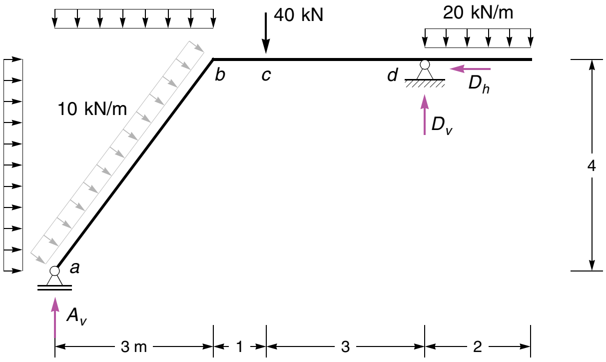
Aufgabe 1



- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: \quad -D_h + 10 \cdot 4 = 0 \Rightarrow D_h = 40$$

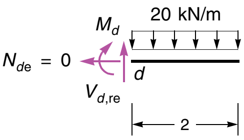
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -A_v \cdot 7 + 10 \cdot 3 \cdot 5.5 + 10 \cdot 4^2/2 + 40 \cdot 3$$

$$-20 \cdot 2^2/2 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 46.428$$

$$\sum V = 0: \quad -D_v - 46.429 + 10 \cdot 3 + 40 + 20 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow D_v = 63.571$$

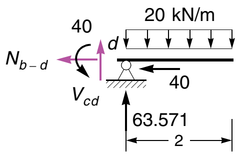
- Schnitt rechts von d, rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad -V_{d,re} + 20 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow V_{d,re} = 40$$

$$\sum M_{(d)} = 0: \ -M_d - 20 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_d = -40$$

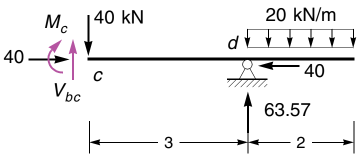
- Schnitt links von d, rechtes Teilsystem



$$\sum N = 0: \ -N_{bd} - 40 = 0 \quad \Rightarrow N_{bd} = -40$$

$$\sum V = 0: \ -V_{cd} - 63.571 + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_{cd} = -23.571$$

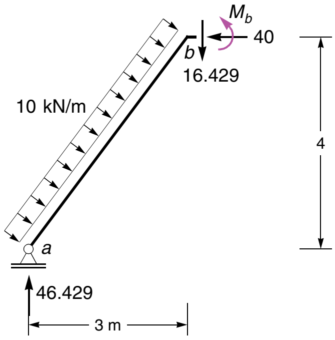
- Schnitt links von c, rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad -V_{bc} - 63.571 + 40 + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_{bc} = 16.429$$

$$\sum M_{(c)} = 0: -M_c - 20 \cdot 2 \cdot 4 + 63.571 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_c = 30.714$$

- Schnitt rechts von b, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(b)} = 0: \quad M_b + 10 \cdot 5^2/2 - 46.429 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_b = 14.287$$

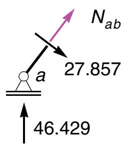
- Querkraft im Bereich $a - b$

$$V = \pm \frac{10 \cdot 5}{2} + \frac{14.287 - 0}{5} = \pm 25 + 2.857$$

$$V_{ab} = 25 + 2.857 = 27.857$$

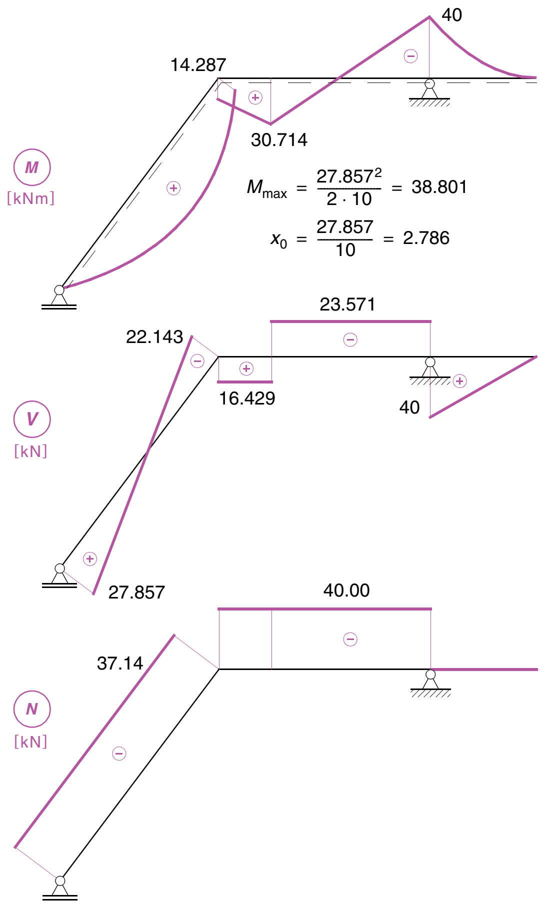
$$V_{ba} = -25 + 2.857 = -22.143$$

- Schnitt am Auflager a

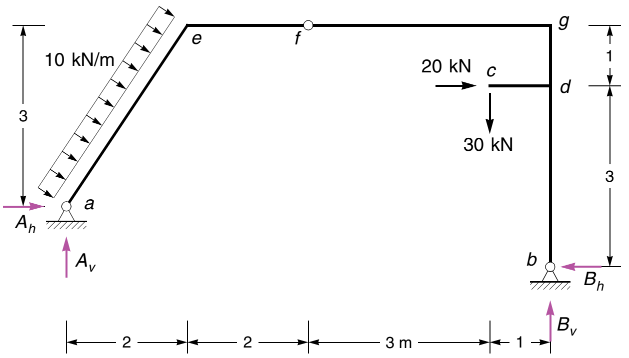


$$N_{ab} = -46.429 \cdot \frac{4}{5} = -37.143$$

- Darstellung der Zustandslinien



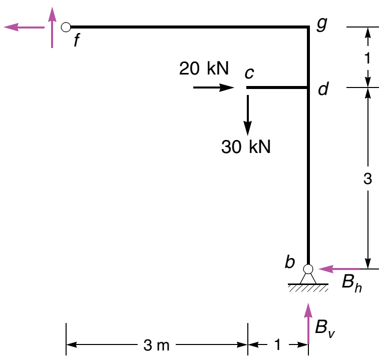
Aufgabe 2



- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad B_v \cdot 8 - B_h \cdot 1 - 20 \cdot 2 - 30 \cdot 7 - 10 \cdot \sqrt{13}^2/2 = 0$$
$$\Rightarrow 8B_v - B_h = -315$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt f, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad B_v \cdot 4 - B_h \cdot 4 + 20 \cdot 1 - 30 \cdot 3 = 0$$
$$\Rightarrow 4B_v - 4B_h = 70$$

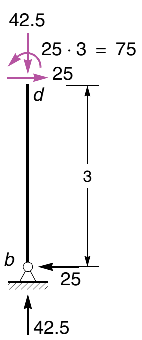
- Gleichungssystem und Lösung

$$\begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 315 \\ 70 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42.5 \\ 25 \end{bmatrix}$$

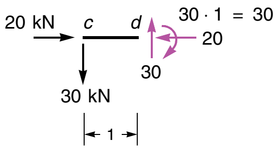
- Kräftesummen am Gesamtsystem

$$\sum H = 0: \quad A_h + 10 \cdot 3 + 20 - 25 = 0 \Rightarrow A_h = -25$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 50 - 29 = 0 \qquad \Rightarrow A_v = 7.5$$

