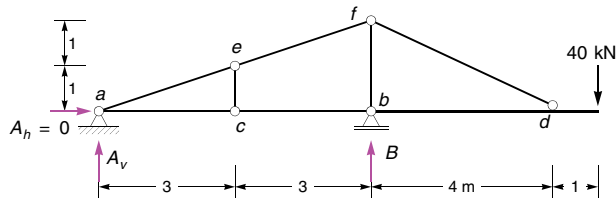
$$N_{d-f}^V = -30 \quad (\sum V = 0)$$

$$\Rightarrow N_{d-f} = -30 \cdot \frac{\sqrt{5}}{1} = -67.08$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.66

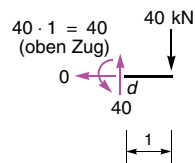


- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 6 - 40 \cdot 11 = 0 \Rightarrow B = 73.33$$

$$\sum V = 0: -A_v + 40 - 73.33 = 0 \Rightarrow A_v = -33.33$$

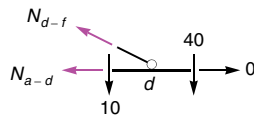
- Kragarm



- Querkraft im Bereich b – d

$$Q_{b-d} = \frac{-40 - 0}{4} = -10$$

- Rundschnitt Knoten d



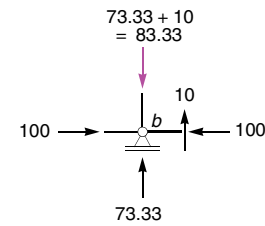
$$\sum V = 0: -N_{d-f}^V + 40 + 10 = 0 \Rightarrow N_{d-f}^V = 50$$

$$\Rightarrow N_{d-f}^h = 2 \cdot N_{d-f}^V = 2 \cdot 50 = 100$$

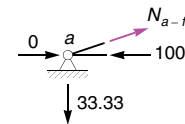
$$\Rightarrow N_{d-f} = \sqrt{50^2 + 100^2} = 111.80$$

$$\sum H = 0: -N_{a-d} - N_{d-f}^h = 0 \Rightarrow N_{a-d} = -N_{d-f}^h = -100$$

- Rundschnitt Knoten b



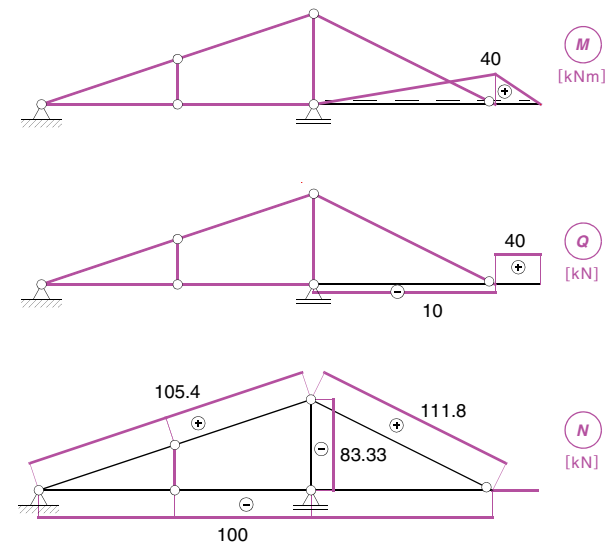
- Rundschnitt Knoten a



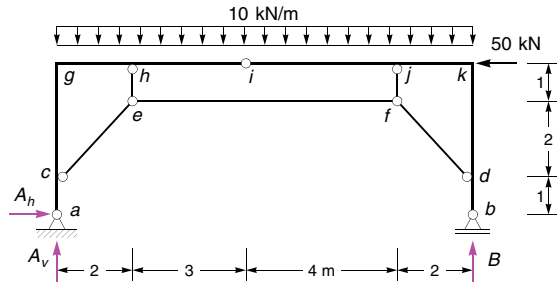
$$\sum V = 0: -N_{a-f}^V + 33.33 = 0 \Rightarrow N_{a-f}^V = 33.33$$

$$\Rightarrow N_{a-f} = 33.33 \cdot \frac{\sqrt{10}}{1} = 105.41$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.67



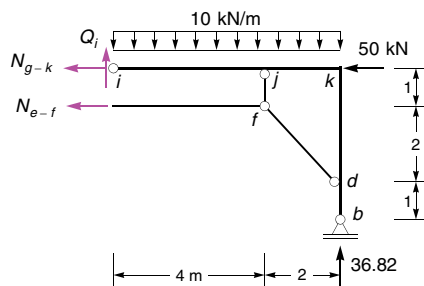
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 11 + 50 \cdot 4 - 10 \cdot 11^2/2 = 0 \Rightarrow B = 36.82$$

$$\sum H = 0: A_h - 50 = 0 \Rightarrow A_h = 50$$

$$\sum V = 0: -A_v + 10 \cdot 11 - 36.82 = 0 \Rightarrow A_v = 73.18$$

- Vertikaler Schnitt durch Punkt i , rechtes Teilsystem



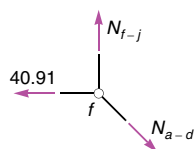
$$\sum M_{(i)} = 0: -N_{e-f} \cdot 1 + 36.82 \cdot 6 - 10 \cdot 6^2/2 = 0$$

$$\Rightarrow N_{e-f} = 40.91$$

$$\sum H = 0: -N_{g-k} - 50 - 40.91 = 0 \Rightarrow N_{g-k} = -90.91$$

$$\sum V = 0: -Q_i + 10 \cdot 6 - 36.82 = 0 \Rightarrow Q_i = 23.18$$

- Rundschnitt Knoten f

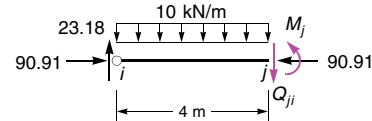


$$\sum H = 0: N_{a-d}^v - 40.91 = 0 \Rightarrow N_{a-d}^v = 40.91 \Rightarrow N_{a-d}^h$$

$$\Rightarrow N_{a-d} = 40.91 \cdot \sqrt{2} = 57.85$$

$$\sum V = 0: -N_{f-j} + N_{a-d}^v = 0 \Rightarrow N_{f-j} = N_{a-d}^v = 40.91$$

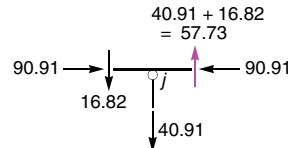
- Bereich $i-j$ (Schnitt links von j)



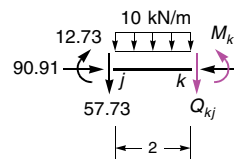
$$\sum M_{(j)} = 0: M_j - 23.18 \cdot 4 + 10 \cdot 4^2/2 = 0 \Rightarrow M_j = 12.73$$

$$\sum V = 0: Q_{ji} + 10 \cdot 4 - 23.18 = 0 \Rightarrow Q_{ji} = -16.82$$

- Rundschnitt Knoten j (Momente nicht dargestellt)



- Bereich $j-k$ (Schnitt rechts von j)

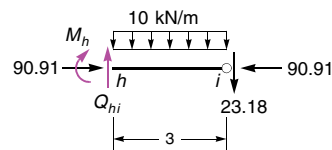


$$\sum M_{(k)} = 0: M_k - 12.73 + 10 \cdot 2^2/2 + 57.73 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow M_k = 122.73$$

$$\sum V = 0: Q_{kj} + 10 \cdot 2 + 57.73 = 0 \Rightarrow Q_{kj} = -77.73$$

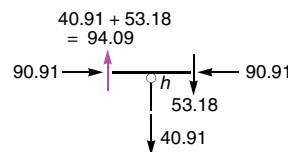
- Bereich $h-i$ (Schnitt rechts von h)



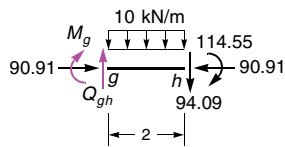
$$\sum M_{(h)} = 0: -M_h - 10 \cdot 3^2/2 - 23.18 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_h = -114.55$$

$$\sum V = 0: -Q_{hi} + 10 \cdot 3 + 23.18 = 0 \Rightarrow Q_{hi} = 53.18$$

- Rundschnitt Knoten h (Momente nicht dargestellt)



- Bereich $g - h$ (Schnitt rechts von h)

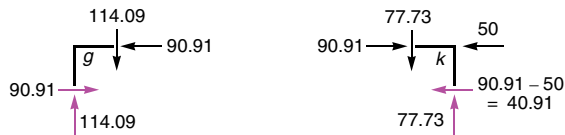


$$\sum M_{(g)} = 0: -M_g - 10 \cdot 2^2 / 2 - 94.09 \cdot 2 - 114.55 = 0$$

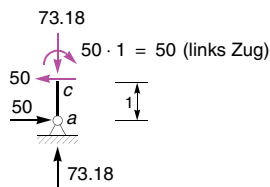
$$\Rightarrow M_g = -322.73$$

$$\sum V = 0: -Q_{gh} + 10 \cdot 2 + 94.09 = 0 \Rightarrow Q_{gh} = 114.09$$

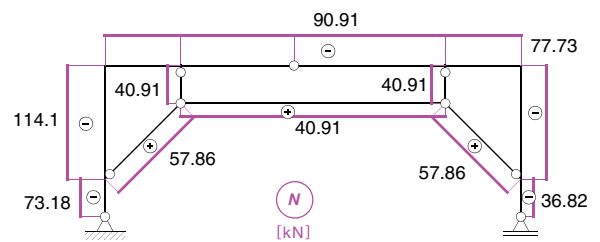
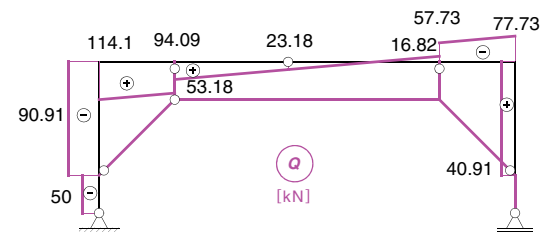
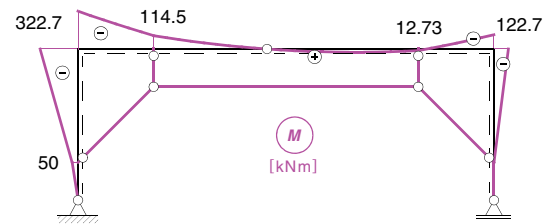
- Rundschnitte Knoten g und k (Momente nicht dargestellt)



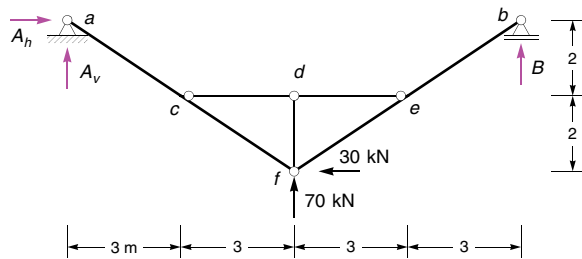
- Bereich $a - c$ (Schnitt unterhalb von c)



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.68



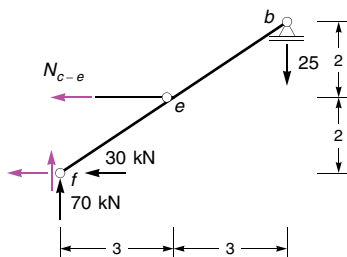
- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 12 + 70 \cdot 6 - 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow B = -25$$

$$\sum H = 0: A_h - 30 = 0 \Rightarrow A_h = 30$$

$$\sum V = 0: -A_v + 25 - 70 = 0 \Rightarrow A_v = -45$$

- Schnitt durch Punkt f, und Stab d-e, rechtes Teilsystem



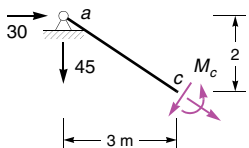
$$\sum M_{(f)} = 0: N_{c-e} \cdot 2 - 25 \cdot 6 = 0 \Rightarrow N_{c-e} = 75$$

Die berechnete Normalkraft wirkt auf die beidseitig gelenkigen Stäbe a-f und b-f als mittige Einzelkraft. Daraus folgt das Moment im Punkt e bzw. c mit:

$$M_e = M_c = -\frac{75 \cdot 4}{4} = -75$$

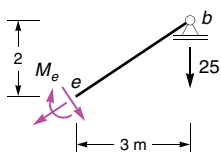
Nachfolgend werden die Momente alternativ berechnet.

- Bereich a-c (Schnitt oberhalb von c)



$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 45 \cdot 3 - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = -75$$

- Bereich b-e (Schnitt oberhalb von e)



$$\sum M_{(e)} = 0: -M_e - 25 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_e = -75$$

- Querkräfte

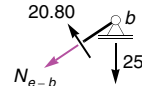
$$Q_{a-c} = \frac{-75 - 0}{\sqrt{13}} = -20.80$$

$$Q_{c-f} = \frac{0 - (-75)}{\sqrt{13}} = 20.80$$

$$Q_{f-e} = \frac{-75 - 0}{\sqrt{13}} = -20.80$$

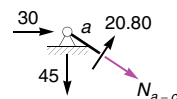
$$Q_{e-b} = \frac{0 - (-75)}{\sqrt{13}} = 20.80$$

- Rundschnitt Knoten b



$$N_{e-b} = -25 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -13.87$$

- Rundschnitt Knoten a

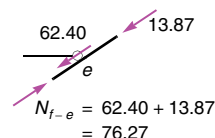


$$N_{a-c} = -45 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - 30 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = -49.92$$

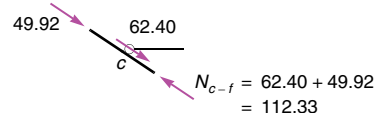
- Rundschnitt Knoten e (Nur Normalkräfte dargestellt)

Komponente der Normalkraft N_{c-e} in Richtung der Stabachse:

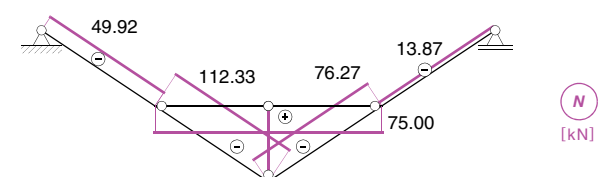
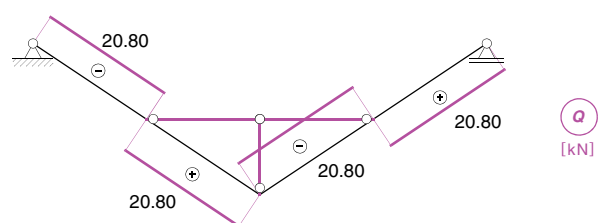
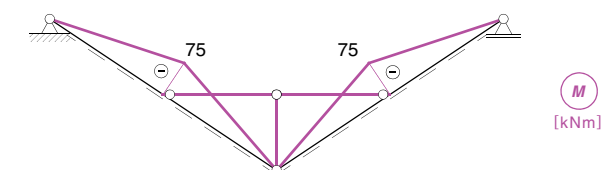
$$75 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = 62.40$$

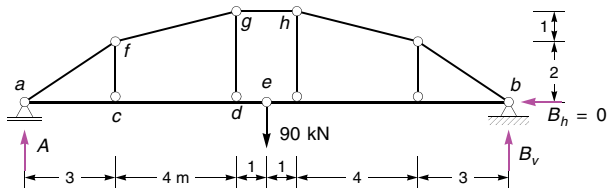


- Rundschnitt Knoten c (Nur Normalkräfte dargestellt)



- Darstellung der Zustandslinien



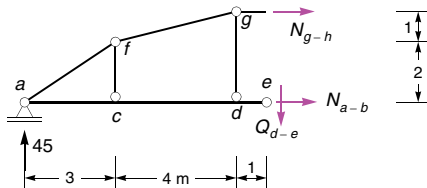
Aufgabe 4.69

- Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem

Wegen der Symmetrie von System und Belastung sind beide vertikalen Auflagerkräfte gleich:

$$A = B_v = 45$$

- Vertikaler Schnitt links von Punkt e, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(e)} = 0: -N_{g-h} \cdot 3 - 45 \cdot 8 = 0 \Rightarrow N_{g-h} = 120$$

$$\sum H = 0: N_{g-h} + N_{a-b} = 0 \Rightarrow N_{a-b} = -N_{g-h} = -120$$

$$\sum V = 0: Q_{d-e} - 45 = 0 \Rightarrow Q_{d-e} = 45$$

- Rundschnitt Knoten g

$$N_{f-g}^h = 120$$

$$N_{f-g}^v = \frac{120}{4} = 30$$

$$N_{f-g} = -\sqrt{120^2 + 30^2} = -123.69$$

- Rundschnitt Knoten f

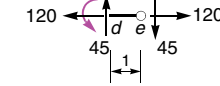
$$N_{a-f}^h = 120$$

$$N_{a-f}^v = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80$$

$$N_{a-f} = -\sqrt{120^2 + 80^2} = -144.22$$

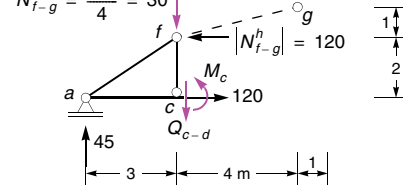
- Bereich d – e

$$M_d = 45 \cdot 1 = 45 \text{ (oben Zug)}$$



- Vertikaler Schnitt rechts von Punkt c, linkes Teilsystem

$$N_{f-g}^v = \frac{120}{4} = 30$$



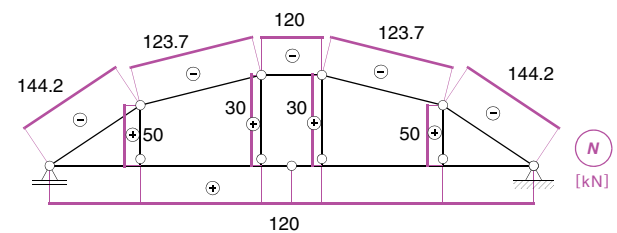
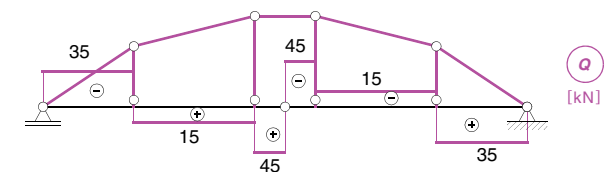
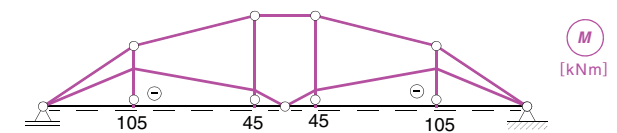
$$\sum M_{(c)} = 0: M_c + 120 \cdot 2 - 45 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_c = -105$$

$$\sum V = 0: Q_{c-d} + 30 - 45 = 0 \Rightarrow Q_{c-d} = 15$$

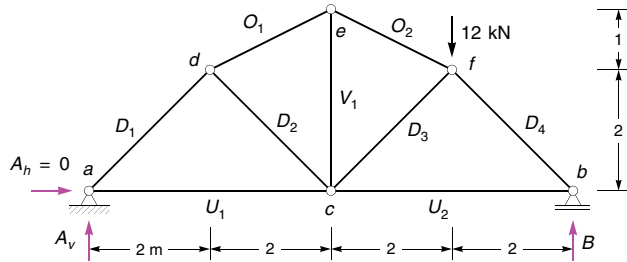
- Querkraft im Bereich a – c

$$Q_{a-c} = \frac{-105 - 0}{3} = -35$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 4.70

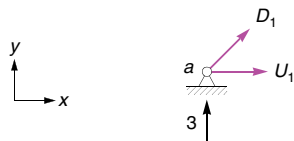


• Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 8 - 12 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B = 9$$

$$\sum V = 0: -A_v + 12 - 9 = 0 \Rightarrow A_v = 3$$

• Rundschnitt Knoten a



$$\sum V = 0: D_1^v + 3 = 0 \Rightarrow D_1^v = -3$$

$$D_1^v / D_1^h = 1 \Rightarrow D_1^h = -3 \Rightarrow D_1 = -3 \cdot \sqrt{2} = -4.243$$

$$\sum H = 0: U_1 + D_1^h = 0 \Rightarrow U_1 = -D_1^h = 3$$

• Rundschnitt Knoten b

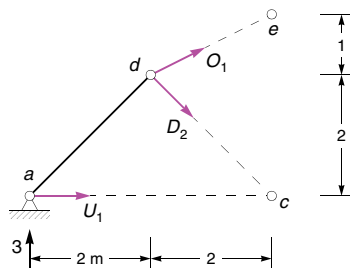


$$\sum V = 0: D_4^v + 9 = 0 \Rightarrow D_4^v = -9$$

$$D_4^v / D_4^h = 1 \Rightarrow D_4^h = -9 \Rightarrow D_4 = -9 \cdot \sqrt{2} = -12.73$$

$$\sum H = 0: U_2 + D_4^h = 0 \Rightarrow U_2 = -D_4^h = 9$$

• Vertikaler Schnitt links von Punkt e, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: -O_1^v \cdot 2 - O_1^h \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 0$$

$$O_1^v / O_1^h = 1/2 \Rightarrow O_1^v = 0.5 \cdot O_1^h$$

$$\Rightarrow -0.5 \cdot O_1^h \cdot 2 - O_1^h \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 0$$

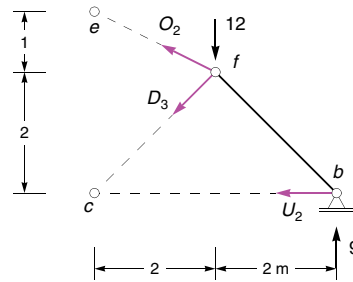
$$\Rightarrow O_1^h = -4 \Rightarrow O_1^v = 0.5 \cdot (-4) = -2$$

$$O_1 = -\sqrt{4^2 + 2^2} = -4.472$$

$$\sum V = 0: O_1^v - D_2^v + 3 = 0 \Rightarrow D_2^v = O_1^v + 3 = -2 + 3 = 1$$

$$D_2^v / D_2^h = 1 \Rightarrow D_2^h = 1 \Rightarrow D_1 = 1 \cdot \sqrt{2} = 1.414$$

• Vertikaler Schnitt links von Punkt e, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: O_2^v \cdot 2 + O_2^h \cdot 2 + 9 \cdot 4 - 12 \cdot 2 = 0$$

$$O_2^v / O_2^h = 1/2 \Rightarrow O_2^v = 0.5 \cdot O_2^h$$

$$\Rightarrow 0.5 \cdot O_2^h \cdot 2 + O_2^h \cdot 2 + 12 = 0$$

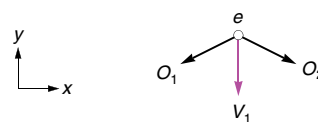
$$\Rightarrow O_2^h = -4 \Rightarrow O_2^v = 0.5 \cdot (-4) = -2$$

$$O_2 = -\sqrt{4^2 + 2^2} = -4.472$$

$$\sum V = 0: O_2^v - D_3^v + 9 - 12 = 0 \Rightarrow D_3^v = O_2^v - 3 = -2 - 3 = -5$$

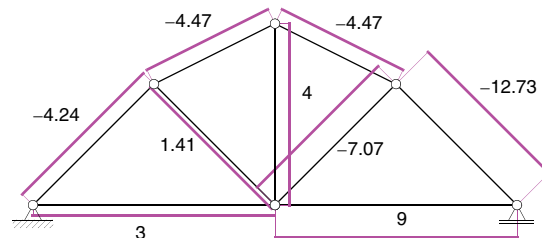
$$D_3^v / D_3^h = 1 \Rightarrow D_3^h = -5 \Rightarrow D_1 = -5 \cdot \sqrt{2} = -7.071$$

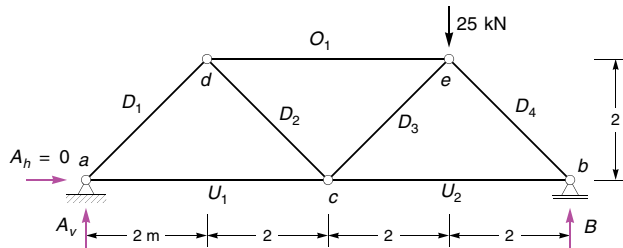
• Rundschnitt Knoten e



$$\sum V = 0: -V_1 - O_1^v - O_2^v = 0 \Rightarrow V_1 = -(-2) - (-2) = 4$$

• Darstellung der Stabkräfte



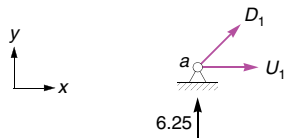
Aufgabe 4.71

- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 8 - 25 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B = 18.75$$

$$\sum V = 0: -A_v + 25 - 18.75 = 0 \Rightarrow A_v = 6.25$$

- Rundschnitt Knoten a

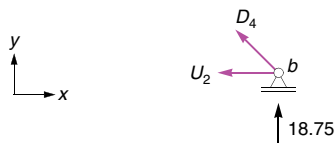


$$\sum V = 0: D_1^v + 6.25 = 0 \Rightarrow D_1^v = -6.25$$

$$D_1^v / D_1^h = 1 \Rightarrow D_1^h = -6.25 \Rightarrow D_1 = -6.25 \cdot \sqrt{2} = -8.839$$

$$\sum H = 0: U_1 + D_1^h = 0 \Rightarrow U_1 = -D_1^h = 6.25$$

- Rundschnitt Knoten b

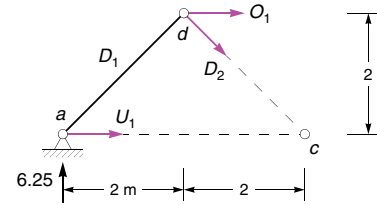


$$\sum V = 0: D_4^v + 18.75 = 0 \Rightarrow D_4^v = -18.75$$

$$D_4^v / D_4^h = 1 \Rightarrow D_4^h = -18.75 \Rightarrow D_4 = -18.75 \cdot \sqrt{2} = -26.52$$

$$\sum H = 0: U_2 + D_4^h = 0 \Rightarrow U_2 = -D_4^h = 18.75$$

- Vertikaler Schnitt links von Punkt c, linkes Teilsystem

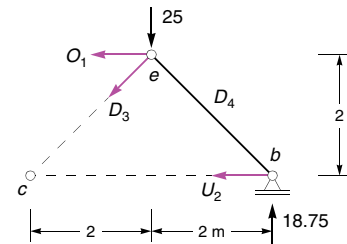


$$\sum M_{(c)} = 0: -O_1 \cdot 2 - 6.25 \cdot 4 = 0 \Rightarrow O_1 = -12.5$$

$$\sum V = 0: D_2^v - 6.25 = 0 \Rightarrow D_2^v = 6.25$$

$$D_2 = 6.25 \cdot \sqrt{2} = 8.839$$

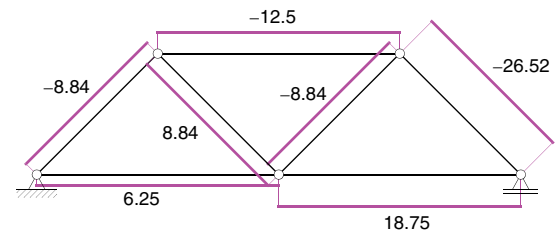
- Vertikaler Schnitt rechts von Punkt c, rechtes Teilsystem