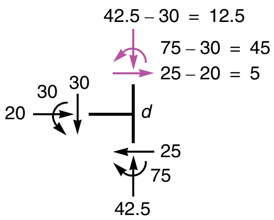
- Schnitt unterhalb von d, unteres Teilsystem



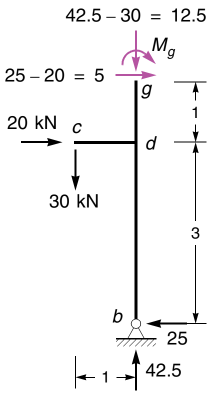
- Schnitt links von d, linkes Teilsystem



- Rundschnitt Knoten d

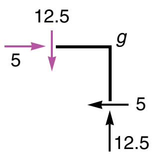


- Schnitt unterhalb von g, unteres Teilsystem

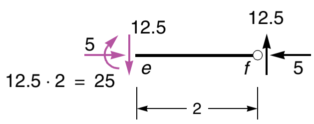


$$\sum M_{(g)} = 0: \quad -M_g - 25 \cdot 4 + 30 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_g = -50$$

- Rundschnitt Knoten g



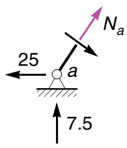
- Bereich $e - f$



- Querkraft im Bereich $a - e$

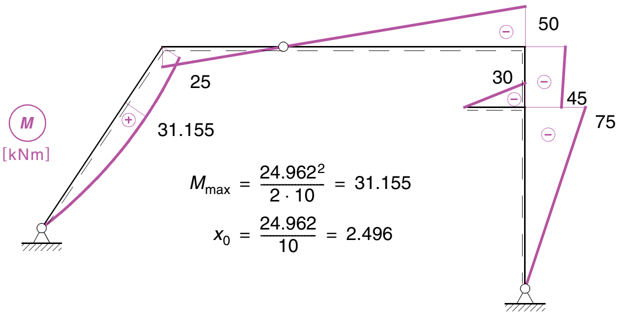
$$V = \pm \frac{10 \cdot \sqrt{13}}{2} + \frac{25 - 0}{\sqrt{13}} = \pm 18.028 + 6.934$$
$$V_{ae} = 18.028 + 6.934 = 24.962$$
$$V_{ea} = -18.028 + 6.934 = -11.094$$

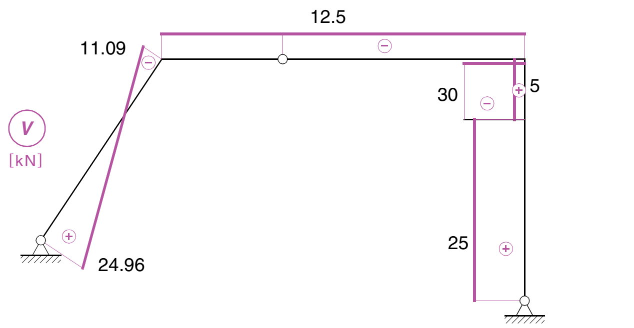
- Schnitt am Auflager a

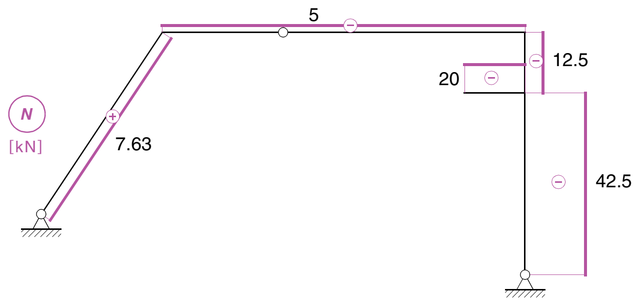


$$N_a = 25 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - 7.5 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = 7.627$$

- Darstellung der Zustandslinien

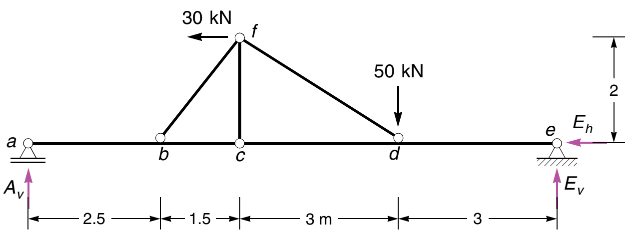






Aufgabe 3

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



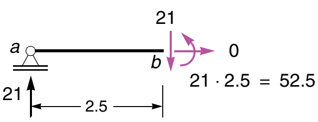
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad E_v \cdot 10 - 50 \cdot 7 + 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow E_v = 29$$

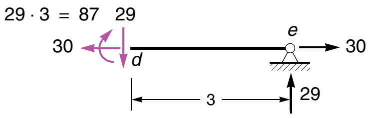
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 50 - 29 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 21$$

$$\sum H = 0: \quad -E_h - 30 = 0 \quad \Rightarrow E_h = -30$$

- Schnitt links von b, linkesTeilsystem



- Schnitt rechts von d, rechtes Teilsystem

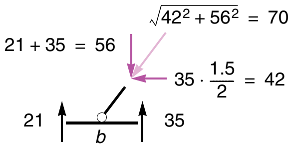


- Querkräfte im Bereich $b-c$ und $c-d$

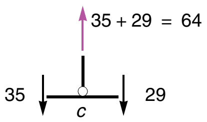
$$V_{bc} = \frac{M_c - M_b}{l} = \frac{0 - 52.5}{1.5} = -35$$