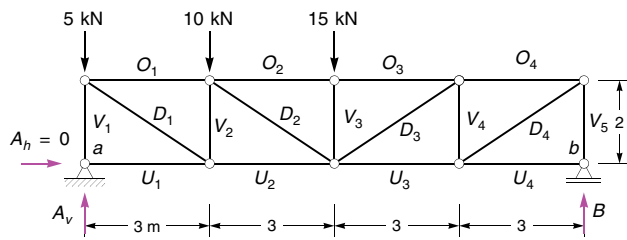
$$\sum V = 0: D_3^v + 25 - 18.75 = 0 \Rightarrow D_3^v = -6.25$$

$$D_3 = -6.25 \cdot \sqrt{2} = -8.839$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.72



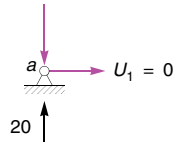
• Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 12 - 10 \cdot 3 - 15 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B = 10$$

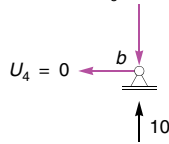
$$\sum V = 0: -A_v + 5 + 10 + 15 - 10 = 0 \Rightarrow A_v = 20$$

• Rundschnitte Knoten a und b

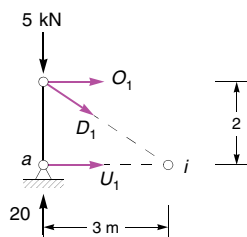
$$V_1 = 20 \text{ (Druck)}$$



$$V_5 = 10 \text{ (Druck)}$$



• Vertikaler Schnitt rechts von Punkt a, linkes Teilsystem

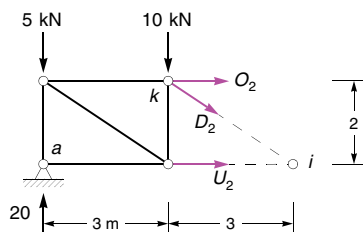


$$\sum M_{(i)} = 0: -O_1 \cdot 2 - 20 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 0 \Rightarrow O_1 = -22.5$$

$$\sum V = 0: D_1^V - 20 + 5 = 0 \Rightarrow D_1^V = 15$$

$$D_1 = 15 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 27.04$$

• Schnitt durch O2, D2 und U2, linkes Teilsystem



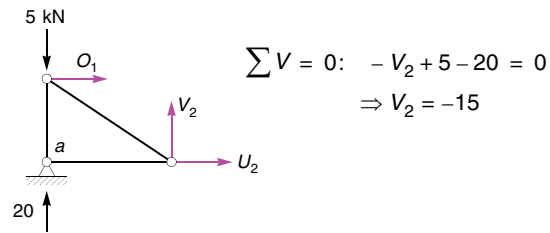
$$\sum M_{(i)} = 0: -O_2 \cdot 2 - 20 \cdot 6 + 5 \cdot 6 + 10 \cdot 3 = 0 \Rightarrow O_2 = -30$$

$$\sum M_{(k)} = 0: U_2 \cdot 2 - 20 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 0 \Rightarrow U_2 = 22.5$$

$$\sum V = 0: D_2^V - 20 + 5 + 10 = 0 \Rightarrow D_2^V = 5$$

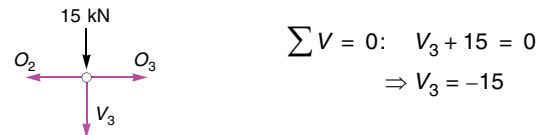
$$D_2 = 5 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 9.014$$

• Schnitt durch O1, V2 und U2, linkes Teilsystem



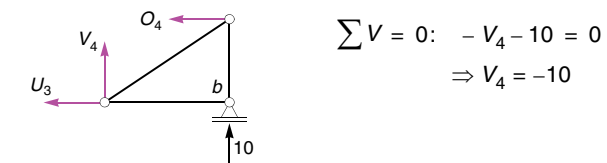
$$\sum V = 0: -V_2 + 5 - 20 = 0 \Rightarrow V_2 = -15$$

• Rundschnitt am mittleren, oberen Knoten



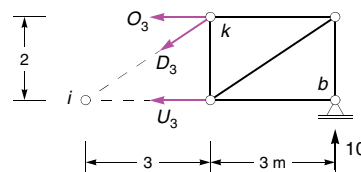
$$\sum V = 0: V_3 + 15 = 0 \Rightarrow V_3 = -15$$

• Schnitt durch O4, V4 und U3, rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: -V_4 - 10 = 0 \Rightarrow V_4 = -10$$

• Schnitt durch O3, D3 und U3, rechtes Teilsystem



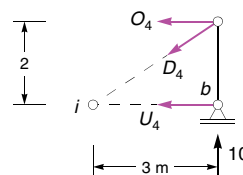
$$\sum M_{(i)} = 0: O_3 \cdot 2 + 10 \cdot 6 = 0 \Rightarrow O_3 = -30$$

$$\sum M_{(k)} = 0: U_3 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 0 \Rightarrow U_3 = 15$$

$$\sum V = 0: D_3^V - 10 = 0 \Rightarrow D_3^V = 10$$

$$D_3 = 10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 18.03$$

• Vertikaler Schnitt links von Punkt b, rechtes Teilsystem

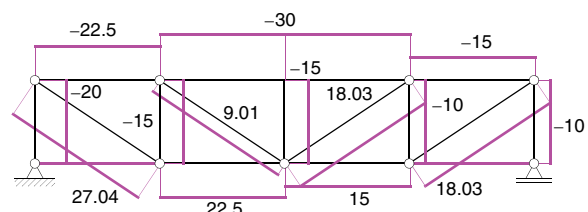


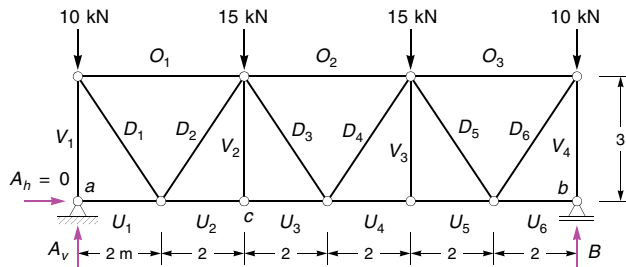
$$\sum M_{(i)} = 0: O_4 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 0 \Rightarrow O_4 = -15$$

$$\sum V = 0: D_4^V - 10 = 0 \Rightarrow D_4^V = 10$$

$$D_4 = 10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 18.03$$

• Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.73

- Auflagerkräfte

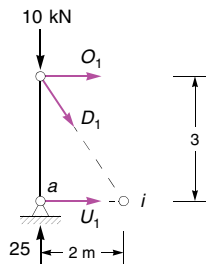
Wegen der Symmetrie von System und Belastung sind die vertikalen Auflagerkräfte gleich:

$$A_v = B = \frac{10 + 15 + 15 + 10}{2} = 25$$

- Rundschnitte Knoten a und b



- Schnitt durch O_1 , D_1 und U_1 , linkes Teilsystem

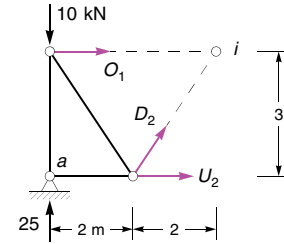


$$\sum M_{(i)} = 0: -O_1 \cdot 3 + 10 \cdot 2 - 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow O_1 = -10$$

$$\sum V = 0: D_1^v - 25 + 10 = 0 \Rightarrow D_1^v = 15$$

$$D_1 = 15 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = 18.03$$

- Schnitt durch O_1 , D_2 und U_2 , linkes Teilsystem

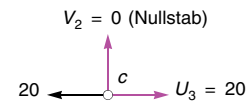


$$\sum M_{(i)} = 0: U_2 \cdot 3 + 10 \cdot 4 - 25 \cdot 4 = 0 \Rightarrow U_2 = 20$$

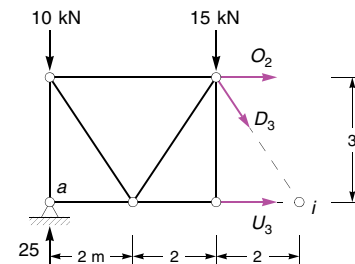
$$\sum V = 0: -D_2^v - 25 + 10 = 0 \Rightarrow D_2^v = -15$$

$$D_2 = -15 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = -18.03$$

- Rundschnitt Knoten c



- Schnitt durch O_2 , D_3 und U_3 , linkes Teilsystem

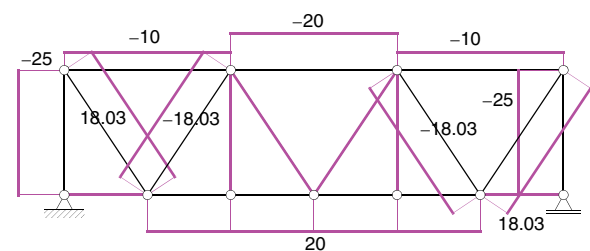


$$\sum M_{(i)} = 0: -O_2 \cdot 3 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 2 - 25 \cdot 6 = 0 \Rightarrow O_2 = -20$$

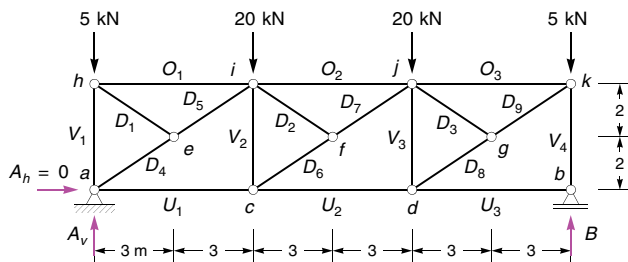
$$\sum V = 0: -D_3^v - 25 + 10 + 15 = 0 \Rightarrow D_3^v = 0 \Rightarrow D_3 = 0$$

Aufgrund der Symmetrie von System und Belastung sind auch die Stabkräfte symmetrisch.

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.74

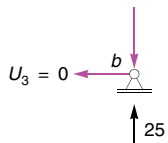


- Auflagerkräfte

$$A_v = B = \frac{5 + 20 + 20 + 5}{2} = 25$$

- Rundschnitt Knoten b

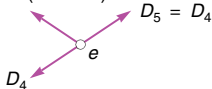
$$V_4 = 25 \text{ (Druck)}$$



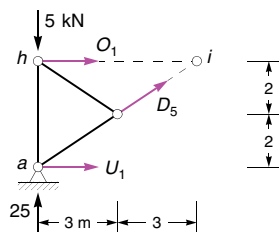
- Rundschnitt am Kreuzungspunkt der Diagonalen, exemplarisch für Knoten e

Aus der Kräftesumme senkrecht zur Richtung der Diagonalen D_4 und D_5 folgt, dass D_1 ein Nullstab ist.

$$D_1 = 0 \text{ (Nullstab)}$$



- Vertikaler Totalschnitt links von i, linkes Teilsystem



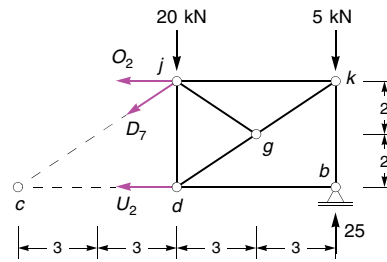
$$\sum M_{(i)} = 0: U_1 \cdot 4 + 5 \cdot 6 - 25 \cdot 6 = 0 \Rightarrow U_1 = 30$$

$$\sum M_{(a)} = 0: -O_1 \cdot 4 = 0 \Rightarrow O_1 = 0$$

$$\sum V = 0: -D_5^v - 25 + 5 = 0 \Rightarrow D_5^v = -20$$

$$D_5 = 20 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 36.06 = D_4$$

- Vertikaler Totalschnitt links von j, rechtes Teilsystem

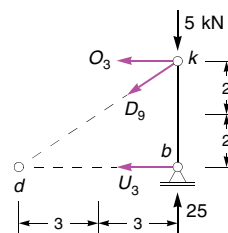


$$\sum M_{(j)} = 0: -U_2 \cdot 4 + 25 \cdot 6 - 5 \cdot 6 = 0 \Rightarrow U_2 = 30$$

$$\sum M_{(c)} = 0: O_2 \cdot 4 + 25 \cdot 12 - 5 \cdot 12 - 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow O_2 = -30$$

$$\sum V = 0: -D_7^v - 25 + 5 + 20 = 0 \Rightarrow D_7^v = 0 \Rightarrow D_7 = 0 = D_6$$

- Vertikaler Totalschnitt links von b, rechtes Teilsystem



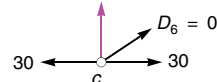
$$\sum M_{(d)} = 0: O_3 \cdot 4 + 25 \cdot 6 - 5 \cdot 6 = 0 \Rightarrow O_3 = -30$$

$$\sum V = 0: D_9^v - 25 + 5 = 0 \Rightarrow D_9^v = 20$$

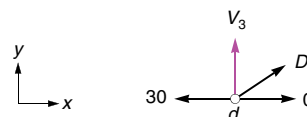
$$D_9 = 20 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 36.06 = D_8$$

- Rundschnitt Knoten c

$$V_2 = 0 \text{ (} \sum V = 0 \text{)}$$

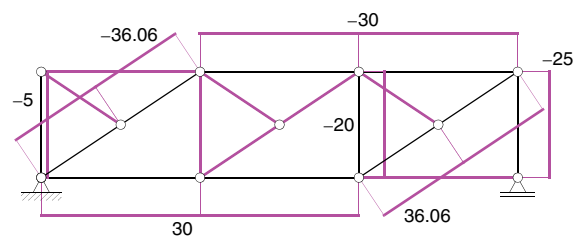


- Rundschnitt Knoten d

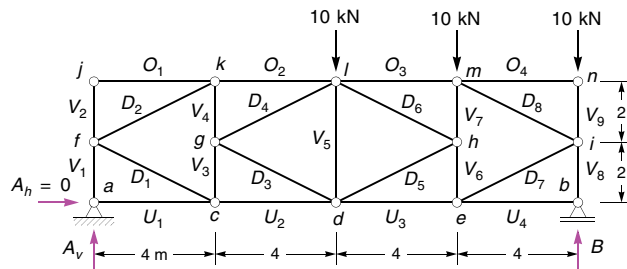


$$\sum V = 0: V_3 + D_8^v = 0 \Rightarrow V_3 = -D_8^v = -20$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.75



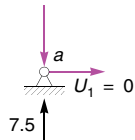
• Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 16 - 10 \cdot 8 - 10 \cdot 12 - 10 \cdot 16 = 0 \Rightarrow B = 22.5$$

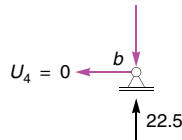
$$\sum V = 0: -A_v + 3 \cdot 10 - 22.5 = 0 \Rightarrow A_v = 7.5$$

• Rundsnitte Knoten a und b

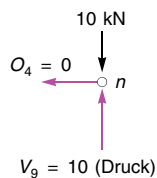
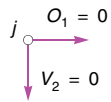
$$V_1 = 7.5 \text{ (Druck)}$$



$$V_8 = 22.5 \text{ (Druck)}$$

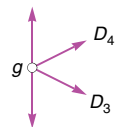


• Rundsnitte Knoten j und n



• Rundsnitte Knoten f, g, h und i, exemplarisch für Knoten g

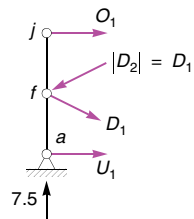
Aus der Gleichgewichtsbedingung $\sum H = 0$ folgt, dass die Stabkräfte in den Diagonalen entgegengesetzt gleich sein müssen.



$$\sum H = 0: D_3^h + D_4^h = 0 \Rightarrow D_3 = -D_4$$

Die Resultierende aus beiden Diagonalen ist eine vertikale Kraft, die im Knoten angreift.

• Vertikaler Totalschnitt rechts von a, linkes Teilsystem

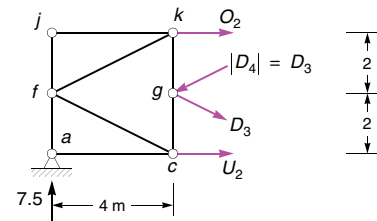


$$\sum V = 0: 2D_1^v - 7.5 = 0 \Rightarrow D_1^v = -D_2^v = \frac{7.5}{2} = 3.75$$

$$D_1^h / D_1^v = 2 \Rightarrow D_1^h = 2 \cdot 3.75 = 7.5$$

$$\Rightarrow D_1 = \sqrt{7.5^2 + 3.75^2} = 8.385 = -D_2$$

• Vertikaler Totalschnitt rechts von c, linkes Teilsystem



$$\sum V = 0: 2D_3^v - 7.5 = 0 \Rightarrow D_3^v = -D_4^v = \frac{7.5}{2} = 3.75$$

$$D_3^h / D_3^v = 2 \Rightarrow D_3^h = 2 \cdot 3.75 = 7.5$$

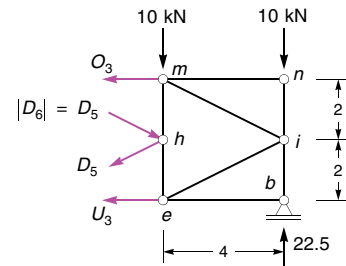
$$\Rightarrow D_3 = \sqrt{7.5^2 + 3.75^2} = 8.385 = -D_4$$

Da die Resultierende aus D_3 und D_4 keine horizontale Komponente hat, geht sie in die Momentensumme bezüglich des Punktes k nicht ein.

$$\sum M_{(k)} = 0: U_2 \cdot 4 - 7.5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow U_2 = 7.5$$

$$\sum H = 0: O_2 + U_2 = 0 \Rightarrow O_2 = -U_2 = -7.5$$

• Vertikaler Totalschnitt links von e, rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: 2D_5^v + 10 + 10 - 22.5 = 0 \Rightarrow D_5^v = -D_6^v = 1.25$$

$$D_5^h / D_5^v = 2 \Rightarrow D_5^h = 2 \cdot 1.25 = 2.5$$

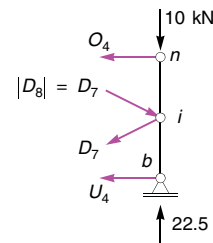
$$\Rightarrow D_5 = \sqrt{2.5^2 + 1.25^2} = 2.795 = -D_6$$

Da die Resultierende aus D_5 und D_6 keine horizontale Komponente hat, geht sie in die Momentensumme bezüglich des Punktes e nicht ein.

$$\sum M_{(e)} = 0: O_3 \cdot 4 - 10 \cdot 4 + 22.5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow O_3 = -12.5$$

$$\sum H = 0: -O_3 - U_3 = 0 \Rightarrow U_3 = -O_3 = 12.5$$

• Vertikaler Totalschnitt links von b, rechtes Teilsystem

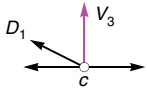


$$\sum V = 0: 2D_7^v + 10 - 22.5 = 0 \Rightarrow D_7^v = -D_8^v = 6.25$$

$$D_7^h / D_7^v = 2 \Rightarrow D_7^h = 2 \cdot 6.25 = 12.5$$

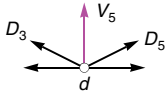
$$\Rightarrow D_7 = \sqrt{12.5^2 + 6.25^2} = 13.98 = -D_8$$

- Rundschnitt Knoten *c*



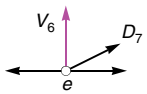
$$\sum V = 0: V_3 + D_1^V = 0 \Rightarrow V_3 = -D_1^V = -3.75$$

- Rundschnitt Knoten *d*



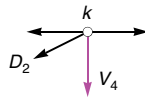
$$\begin{aligned} \sum V = 0: V_5 + D_3^V + D_5^V &= 0 \\ \Rightarrow V_5 &= -D_3^V - D_5^V = -3.75 - 1.25 = -5 \end{aligned}$$

- Rundschnitt Knoten *e*



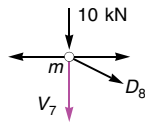
$$\sum V = 0: V_6 + D_7^V = 0 \Rightarrow V_6 = -D_7^V = -6.25$$

- Rundschnitt Knoten *k*



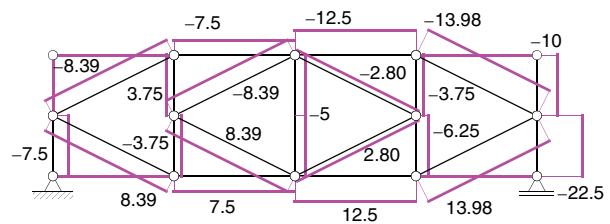
$$\sum V = 0: -V_4 - D_2^V = 0 \Rightarrow V_4 = -D_2^V = 3.75$$

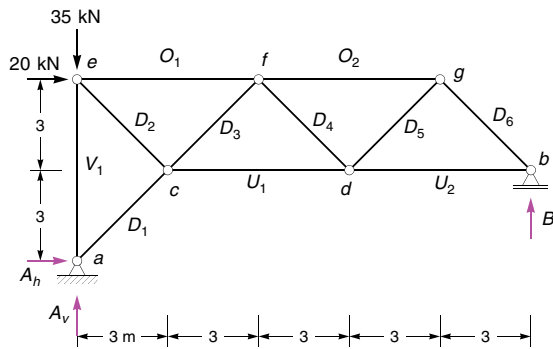
- Rundschnitt Knoten *m*



$$\begin{aligned} \sum V = 0: -V_7 - D_8^V - 10 &= 0 \\ \Rightarrow V_7 &= -D_8^V - 10 = 6.25 - 10 = -3.75 \end{aligned}$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.76

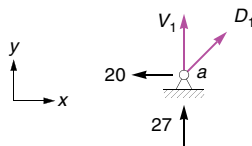
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 15 - 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B = 8$$

$$\sum V = 0: -A_v + 35 - 8 = 0 \Rightarrow A_v = 27$$

$$\sum H = 0: A_h + 20 = 0 \Rightarrow A_h = -20$$

- Rundschnitt Knoten a



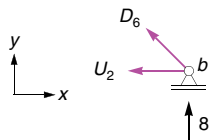
$$\sum H = 0: D_1^h - 20 = 0 \Rightarrow D_1^h = 20$$

$$D_1^v / D_1^h = 1 \Rightarrow D_1^v = 20 \Rightarrow D_1 = 20 \cdot \sqrt{2} = 28.28$$

$$\sum V = 0: V_1 + D_1^v + 27 = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = -D_1^v - 27 = -20 - 27 = -47$$

- Rundschnitt Knoten b

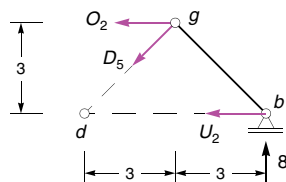


$$\sum V = 0: D_6^v + 8 = 0 \Rightarrow D_6^v = -8$$

$$D_6^h / D_6^v = 1 \Rightarrow D_6^h = -8 \Rightarrow D_6 = -8 \cdot \sqrt{2} = -11.31$$

$$\sum H = 0: -U_2 - D_6^h = 0 \Rightarrow U_2 = -D_6^h = 8$$

- Vertikaler Totalschnitt rechts von d, rechtes Teilsystem

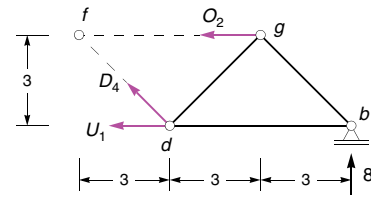


$$\sum M_{(d)} = 0: O_2 \cdot 3 + 8 \cdot 6 = 0 \Rightarrow O_2 = -16$$

$$\sum V = 0: D_5^v - 8 = 0 \Rightarrow D_5^v = 8$$

$$D_5 = 8 \cdot \sqrt{2} = 11.31$$

- Vertikaler Totalschnitt rechts von f, rechtes Teilsystem

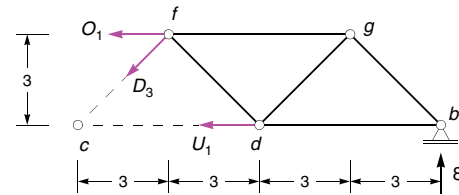


$$\sum M_{(f)} = 0: -U_1 \cdot 3 + 8 \cdot 9 = 0 \Rightarrow U_1 = 24$$

$$\sum V = 0: -D_4^v - 8 = 0 \Rightarrow D_4^v = -8$$

$$D_4 = -8 \cdot \sqrt{2} = -11.31$$

- Vertikaler Totalschnitt rechts von c, rechtes Teilsystem

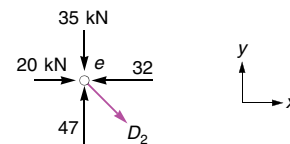


$$\sum M_{(c)} = 0: O_1 \cdot 3 + 8 \cdot 12 = 0 \Rightarrow O_1 = -32$$

$$\sum V = 0: D_3^v - 8 = 0 \Rightarrow D_3^v = 8$$

$$D_3 = 8 \cdot \sqrt{2} = 11.31$$

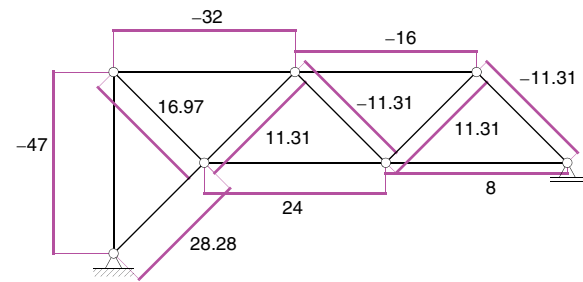
- Rundschnitt Knoten e



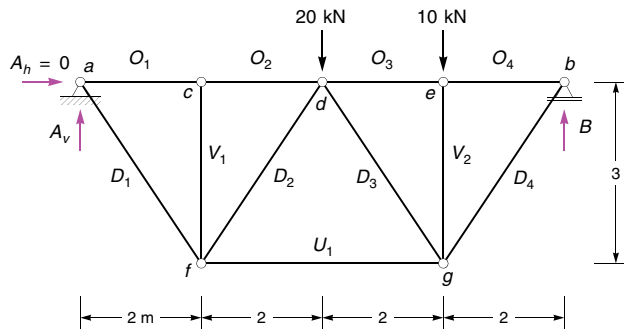
$$\sum H = 0: D_2^h + 20 - 32 = 0 \Rightarrow D_2^h = 12$$

$$\Rightarrow D_2 = 12 \cdot \sqrt{2} = 16.97$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.77