$$V_{cd} = \frac{M_d - M_c}{l} = \frac{87 - 0}{3} = 29$$

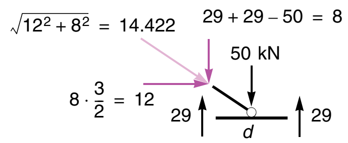
- Rundschnitt Knoten b



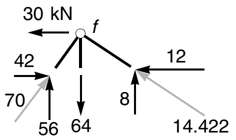
- Rundschnitt Knoten c



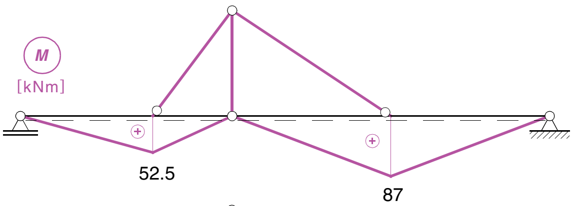
- Rundschnitt Knoten d

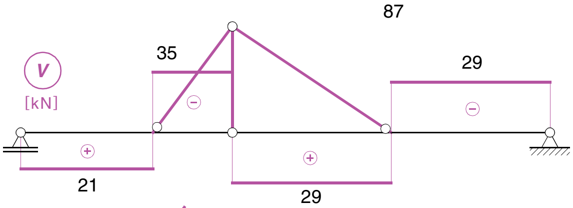


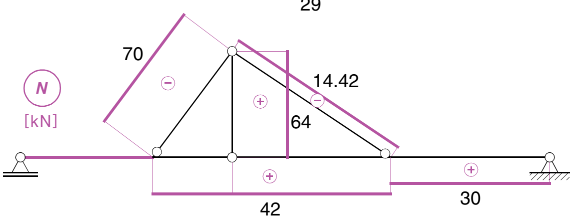
- Kontrolle: Rundschnitt Knoten f



- Darstellung der Zustandslinien

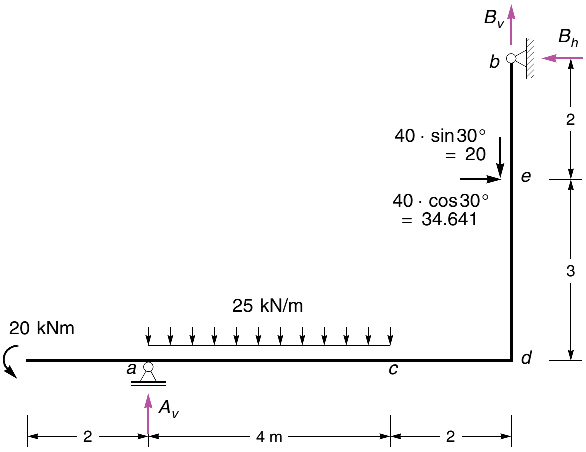






Aufgabe 4

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



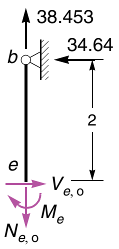
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -A_v \cdot 6 + 25 \cdot 4^2 + 34.641 \cdot 2 + 20 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 81.547$$

$$\sum V = 0: \quad -81.547 + 25 \cdot 4 + 20 - B_v = 0 \quad \Rightarrow B_v = 38.453$$

$$\sum H = 0: \quad -B_h + 34.641 = 0 \quad \Rightarrow B_h = 34.641$$

- Schnitt oberhalb von *e*, oberes Teilsystem

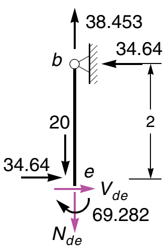


$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -M_e + 34.641 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = -69.282$$

$$\sum H = 0: \quad V_{e,o} - 34.641 = 0 \quad \Rightarrow V_{e,o} = 34.64$$

$$\sum V = 0: \quad N_{e,o} - 38.453 = 0 \quad \Rightarrow N_{e,o} = 38.453$$

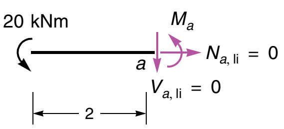
- Schnitt unterhalb von *e*, oberes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad 34.64 - 34.64 - V_{de} = 0 \Rightarrow V_{de} = 0$$

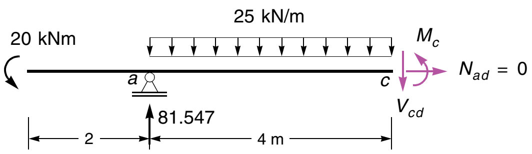
$$\sum H = 0: \quad 38.453 - 20 - N_{de} = 0 \Rightarrow N_{de} = 18.453$$

- Schnitt links von *a*, linkes Teilsystem



$$\sum M_a = 0: \quad M_a + 20 = 0 \Rightarrow M_a = -20$$

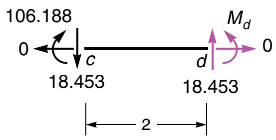
- Schnitt links von *c*, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 20 - 81.547 \cdot 4 + 25 \cdot 4^2/2 + M_c = 0$$
$$\Rightarrow M_c = 106.188$$

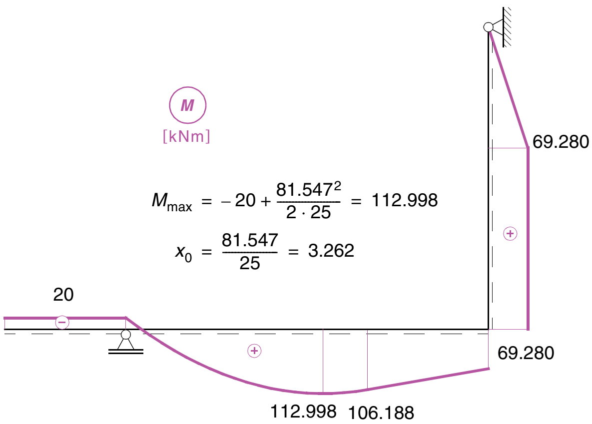
$$\sum V = 0: \quad -81.547 + 25 \cdot 4 + V_c = 0 \Rightarrow V_c = -18.453$$

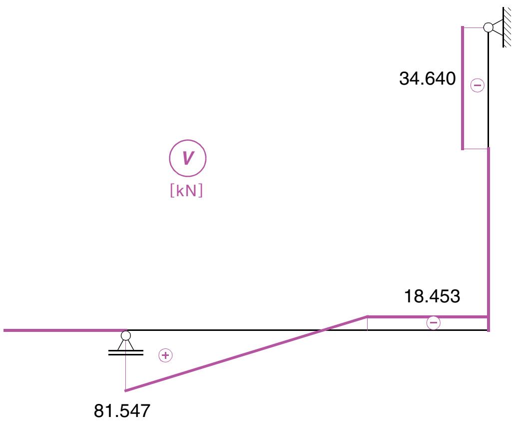
- Bereich $c - d$

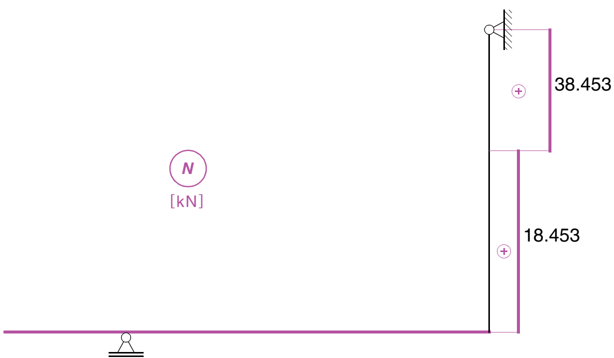


$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 18.453 \cdot 2 - 106.188 + M_d = 0 \Rightarrow M_d = 69.282$$

- Darstellung der Zustandslinien

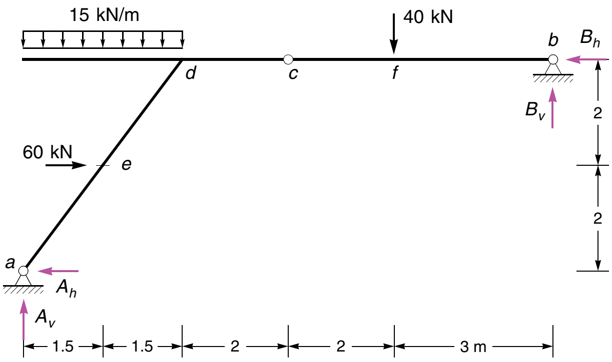






Aufgabe 5

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



Momentenlinie

- Bereich Kragarm

Parabolischer Verlauf mit horizonaler Tangente links $(V = 0)$. Im gesamten Bereich „oben Zug". Ordinate im Punkt d:

$$|M_{d,\,\mathrm{li}}| = \frac{15 \cdot 3^2}{2} = 67.5 \;\text{ (oben Zug)}$$

- Bereich $c - b$

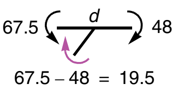
Beidseitig gelenkiger Balken mit Einzelkraft.

$$\Rightarrow M_f = \frac{40 \cdot 2 \cdot 3}{5} = 48 \;\text{ (unten Zug)}$$

- Bereich $d - c - f$

Die Momentenlinie muss geradlinig ohne Knick durch das Gelenk verlaufen $\Rightarrow |M_d| = 48$ (oben Zug)

- Rundschnitt Knoten d (Kräfte nicht dargestellt)



- Bereich $a - e - d$

Durch Einhängen des Dreiecks aus der Einzelkraft mit der Ordinate:

$$\frac{60 \cdot 4}{4} = 60$$

folgt das Moment im Punkt e mit:

$$60 + \frac{19.5}{2} = 69.75$$

Querkräfte

- Bereich Kragarm

Linearer Verlauf mit $V = 0$ am freien Rand und der Ordinate von $15 \cdot 3 = 45$ (negativ) rechts.