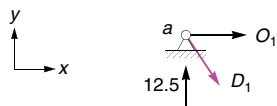


- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 8 - 20 \cdot 4 - 10 \cdot 6 = 0 \Rightarrow B = 17.5$$

$$\sum V = 0: -A_v + 20 + 10 - 17.5 = 0 \Rightarrow A_v = 12.5$$

- Rundschnitt Knoten a



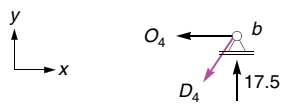
$$\sum V = 0: -D_1^v + 12.5 = 0 \Rightarrow D_1^v = 12.5$$

$$D_1^v / D_1^h = \frac{3}{2} \Rightarrow D_1^h = \frac{2}{3} \cdot 12.5 = 8.33$$

$$\Rightarrow D_1 = \sqrt{8.33^2 + 12.5^2} = 15.02$$

$$\sum H = 0: O_1 + D_1^h = 0 \Rightarrow O_1 = -D_1^h = -8.33$$

- Rundschnitt Knoten b



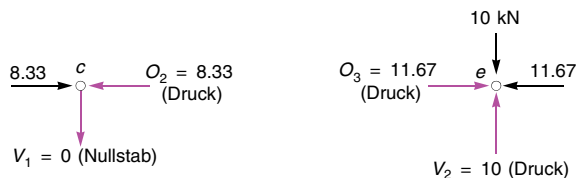
$$\sum V = 0: -D_4^v + 17.5 = 0 \Rightarrow D_4^v = 17.5$$

$$D_4^v / D_4^h = \frac{3}{2} \Rightarrow D_4^h = \frac{2}{3} \cdot 17.5 = 11.67$$

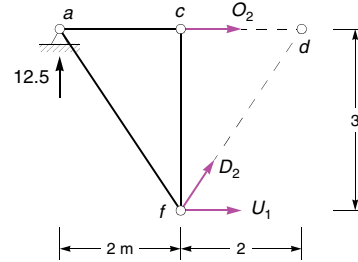
$$\Rightarrow D_4 = \sqrt{11.67^2 + 17.5^2} = 21.03$$

$$\sum H = 0: -O_4 - D_4^h = 0 \Rightarrow O_4 = -D_4^h = -11.67$$

- Rundschnitte Knoten c und e



- Vertikaler Totalschnitt rechts von c, linkes Teilsystem

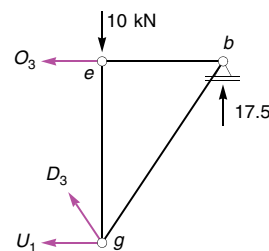


$$\sum M_{(d)} = 0: U_1 \cdot 3 - 12.5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow U_1 = 16.67$$

$$\sum V = 0: -D_2^v - 12.5 = 0 \Rightarrow D_2^v = -12.5$$

$$D_2 = -12.5 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = -15.02$$

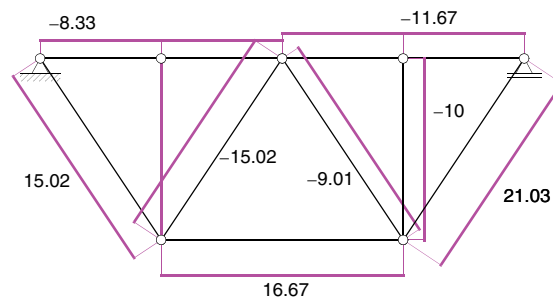
- Vertikaler Totalschnitt links von e, rechtes Teilsystem

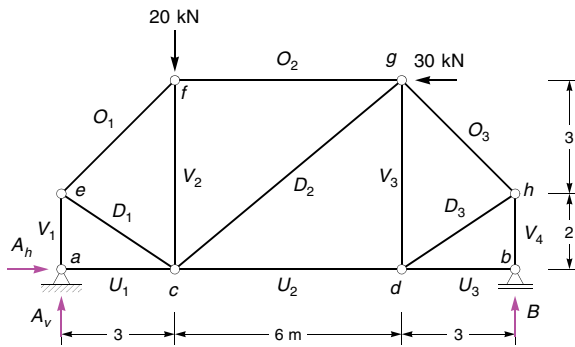


$$\sum V = 0: -D_3^v - 17.5 + 10 = 0 \Rightarrow D_3^v = -7.5$$

$$D_3 = -7.5 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = -9.014$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.78

- Auflagerkräfte

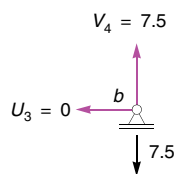
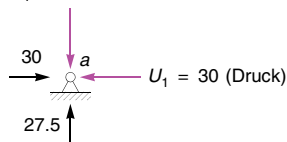
$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 12 - 20 \cdot 3 + 30 \cdot 5 = 0 \Rightarrow B = -7.5$$

$$\sum V = 0: -A_v + 20 + 7.5 = 0 \Rightarrow A_v = 27.5$$

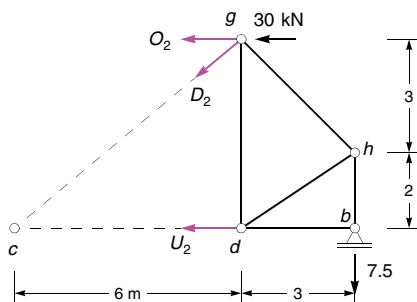
$$\sum H = 0: A_h - 30 = 0 \Rightarrow A_h = 30$$

- Rundschnitt Knoten a und b

$$V_1 = 27.5 \text{ (Druck)}$$



- Vertikaler Totalschnitt links von d, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(g)} = 0: -U_2 \cdot 5 - 7.5 \cdot 3 = 0 \Rightarrow U_2 = -4.5$$

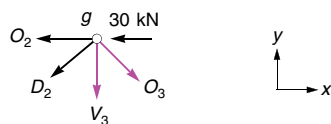
$$\sum M_{(c)} = 0: O_2 \cdot 5 + 30 \cdot 5 - 7.5 \cdot 9 = 0 \Rightarrow O_2 = -16.5$$

$$\sum V = 0: D_2^V + 7.5 = 0 \Rightarrow D_2^V = -7.5$$

$$D_2^V / D_2^h = \frac{5}{6} \Rightarrow D_1^h = \frac{6}{5} \cdot D_2^V = \frac{6}{5} \cdot (-7.5) = -9$$

$$D_2 = -\sqrt{9^2 + 7.5^2} = -11.72$$

- Rundschnitt Knoten g



$$\sum H = 0: O_3^h - O_2 - D_2^h - 30 = 0$$

$$O_3^h - (-16.5) - (-9) - 30 = 0 \Rightarrow O_3^h = 4.5$$

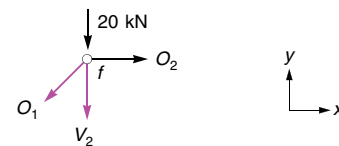
$$O_3^V / O_3^h = 1 \Rightarrow O_3^V = 4.5$$

$$\Rightarrow O_3 = 4.5 \cdot \sqrt{2} = 6.364$$

$$\sum V = 0: -V_3 - O_3^V - D_2^V = 0$$

$$-V_3 - 4.5 - (-7.5) = 0 \Rightarrow V_3 = 3$$

- Rundschnitt Knoten f



$$\sum H = 0: -O_1^h + O_2 = 0 \Rightarrow O_1^h = O_2 = -16.5$$

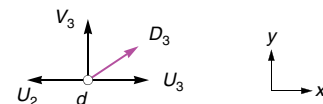
$$O_1^V / O_1^h = 1 \Rightarrow O_1^V = -16.5$$

$$\Rightarrow O_1 = -16.5 \cdot \sqrt{2} = -23.33$$

$$\sum V = 0: -V_2 - O_1^V - 20 = 0$$

$$-V_2 - (-16.5) - 20 = 0 \Rightarrow V_2 = -3.5$$

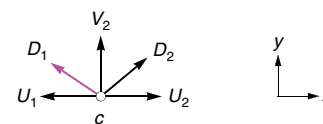
- Rundschnitt Knoten d



$$\sum V = 0: D_3^V + V_3 = 0 \Rightarrow D_3^V = -V_3 = -3$$

$$\Rightarrow D_3 = -3 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = -5.408$$

- Rundschnitt Knoten c

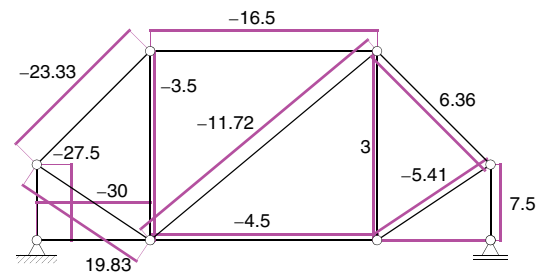


$$\sum V = 0: D_1^V + D_2^V + V_2 = 0$$

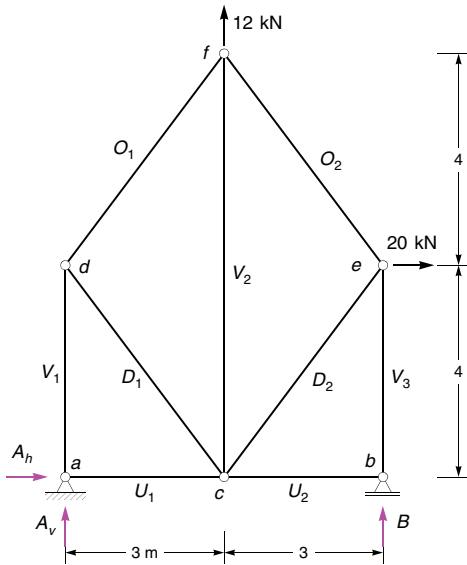
$$\Rightarrow D_1^V = -D_2^V - V_2 = -(-7.5) - (-3.5) = 11$$

$$\Rightarrow D_1 = 11 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 19.83$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 4.79



- Auflagerkräfte

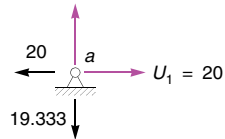
$$\sum M_{(a)} = 0: B \cdot 6 - 20 \cdot 4 + 12 \cdot 3 = 0 \Rightarrow B = 7.333$$

$$\sum V = 0: -A_v - 12 - 7.333 = 0 \Rightarrow A_v = -19.333$$

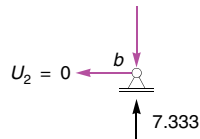
$$\sum H = 0: A_h + 20 = 0 \Rightarrow A_h = -20$$