- Bereich $a - e$

$$V_{ae} = \frac{69.75}{2.5} = 27.9$$

- Bereich $e - d$

$$V_{ed} = \frac{19.5 - 69.75}{2.5} = -20.1$$

- Bereich $d - c - f$

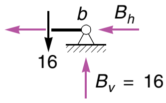
$$V_{dcf} = \frac{48}{2} = 24$$

- Bereich $f - b$

$$V_{fb} = -\frac{48}{3} = -16$$

Auflagerkräfte

- Schnitt am Auflager b

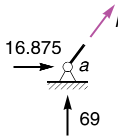


- Ermittlung der weiteren Auflagerkräfte am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0{:}\quad -60 \cdot 2 - 15 \cdot 3^2/2 - 40 \cdot 7 + 16 \cdot 10 + B_h \cdot 4 = 0$$
$$\Rightarrow B_h = 76.875$$
$$\sum V = 0{:}\quad -A_v + 15 \cdot 3 + 40 - 16 = 0 \Rightarrow A_v = 69$$
$$\sum H = 0{:}\quad -A_h + 60 - 76.875 = 0 \quad \Rightarrow A_h = -16.875$$

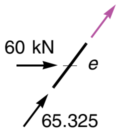
Normalkräfte

- Schnitt am Auflager a, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



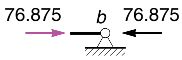
$$N_{ae} = -69 \cdot \frac{4}{5} - 16.875 \cdot \frac{3}{5} = -65.325$$

- Rundschnitt Knoten e, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

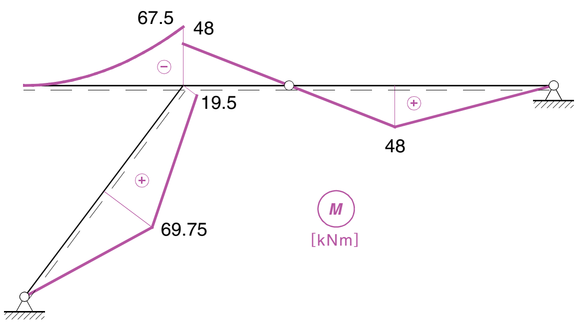


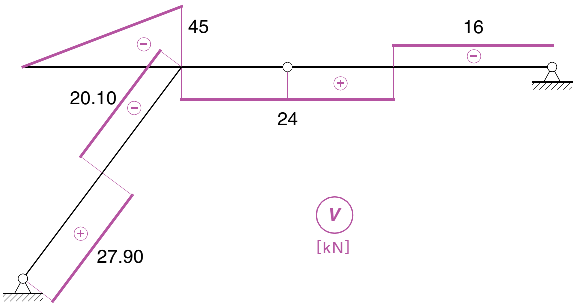
$$N_{ed} = -65.325 - 60 \cdot \frac{3}{5} = -101.325$$

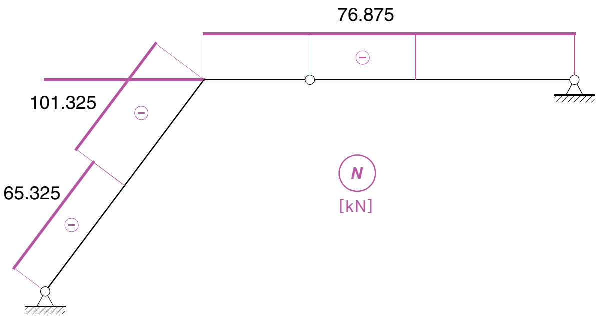
- Schnitt am Auflager b



- Darstellung der Zustandslinien

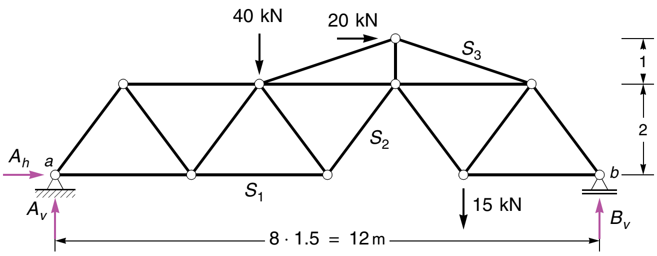






Aufgabe 6

Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_3 infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln.



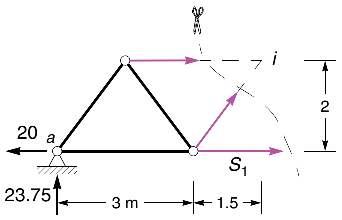
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: \; B_v \cdot 12 - 40 \cdot 4.5 - 20 \cdot 3 - 15 \cdot 9 = 0 \Rightarrow B_v = 31.25$$

$$\sum V = 0: \quad A_v - 40 - 15 + 31.25 = 0 \qquad \Rightarrow A_v = 23.75$$

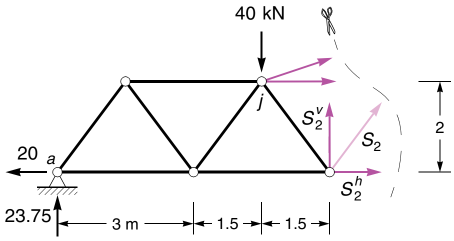
$$\sum H = 0: \quad A_h + 20 = 0 \qquad \Rightarrow A_h = -20$$

- Ermittlung der Stabkraft S_1 durch Ritterschen Schnitt



$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -23.75 \cdot 4.5 - 20 \cdot 2 + S_1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow S_1 = 73.438$$

- Ermittlung der Stabkraft S_2



$$\frac{S_2^v}{S_2^h} = \frac{2}{1.5}$$

$$\Rightarrow S_2^h = \frac{3}{4} S_2^v$$

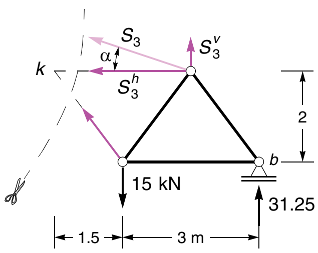
$$\sum M_{(j)} = 0: \quad S_2^v \cdot 1.5 + \frac{3}{4} S_2^v \cdot 2 - 20 \cdot 2 - 23.75 \cdot 4.5 = 0$$

$$\Rightarrow S_2^v = 48.958$$

$$\Rightarrow S_2^h = \frac{3}{4} S_2^v = \frac{3}{4} \cdot 48.958 = 36.719$$

$$\Rightarrow S_2 = \sqrt{48.958^2 + 36.719^2} = 61.198$$

- Ermittlung der Stabkraft S_3



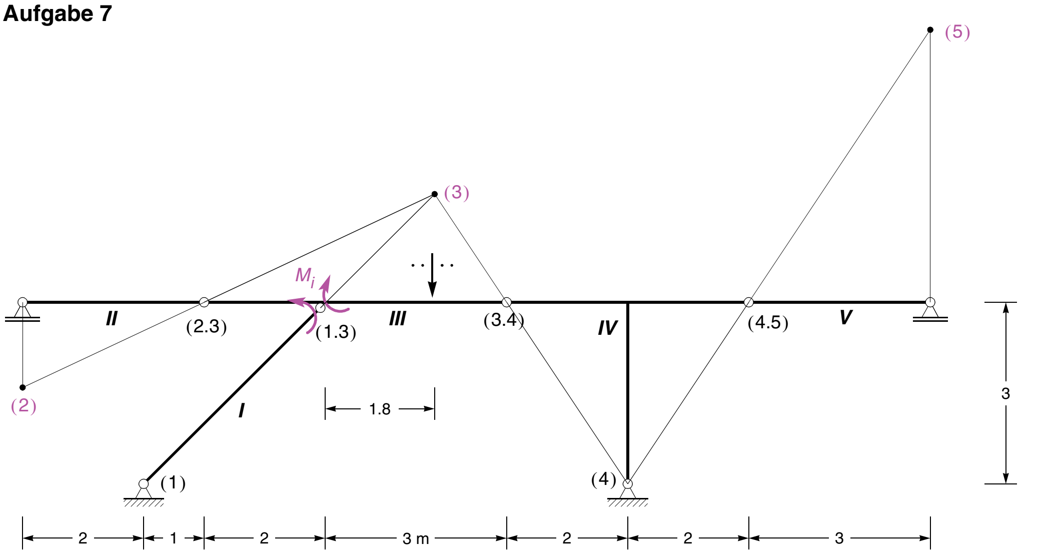
$$\frac{S_3^v}{S_3} = \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

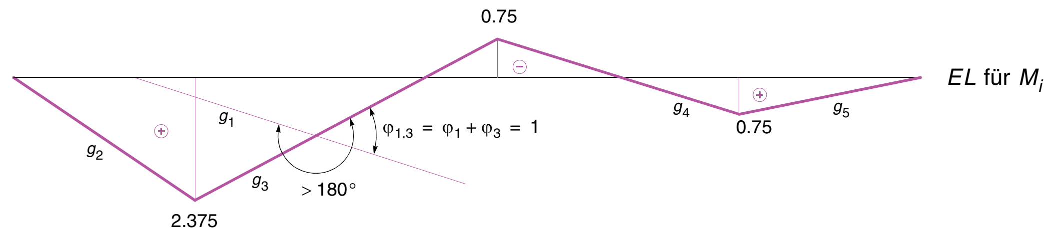
$$\Rightarrow S_3 = \sqrt{10} \cdot S_3^v$$

$$\sum M_{(k)} = 0: \quad 31.25 \cdot 4.5 - 15 \cdot 1.5 + \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot S_3 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow S_3 = -124.515$$

Aufgabe 7





1. Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Einsetzen eines Gelenks im Punkt i und Ansetzen von M_i als äußere Doppelgröße

2. Polplanermittlung

(1), (4): [ ]

(1.3), (2.3), (3.4), (4.5): Gelenk

(3) $\begin{bmatrix}(1)-(1.3)\\(4)-(3.4)\end{bmatrix}$, (2) $\begin{bmatrix}(3)-(2.3)\end{bmatrix}$, (5) $\begin{bmatrix}(4)-(4.5)\end{bmatrix}$

3. Konstruktion der Geraden der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkt der Geraden unter dem Relativpol.

4. Ermittlung der Ordinaten

Der Knick im Punkt i muss den Betrag eins haben.

$\varphi_1 + \varphi_3 = 1$

Winkelbeziehungen:

$$\varphi_1 \cdot 3 = \varphi_3 \cdot 1.8 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{1.8}{3}\varphi_3$$

$$\Rightarrow \varphi_1 + \varphi_3 = \frac{1.8}{3}\varphi_3 + \varphi_3 = \varphi_3\left(\frac{1.8}{3} + 1\right) = 1 \Rightarrow \varphi_3 = 0.625$$

$$\varphi_3 \cdot (3 - 1.8) = \varphi_4 \cdot 2 \Rightarrow \varphi_4 = \frac{1.2}{2}\varphi_3 = 0.375$$

Ordinate unter dem Relativpol (2.3):

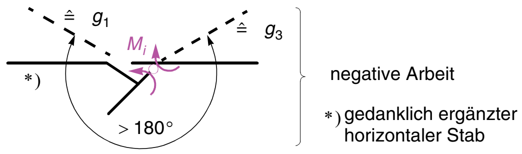
$0.625 \cdot (2 + 1.8)\ \text{m} = 2.375\ \text{m}$

Ordinate unter dem Relativpol (3.4):

$0.625 \cdot (3 - 1.8)\ \text{m} = 0.75\ \text{m}$

Ordinate unter dem Relativpol (4.5): $0.375 \cdot 2\ \text{m} = 0.75\ \text{m}$

5. Bestimmung des Vorzeichens



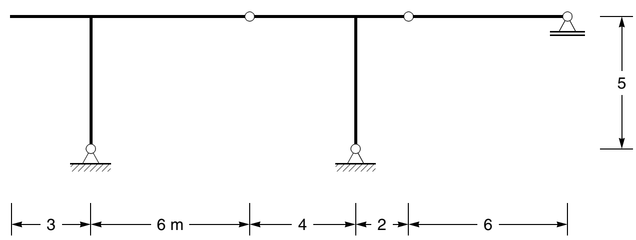
- In der Skizze:
  Winkel unterhalb g_1 und g_3 größer als 180°
- In der Einflusslinie:
  Winkel unterhalb g_1 und g_3 größer als 180°

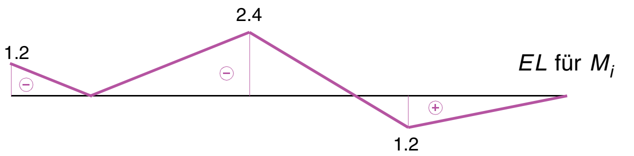
Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Lastrichtung positiv.
stimmt überein ⇒ in Lastrichtung positiv!

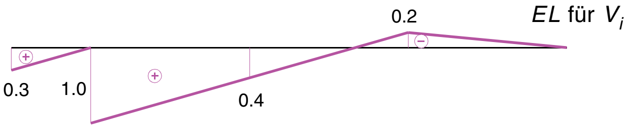
Aufgabe 8

Für das dargestellte System sind die Einflusslinien für das Moment sowie für die Querkraft im Punkt i gegeben.