- Rundschnitte Knoten a und b

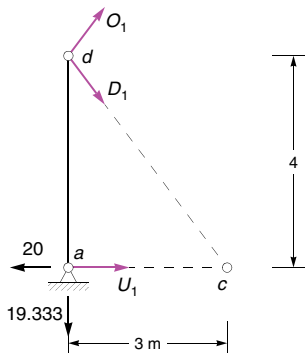
$$V_1 = 19.333$$



$$V_4 = 7.333 \text{ (Druck)}$$



- Vertikaler Totalschnitt links von c, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: -O_1^h \cdot 4 - O_1^v \cdot 3 + 19.33 \cdot 3 = 0$$

$$O_1^h / O_1^v = \frac{3}{4} \Rightarrow O_1^h = 0.75 \cdot O_1^v$$

$$\Rightarrow -0.75 \cdot O_1^v \cdot 4 - O_1^v \cdot 3 + 19.33 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow O_1^v = 9.667 \Rightarrow O_1^h = 0.75 \cdot 9.667 = 7.25$$

$$O_1 = \sqrt{9.667^2 + 7.25^2} = 12.08$$

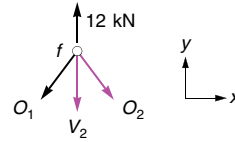
$$\sum V = 0: D_1^v - O_1^v + 19.333 = 0$$

$$\Rightarrow D_1^v = O_1^v - 19.333 = 9.666 - 19.333 = -9.667$$

$$D_1^h / D_1^v = \frac{3}{4} \Rightarrow D_1^h = 0.75 \cdot D_1^v = 0.75 \cdot (-9.667) = -7.25$$

$$D_1 = -\sqrt{9.667^2 + 7.25^2} = -12.08$$

- Rundschnitt Knoten f



$$\sum H = 0: -O_1^h + O_2^h = 0 \Rightarrow O_2^h = O_1^h = 7.25$$

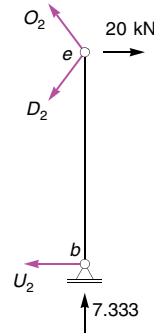
$$O_2^h / O_2^v = \frac{3}{4} \Rightarrow O_2^v = \frac{4}{3} \cdot O_2^h = \frac{4}{3} \cdot 7.25 = 9.667$$

$$O_2 = \sqrt{9.667^2 + 7.25^2} = 12.08$$

$$\sum V = 0: -O_1^v - O_2^v - V_2 + 12 = 0$$

$$V_2 = O_1^v + O_2^v - 12 = 9.667 + 9.667 - 12 = 7.333$$

- Vertikaler Totalschnitt rechts von c, rechtes Teilsystem



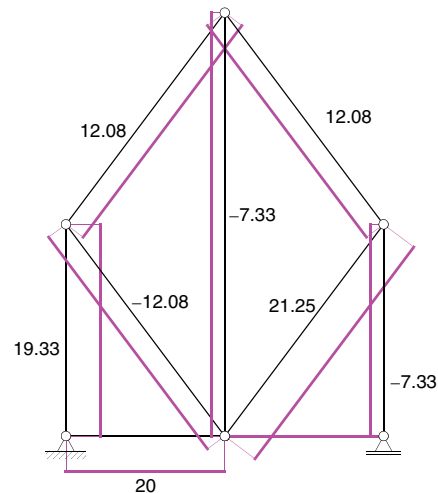
$$\sum V = 0: D_2^v - O_2^v - 7.333 = 0$$

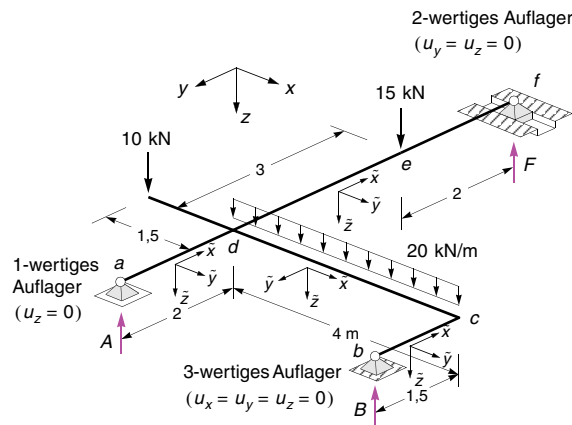
$$\Rightarrow D_2^v = O_2^v + 7.333 = 9.667 + 7.333 = 17$$

$$D_2^h / D_2^v = \frac{3}{4} \Rightarrow D_2^h = 0.75 \cdot D_2^v = 0.75 \cdot 17 = 12.75$$

$$D_1 = \sqrt{12.75^2 + 17^2} = 21.25$$

- Darstellung der Stabkräfte



Aufgabe 8.1

Da keine Belastung in der Tragwerksebene wirkt, treten nur die folgenden Schnittgrößen auf:

$$M_x(M_T), M_y(M_B), Q_z$$

- Auflagerkräfte

Da keine Kräfte in der x-y-Ebene wirken, sind alle Auflagerkräfte in der x-y-Ebene gleich null. Es handelt sich um einen Trägerrost.

$$\sum M_y^{(a)} = 0:$$

$$-20 \cdot 4^2/2 + 10 \cdot 1.5 + B \cdot 4 = 0 \Rightarrow B = 36.25$$

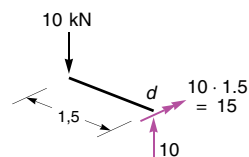
$$\sum M_x^{(a)} = 0:$$

$$-20 \cdot 4 \cdot 2 - 10 \cdot 2 - 15 \cdot 5 + 36.25 \cdot 0.5 + F \cdot 7 = 0 \Rightarrow F = 33.84$$

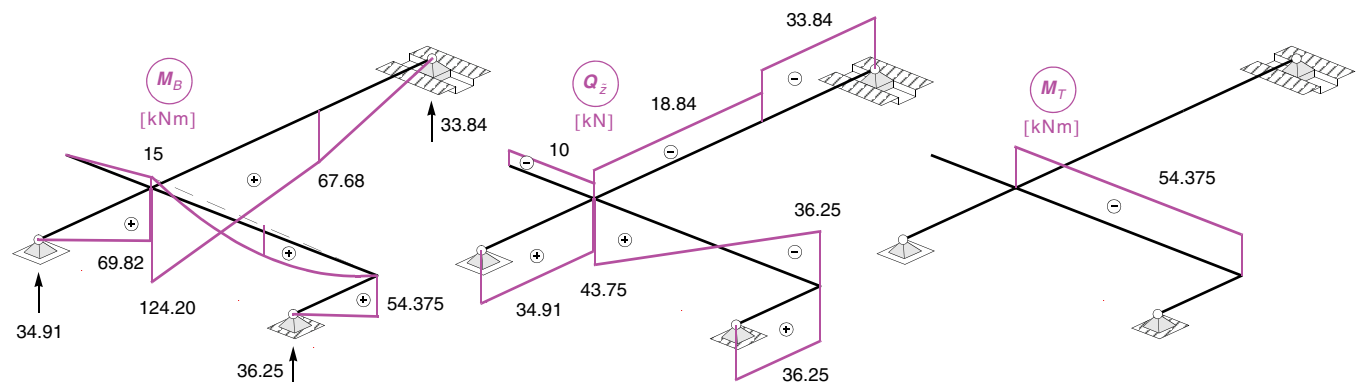
$$\sum M_x^{(d)} = 0:$$

$$33.84 \cdot 5 - 36.25 \cdot 1.5 - 15 \cdot 3 - A \cdot 2 = 0 \Rightarrow A = 34.91$$

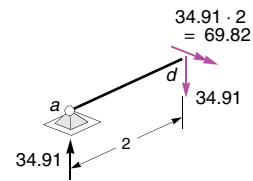
- Kragarm



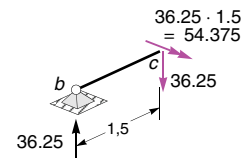
- Darstellung der Zustandslinien



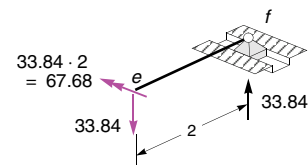
- Bereich a – d



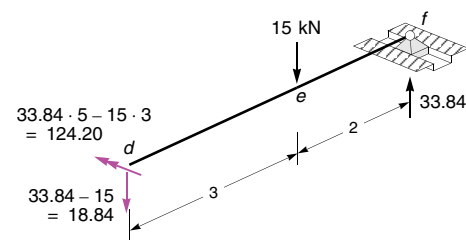
- Bereich b – c



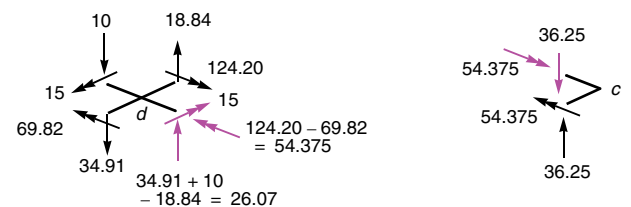
- Bereich e – f (Schnitt rechts von e)



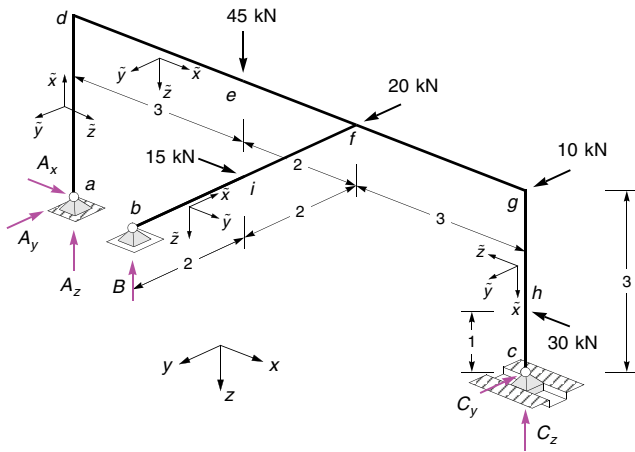
- Bereich d – f



- Rundschnitte Knoten d und c



Aufgabe 8.2



- Auflagerkräfte

$$\sum F_x = 0:$$

$$A_x + 15 - 30 = 0 \Rightarrow A_x = 15$$

$$\sum M_z^{(c)} = 0:$$

$$-15 \cdot 2 - 20 \cdot 3 + A_y \cdot 8 = 0 \Rightarrow A_y = 11.25$$

$$\sum M_x^{(c)} = 0:$$

$$10 \cdot 3 + 20 \cdot 3 - B \cdot 4 = 0 \Rightarrow B = 22.5$$

$$\sum M_y^{(c)} = 0:$$

$$45 \cdot 5 + 30 \cdot 1 - 22.5 \cdot 3 - 15 \cdot 3 + A_z \cdot 8 = 0 \Rightarrow A_z = 17.8125$$

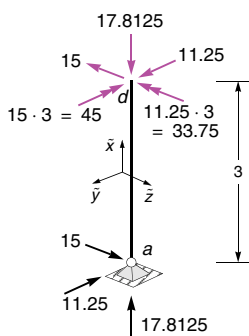
$$\sum M_z^{(a)} = 0:$$

$$10 \cdot 8 + 20 \cdot 5 - 15 \cdot 2 - C_y \cdot 8 = 0 \Rightarrow C_y = 18.75$$

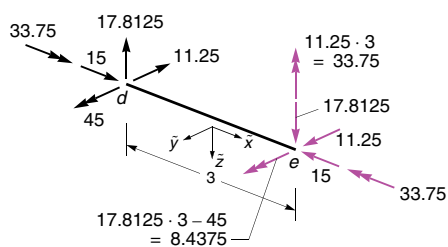
$$\sum M_y^{(a)} = 0:$$

$$-45 \cdot 3 + 30 \cdot 1 - 15 \cdot 3 + 22.5 \cdot 5 + C_z \cdot 8 = 0 \Rightarrow C_z = 4.6875$$

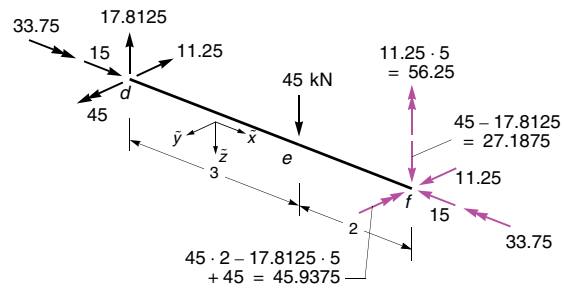
- Bereich a – d



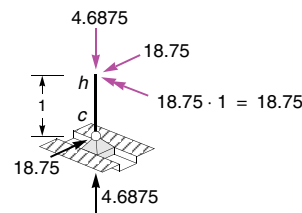
- Bereich d – e



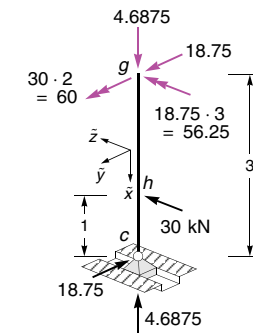
- Bereich d – f



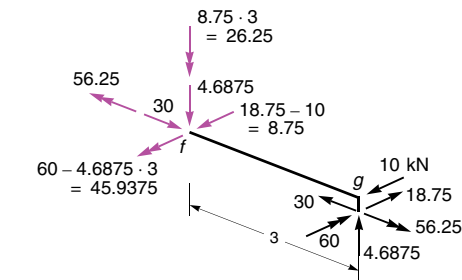
- Bereich c – h



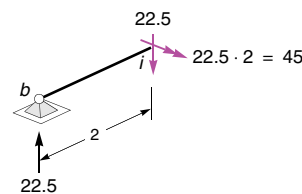
- Bereich c – g



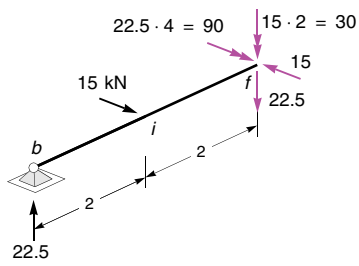
- Bereich f – g



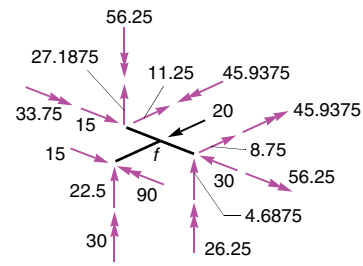
- Bereich b – i



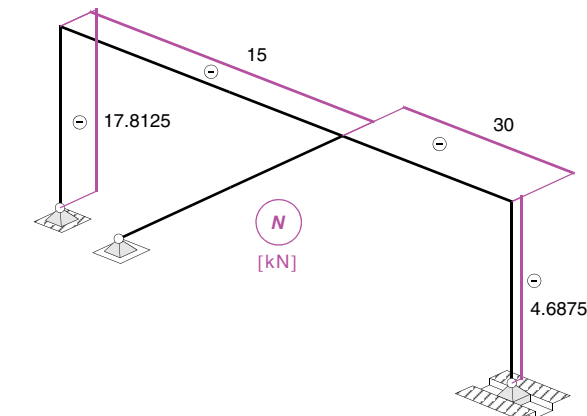
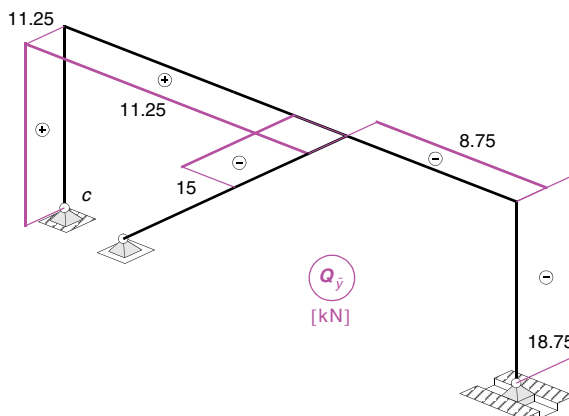
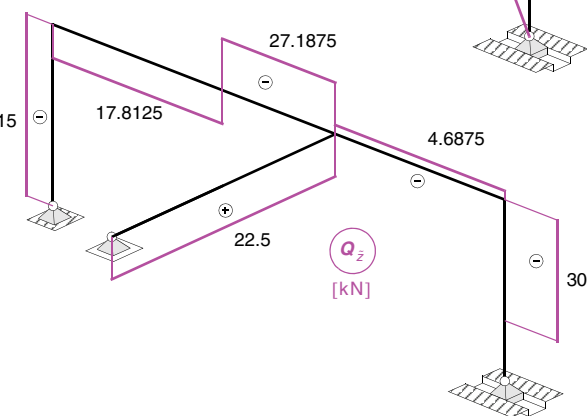
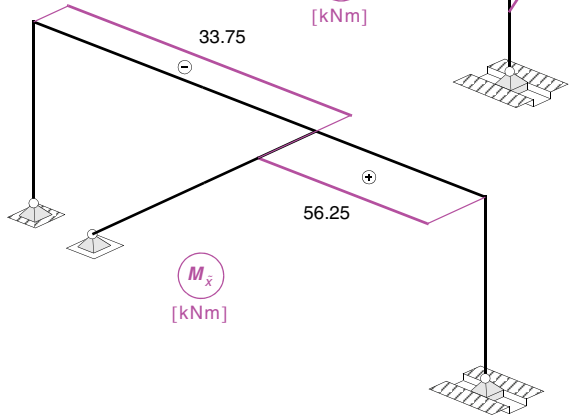
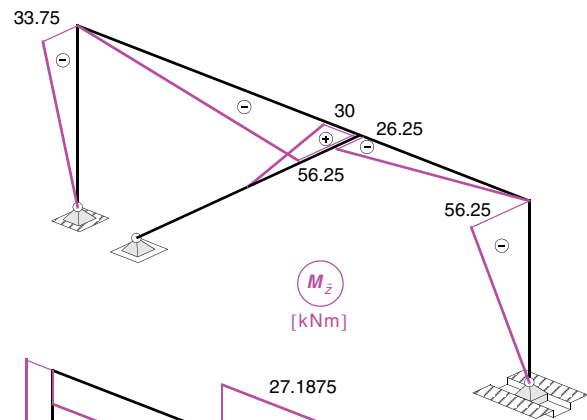
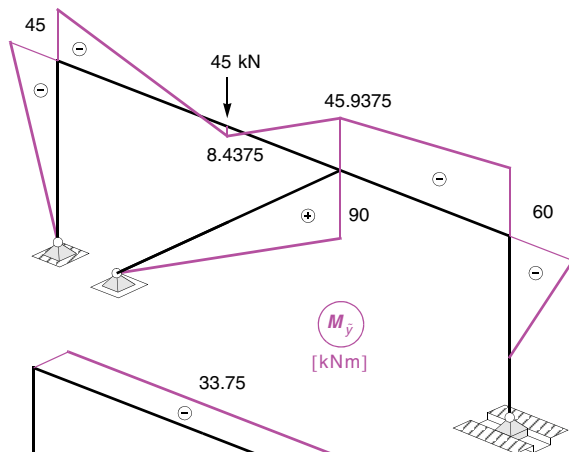
- Bereich $b - f$



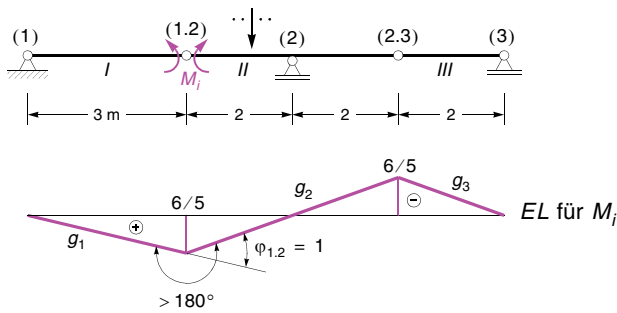
- Rundschnitt Knoten f



- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 9.1

Ermittlung der Einflusslinie für M_i 

1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Einsetzen eines Gelenks im Punkt i und Ansetzen von M_i als äußere Doppelgröße



2. Polplanermittlung

(1): (1.2), (2.3): Gelenk

(2) (1) - (1.2), (3) (2) - (2.3)

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkte der Geraden unter den Relativpolen.

4. Ermittlung der Ordinaten

Der Knick im Punkt i muss den Betrag eins haben.

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 1$$

Winkelbeziehungen:

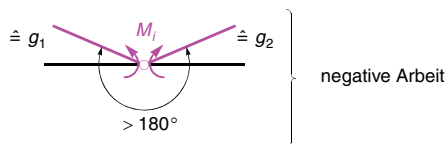
$$\varphi_1 \cdot 3 = \varphi_2 \cdot 2 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{2}{3} \varphi_2$$

$$\Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{2}{3} \varphi_2 + \varphi_2 = \varphi_2 \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{3}{5}$$

Ordinate unter den Relativpolen (1.2) und (2.3):

$$\varphi_2 \cdot 2 \text{ m} = \frac{3}{5} \cdot 2 \text{ m} = \frac{6}{5} \text{ m}$$

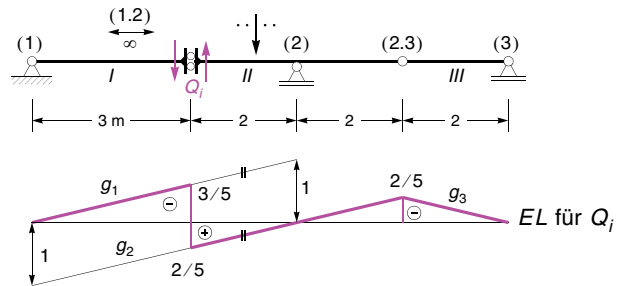
5. Bestimmung des Vorzeichens



- In der Skizze:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°

- In der Einflusslinie:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Last-richtung positiv.

Ermittlung der Einflusslinie für Q_i 

1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Einsetzen eines Querkraftgelenks im Punkt i und Ansetzen von Q_i als äußere Doppelgröße



2. Polplanermittlung

(1): (2.3): Gelenk zwischen den Scheiben

(1.2)

(2) (1) - (1.2), (3) (2) - (2.3)

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, g_1 und g_2 sind parallel, da der Relativpol (1.2) im Unendlichen liegt. g_2 und g_3 schneiden sich unter Relativpol (2.3).

4. Ermittlung der Ordinaten

Die Klaffung im Punkt i muss den Betrag eins haben, sie entspricht dem Abstand der Geraden g_1 und g_2 .

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{1}{5}$$

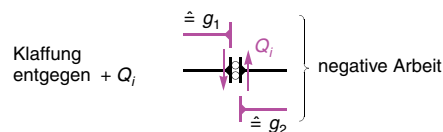
Ordinate links von i :

$$\varphi_1 \cdot 3 = \frac{1}{5} \cdot 3 = \frac{3}{5}$$

Ordinate rechts von i und unter dem Relativpol (2.3):

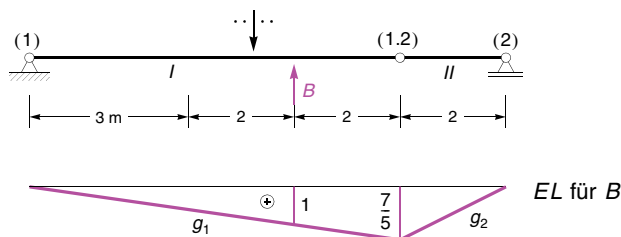
$$\varphi_2 \cdot 2 = \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$$

5. Bestimmung des Vorzeichens



- In der Skizze: g_1 über g_2
- In der Einflusslinie: g_1 über g_2

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Last-richtung positiv.

Ermittlung der Einflusslinie für B **1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung**

Entfernen des mittleren Auflagers und Ansetzen von B als äußere Kraftgröße

2. Polplanermittlung

(1): , (1.2): Gelenk zwischen den Scheiben

$$(2) \left[\begin{array}{c} (1) - (1.2) \\ \text{hinge symbol} \end{array} \right]$$

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkt der Geraden unter dem Relativpol.

4. Ermittlung der Ordinaten

Die Verschiebung am entfernten Auflager muss den Betrag eins haben.

Ordinate unter dem Relativpol (1.2): $\frac{1}{5} \cdot 7 = \frac{7}{5}$

5. Bestimmung des Vorzeichens

Die Auflagerkraft B muss negative Arbeit leisten, d. h., die Verschiebung muss entgegen der Auflagerkraft B erfolgen, also nach unten. In der Einflusslinie ist die Ordinate „1“ nach unten abgetragen, daher sind die Ordinaten in Lasttrichtung positiv.

1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Einsetzen eines Gelenks im Punkt i und Ansetzen von M_i als äußere Doppelgröße

**2. Polplanermittlung**

(1), (3): , (1.2), (2.3): Gelenk

$$(2) \left[\begin{array}{c} (1) - (1.2) \\ (3) - (2.3) \end{array} \right]$$

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkte der Geraden unter den Relativpolen.

4. Ermittlung der Ordinaten

Der Knick im Punkt i muss den Betrag eins haben.

$$\varphi_2 + \varphi_3 = 1$$

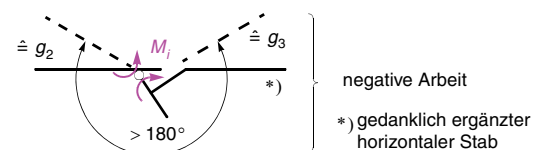
Winkelbeziehungen:

$$\varphi_2 \cdot \frac{32}{17} = \varphi_3 \cdot 2 \Rightarrow \varphi_3 = \frac{16}{17} \varphi_2$$

$$\Rightarrow \varphi_2 + \varphi_3 = \varphi_2 + \frac{16}{17} \varphi_2 = \varphi_2 \left(1 + \frac{16}{17} \right) = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{17}{33}$$

Ordinate unter dem Relativpol (1.2): $\frac{17}{33} \cdot \frac{36}{17} \text{ m} = \frac{12}{11} \text{ m}$

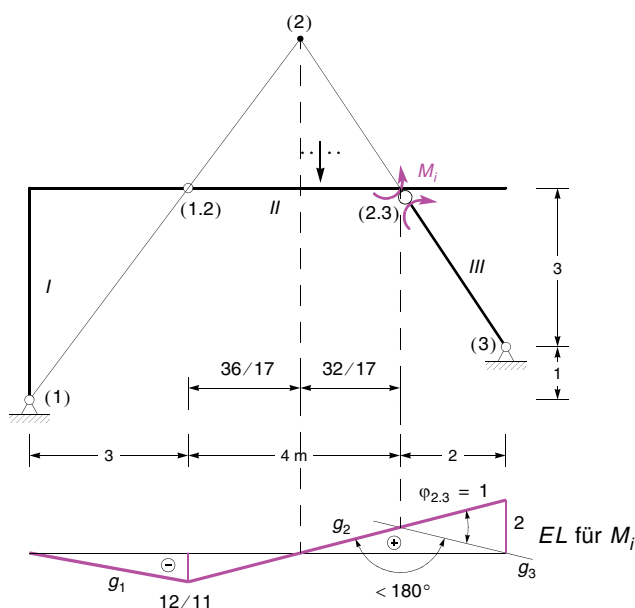
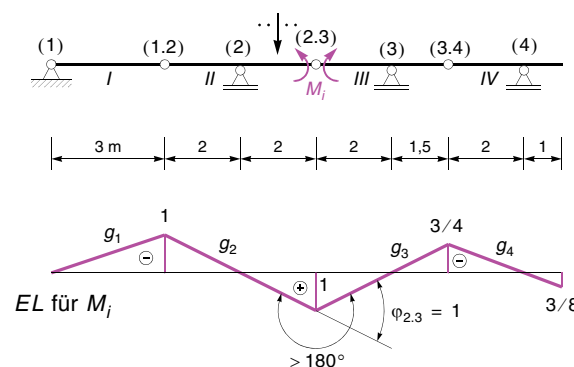
Ordinate unter der Kragarmspitze: $\frac{17}{33} \cdot \frac{66}{17} \text{ m} = 2 \text{ m}$

5. Bestimmung des Vorzeichens

- In der Skizze:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°

- In der Einflusslinie:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°

Es besteht ein Widerspruch, daher sind die Ordinaten in Lasttrichtung negativ.