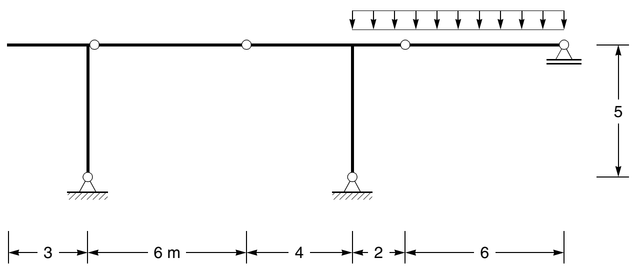
1. Geben Sie an, in welchen Riegelbereichen jeweils konstante Streckenlasten anzuordnen sind, damit das Moment im Punkt i maximal wird.
2. Geben Sie an, in welchen Riegelbereichen jeweils konstante Streckenlasten anzuordnen sind, damit das Moment im Punkt i minimal wird.
3. Ermitteln Sie Moment sowie die Querkraft im Punkt i infolge der Laststellungen nach 1. und 2. für eine Streckenlastgröße von 15 kN/m .



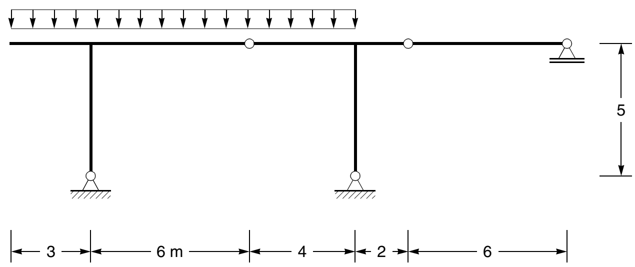




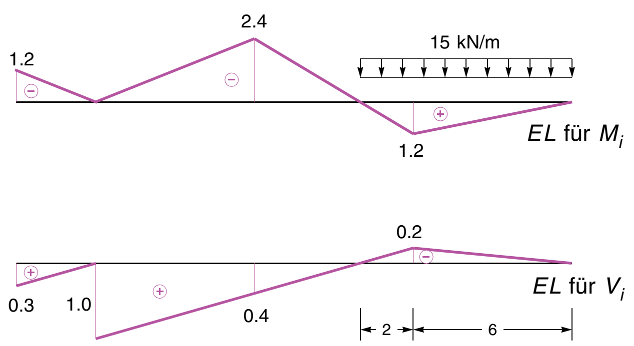
- zu 1.: Laststellung für max M_i



- zu 2.: Laststellung für min M_i



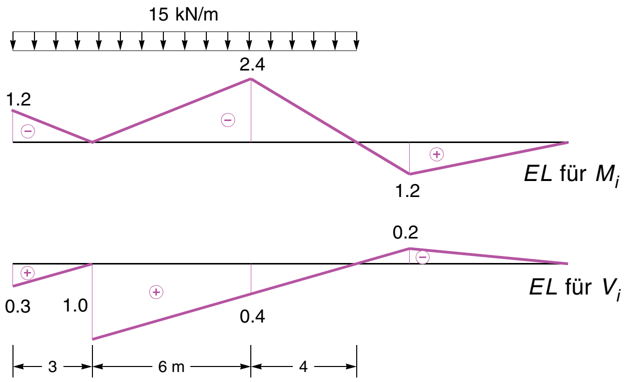
- zu 3.: Moment und Querkraft infolge Belastung nach 1.



$$\max M_i = 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot 2 + 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot 6 = 72$$

$$\text{zug. } V_i = 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-0.2) \cdot 2 + 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-0.2) \cdot 6 = -12$$

- zu 3.: Moment und Querkraft infolge Belastung nach 2.

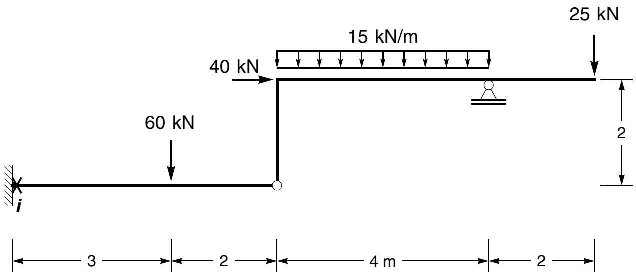


$$\min M_i = 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1.2) \cdot 3 + 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2.4) \cdot (6+4) = -207$$

$$\text{zug. } V_i = 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.3 \cdot 3 + 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.0 \cdot 10 = 81.75$$

Aufgabe 9

Ermitteln Sie für das dargestellte System das Moment im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.



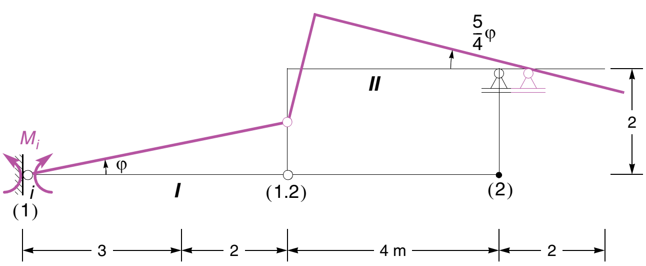
- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

Einlegen eines Gelenks und Ansetzen des unbekannten Doppelmoments M_i.

- Polplanermittlung

(1) [ ], (1.2) Gelenk, (2) [(1) – (1.2)]

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

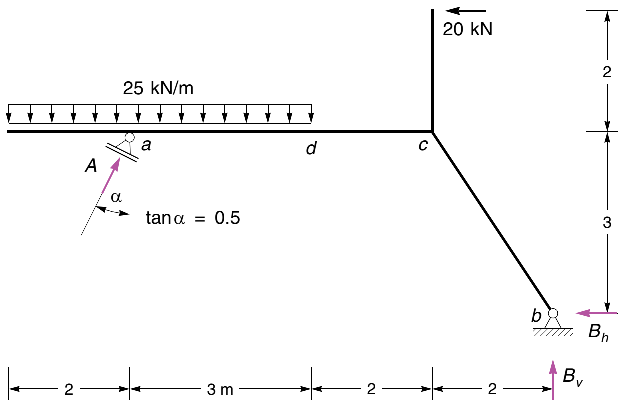
$$\sum \overline{W} = 0:$$

$$-M_i \cdot \varphi - 60 \cdot \varphi \cdot 3 + 40 \cdot \frac{5}{4}\varphi \cdot 2 - 15 \cdot 4 \cdot \frac{5}{4}\varphi \cdot 2 + 25 \cdot \frac{5}{4}\varphi \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow M_i = -180 + 100 - 150 + 62.5 = -167.5$$

Aufgabe 10

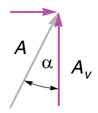
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

Zerlegung der Auflagerkraft A

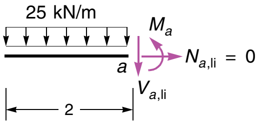
$\tan\alpha = 0.5$



$0.5 \cdot A_v = A_h$

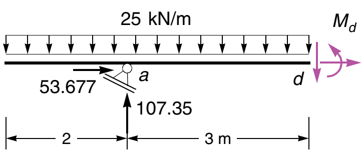
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -A_v \cdot 7 - 0.5 \cdot A_v \cdot 3 + 25 \cdot 5 \cdot 6.5 + 20 \cdot 5 = 0$$
$$\Rightarrow A_v = 107.353$$
$$\sum V = 0: \quad -B_v + 25 \cdot 5 - 107.353 = 0 \Rightarrow B_v = 17.647$$
$$\sum H = 0: \quad 107.353 \cdot 0.5 - 20 - B_h = 0 \Rightarrow B_h = 33.677$$