Aufgabe 9.2**Aufgabe 9.3****Ermittlung der Einflusslinie für M_i** 

1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Einsetzen eines Gelenks im Punkt i und Ansetzen von M_i als äußere Doppelgröße



2. Polplanermittlung

(1): , (1.2), (2.3), (3.4): Gelenk

(2) , (3) , (4) 

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkte der Geraden unter den Relativpolen.

4. Ermittlung der Ordinaten

Der Knick im Punkt i muss den Betrag eins haben.

$$\varphi_2 + \varphi_3 = 1$$

Winkelbeziehungen:

$$\varphi_2 \cdot 2 = \varphi_3 \cdot 2 \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_3$$

$$\Rightarrow \varphi_2 + \varphi_3 = 2\varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_3 = \frac{1}{2}$$

Ordinate unter den Relativpolen (1.2) und (2.3):

$$\varphi_2 \cdot 2 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m} = 1 \text{ m}$$

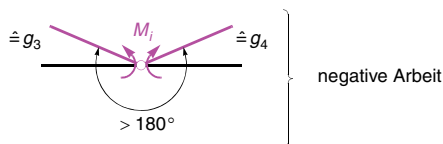
Ordinate unter Relativpol (3.4):

$$\varphi_2 \cdot 1.5 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 1.5 \text{ m} = 0.75 \text{ m}$$

Ordinate am Kragarmende:

$$\frac{0.75}{2} = 0.375 \text{ m}$$

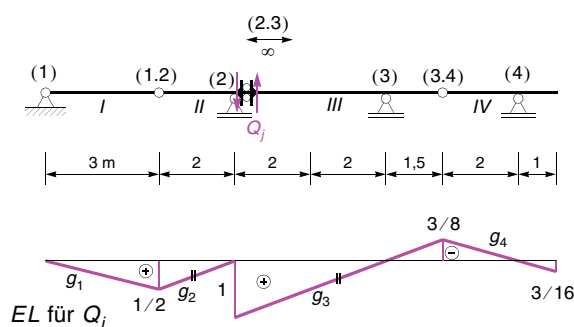
5. Bestimmung des Vorzeichens



- In der Skizze: Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°

- In der Einflusslinie: Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Last-richtung positiv.

Ermittlung der Einflusslinie für Q_j 

1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Einsetzen eines Querkraftgelenks im Punkt i und Ansetzen von Q_j als äußere Doppelgröße



2. Polplanermittlung

(1): , (1.2), (3.4): Gelenk

(2.3) 

(2) , (3) , (4) 

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, g_2 und g_3 sind parallel, da der Relativpol (2.3) im Unendlichen liegt. g_1 und g_2 schneiden sich unter Relativpol (1.2), g_3 und g_4 schneiden sich unter Relativpol (3.4)

4. Ermittlung der Ordinaten

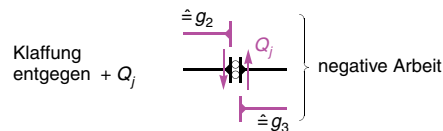
Die Klaffung im Punkt j muss den Betrag eins haben, sie entspricht dem Abstand der Geraden g_2 und g_3 .

$$\varphi_2 = \varphi_3 = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ordinate unter dem Relativpol (1.2): } \varphi_2 \cdot 2 = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ordinate unter dem Relativpol (3.4): } \varphi_3 \cdot 1.5 = \frac{1}{4} \cdot 1.5 = \frac{3}{8}$$

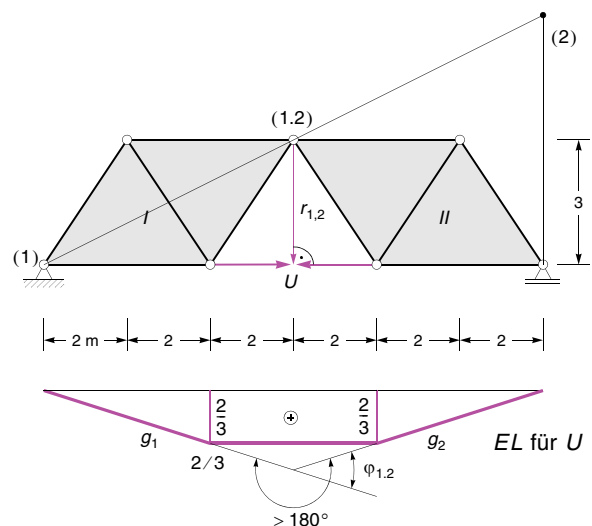
5. Bestimmung des Vorzeichens



- In der Skizze: g_2 über g_3
- In der Einflusslinie: g_2 über g_3

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Last-richtung positiv.

Aufgabe 9.4

Ermittlung der Einflusslinie für U 

1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Der Untergurtstab wird geschnitten und die Stabkraft U als äußere Doppelgröße positiv angesetzt.

2. Polplanermittlung

Es werden zunächst in sich unverschiebliche Teile des Fachwerks zu Scheiben zusammengefasst.

(1): , (1.2): Gelenk

(2) 

3. Konstruktion der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkt der Geraden unter dem Relativpol. Im Bereich des freigeschnittenen Stabes werden die Ordinaten der Geraden g_1 und g_2 geradlinig verbunden.

4. Ermittlung der Ordinaten

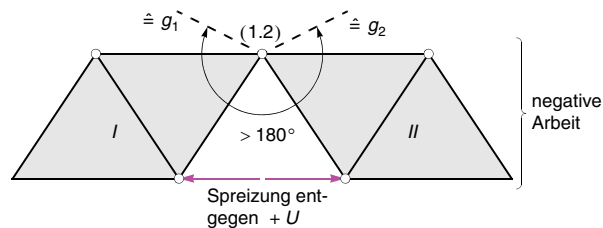
Die Spreizung im freigeschnittenen Stab muss den Betrag „1“ haben.

$$\text{Relativdrehwinkel } \varphi_{1,2} = \frac{1}{r_{1,2}} = \frac{1}{3}$$

$$\varphi_{1,2} = \varphi_1 + \varphi_2$$

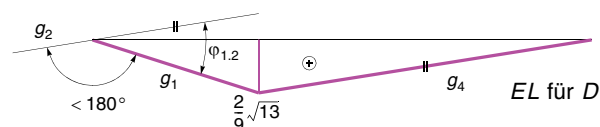
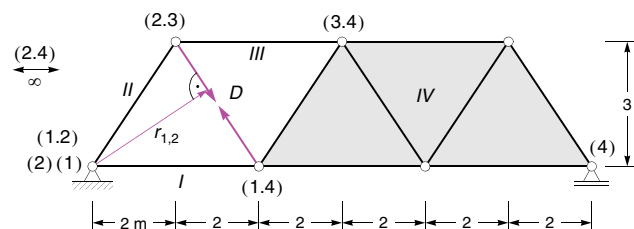
$$\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ordinaten } \varphi_1 \cdot 4 = \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}$$

5. Bestimmung des Vorzeichens

- In der Skizze:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°
- In der Einflusslinie:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 größer als 180°

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Lastrichtung positiv.

Ermittlung der Einflusslinie für D **1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung**

Der Diagonalstab wird geschnitten und die Stabkraft D als äußere Doppelgröße positiv angesetzt.

2. Polplanermittlung

Es werden zunächst in sich unverschiebliche Teile des Fachwerks zu Scheiben zusammengefasst.

(1), (2): , (1.4), (2.3), (3.4): Gelenk

(2.4) 

(4) 

3. Konstruktion der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkt der Geraden unter dem Relativpol. g_4 und g_2 sind parallel, da der Relativpol (2.4) im Unendlichen liegt.

4. Ermittlung der Ordinaten

Die Spreizung im freigeschnittenen Stab muss den Betrag „1“ haben.

$$\text{Relativdrehwinkel } \varphi_{1,2} = \frac{1}{r_{1,2}} = \frac{1}{\frac{12}{\sqrt{13}}} = \frac{\sqrt{13}}{12}$$

$$\varphi_{1,2} = \varphi_1 + \varphi_2$$

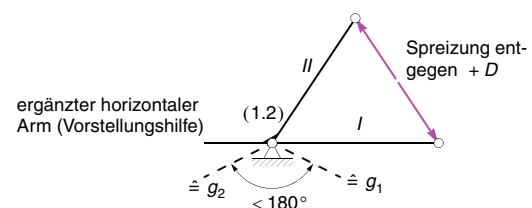
$$\varphi_2 = \varphi_4$$

$$\varphi_1 \cdot 4 = \varphi_4 \cdot 8 \Rightarrow \varphi_4 = \varphi_2 = \frac{1}{2} \varphi_1$$

$$\Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{1}{2} \varphi_1 = \frac{\sqrt{13}}{12} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\sqrt{13}}{18}$$

Ordinate unter dem Relativpol (1.4):

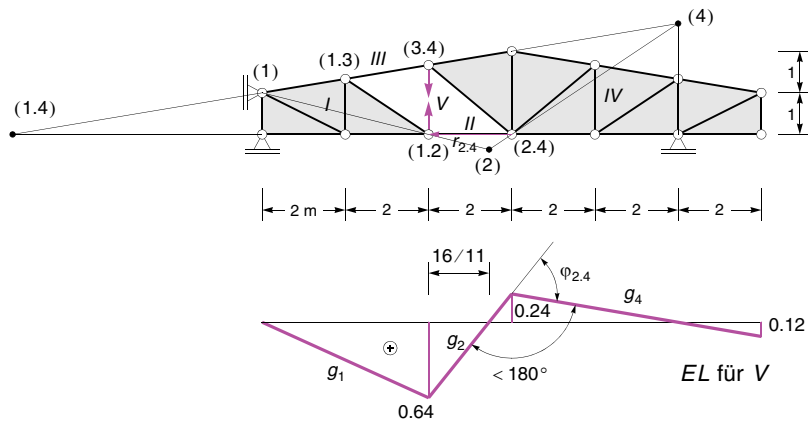
$$\varphi_1 \cdot 4 = \frac{\sqrt{13}}{18} \cdot 4 = \frac{2}{9} \sqrt{13}$$

5. Bestimmung des Vorzeichens

- In der Skizze:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°
- In der Einflusslinie:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Lastrichtung positiv.

Aufgabe 9.5



1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Der Diagonalstab wird geschnitten und die Stabkraft V als äußere Doppelgröße positiv angesetzt.

2. Polplanermittlung

Es werden zunächst in sich unverschiebliche Teile des Fachwerks zu Scheiben zusammengefasst.

(1):  (1.2), (1.3), (2.4), (3.4): Gelenk

(1.4) $\begin{bmatrix} (1.2) - (2.4) \\ (1.3) - (3.4) \end{bmatrix}$, (4) $\begin{bmatrix} (1) - (1.4) \\ (4) - (2.4) \end{bmatrix}$, (2) $\begin{bmatrix} (1) - (1.2) \\ (4) - (2.4) \end{bmatrix}$

3. Konstruktion der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkt der Geraden unter dem Relativpol.

4. Ermittlung der Ordinaten

Die Spreizung im freigeschnittenen Stab muss den Betrag „1“ haben.

$$\text{Relativdrehwinkel } \varphi_{2,4} = \frac{1}{r_{2,4}} = \frac{1}{2}$$

$$\varphi_{2,4} = \varphi_2 + \varphi_4$$

$$\varphi_2 \cdot \frac{6}{11} = \varphi_4 \cdot 4 \Rightarrow \varphi_4 = \varphi_2 \cdot \frac{3}{22}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 + \varphi_4 = \varphi_2 + \frac{3}{22} \varphi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{11}{25}$$

Ordinate unter dem Relativpol (1.2):

$$\varphi_2 \cdot \frac{16}{11} = \frac{11}{25} \cdot \frac{16}{11} = \frac{16}{25} = 0.64$$

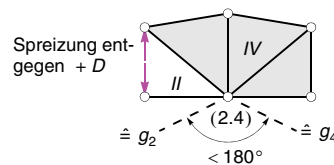
Ordinate unter dem Relativpol (2.4):

$$\varphi_2 \cdot \frac{6}{11} = \frac{11}{25} \cdot \frac{6}{11} = \frac{6}{25} = 0.24$$

Ordinate rechts:

$$\frac{0.24}{2} = 0.12$$

5. Bestimmung des Vorzeichens



- In der Skizze:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°

- In der Einflusslinie:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Last-richtung positiv.