- Schnitt links von a, linkes Teilsystem



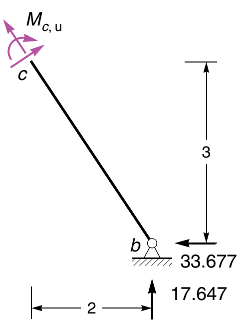
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad 25 \cdot 2^2/2 + M_a = 0 \Rightarrow M_a = -50$$
$$\sum V = 0: \quad 25 \cdot 2 + V_{a,li} = 0 \quad \Rightarrow V_{a,li} = -50$$

- Schnitt Punkt d, linkes Teilsystem



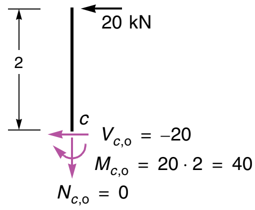
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 25 \cdot 5^2/2 - 107.35 \cdot 3 + M_d = 0 \Rightarrow M_d = 9.559$$

- Schnitt unterhalb von c, unteres Teilsystem

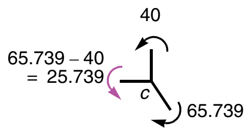


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 17.647 \cdot 2 - 33.677 \cdot 3 - M_{c,u} = 0$$
$$\Rightarrow M_{c,u} = -65.735$$

- Schnitt oberhalb von c, oberes Teilsystem

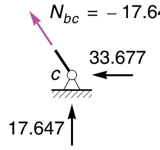


- Rundschnitt Knoten c (Kräfte nicht dargestellt)



- Schnitt am Auflager c, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

$$N_{bc} = -17.647 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} - 33.677 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -33.364$$



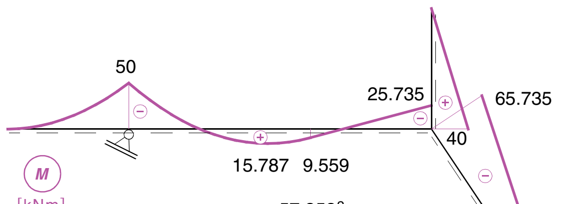
- Querkraft im Bereich $c - b$

$$V_{cb} = \frac{0 - (-65.737)}{\sqrt{13}} = 18.232$$

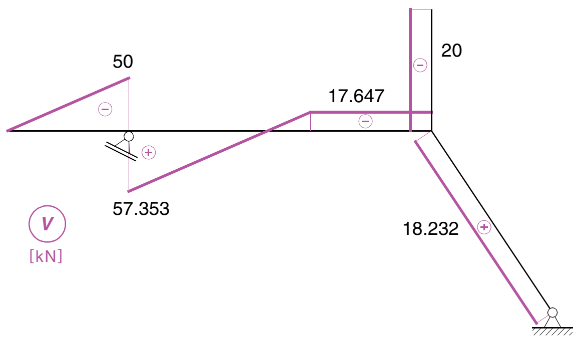
- Querkraft im Bereich $a - d$

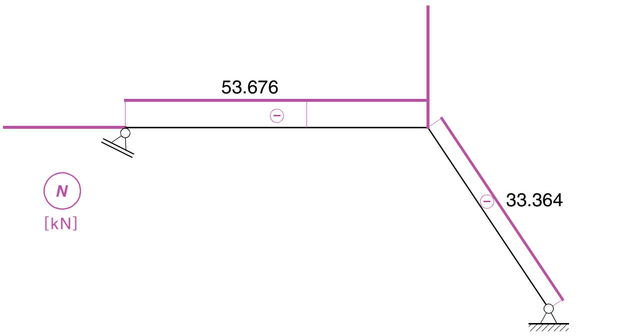
$$V_{ad} = \pm \frac{25 \cdot 3}{2} + \frac{9.559 - (-50)}{3} = \pm 37.5 + 19.853$$
$$V_a = 37.5 + 19.853 = 57.353$$
$$V_d = -37.5 + 19.853 = -17.647$$

- Darstellung der Zustandslinien



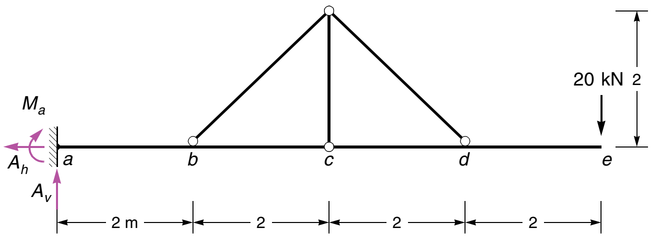
$$M_{max} = -50 + \frac{57.353^2}{2 \cdot 25} = 15.787$$
$$x_0 = \frac{57.353}{25} = 2.294$$





Aufgabe 11

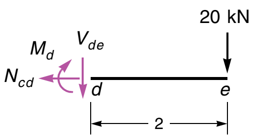
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

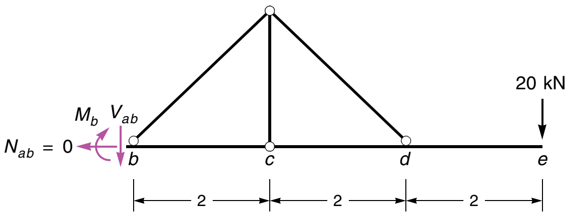
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -20 \cdot 8 - M_a = 0 \Rightarrow M_a = -160$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 20 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 20$$
$$\sum H = 0: \quad -A_h + 0 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 0$$

- Schnitt rechts von Punkt *d*, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -20 \cdot 2 - M_d = 0 \Rightarrow M_d = -40$$

- Schnitt links von Punkt *b*, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -20 \cdot 6 - M_b = 0 \Rightarrow M_b = -120$$

Die Momentenlinie entspricht grundsätzlich der des einfachen Kragträgers, im Bereich $b - c - d$ ergibt sich ein abweichender Verlauf aufgrund des Gelenks im Punkt c.

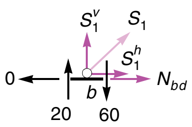
- Ermittlung der Querkraftlinie aus der Momentenlinie

$$V_{ab} = \frac{-120 - (-160)}{2} = 20 = A_v$$
$$V_{bc} = \frac{0 - (-120)}{2} = 60$$
$$V_{cd} = \frac{-40 - 0}{2} = -20$$
$$V_{de} = \frac{0 - (-40)}{2} = 20$$

- Darstellung der Querkraftlinie

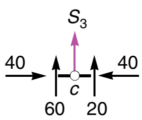
Die Querkraftsprünge entsprechen den Komponenten der Stabkräfte senkrecht zur Balkenachse.

- Rundschnitt Knoten *b* (Momente nicht dargestellt)



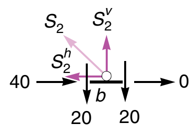
$$\sum V = 0 \Rightarrow S_1^v = 40 \Rightarrow S_1^h = 40 \Rightarrow S_1 = 40 \cdot \sqrt{2} = 56.569$$
$$\sum H = 0 \Rightarrow N_{bd} = -S_1^h = -40$$

- Rundschnitt Knoten *c*



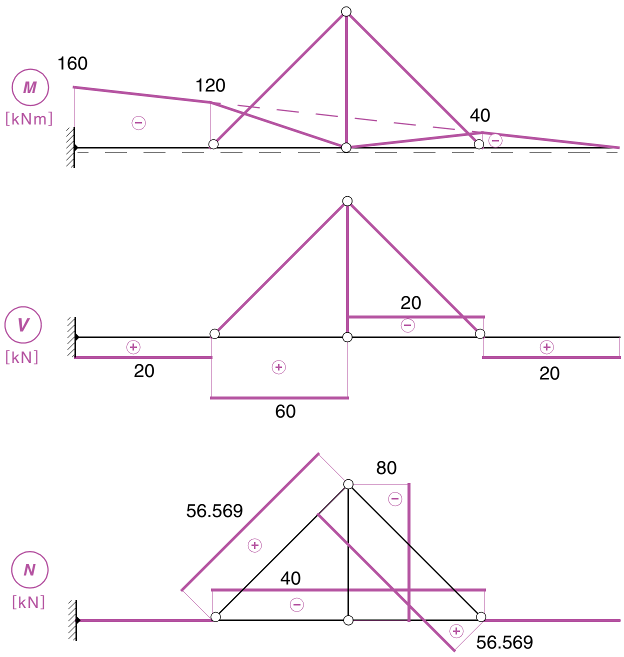
$$\sum V = 0 \Rightarrow S_3 = -80$$

- Rundschnitt Knoten *d* (Momente nicht dargestellt)



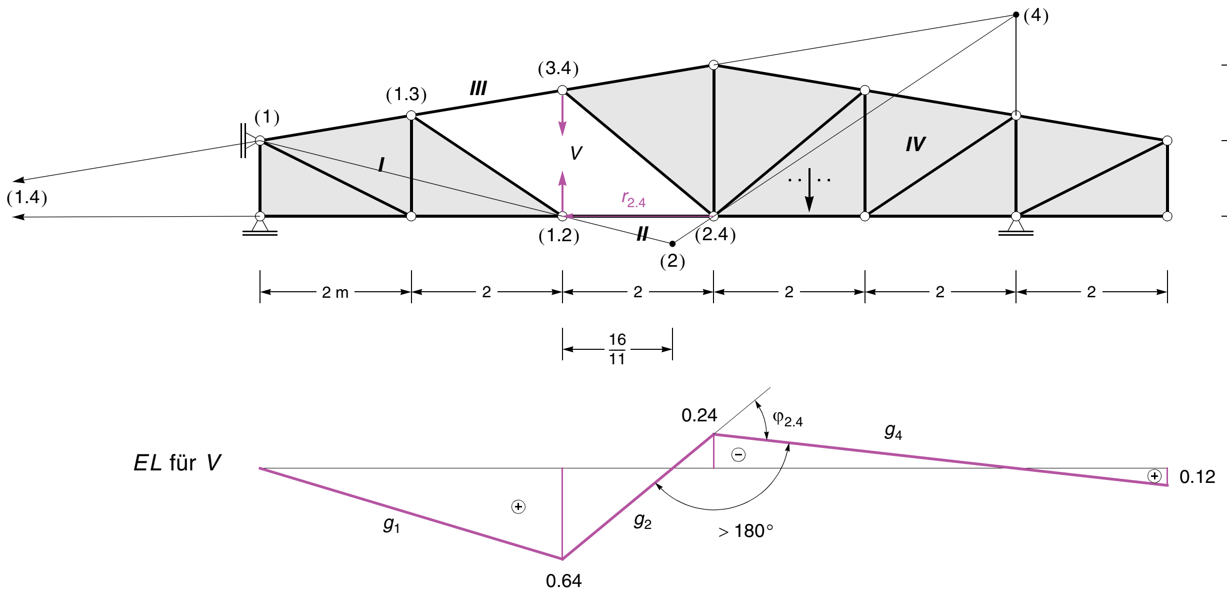
$$\sum V = 0 \Rightarrow S_2^v = 40 \Rightarrow S_2^h = 40 \Rightarrow S_2 = 40 \cdot \sqrt{2} = 56.569$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 12

Für das dargestellte Fachwerksystem ist die Einflusslinie für die Kraft im angekreuzten Stab nach der kinematischen Methode zu ermitteln.



- Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Der Diagonalstab wird geschnitten und die Stabkraft V als äußere Doppelgröße positiv angesetzt.

- Polplanermittlung

Es werden zunächst in sich unverschiebliche Teile des Fachwerks zu Scheiben zusammengefasst.

(1): $\left[\quad\quad\right]$ (1.2), (1.3), (2.4), (3.4): Gelenk

$$(1.4)\begin{bmatrix}(1.2)-(2.4)\\(1.3)-(3.4)\end{bmatrix},\quad (4)\begin{bmatrix}(1)-(1.4)\\ \end{bmatrix},\quad (2)\begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(4)-(2.4)\end{bmatrix}$$

- Konstruktion der Einflusslinie

Nullstellen unter den Absolutpolen, Schnittpunkt der Geraden unter dem Relativpol.

- Ermittlung der Ordinaten

Die Spreizung im freigeschnittenen Stab muss den Betrag „1" haben.

Relativdrehwinkel $\varphi_{2,4} = \dfrac{1}{r_{2,4}} = \dfrac{1}{2}$

$$\varphi_{2,4} = \varphi_2 + \varphi_4$$

$$\varphi_2 \cdot \frac{6}{11} = \varphi_4 \cdot 4 \Rightarrow \varphi_4 = \varphi_2 \cdot \frac{3}{22}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 + \varphi_4 = \varphi_2 + \frac{3}{22}\varphi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{11}{25}$$

Ordinate unter dem Relativpol (1.2):

$$\varphi_2 \cdot \frac{16}{11} = \frac{11}{25} \cdot \frac{16}{11} = \frac{16}{25} = 0.64$$

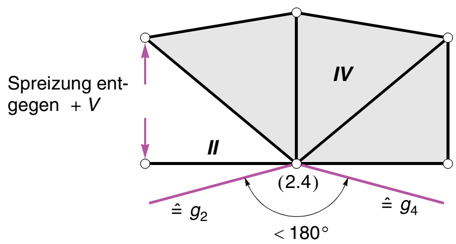
Ordinate unter dem Relativpol (2.4):

$$\varphi_2 \cdot \frac{6}{11} = \frac{11}{25} \cdot \frac{6}{11} = \frac{6}{25} = 0.24$$

Ordinate rechts:

$$\frac{0.24}{2} = 0.12$$

- Bestimmung des Vorzeichens



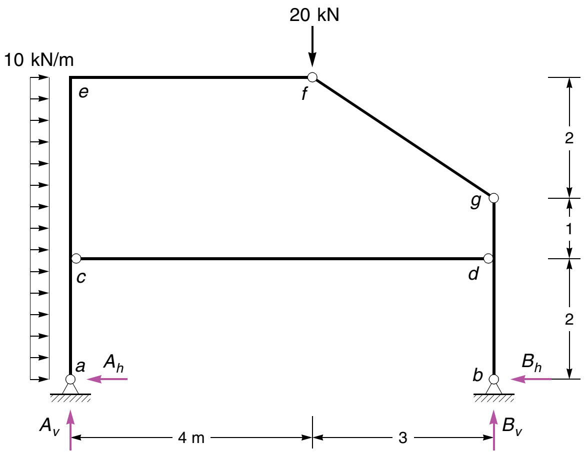
In der Skizze:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°

In der Einflusslinie:
Winkel unterhalb g_1 und g_2 kleiner als 180°

Es besteht Übereinstimmung, daher sind die Ordinaten in Lastrichtung positiv.

Aufgabe 13

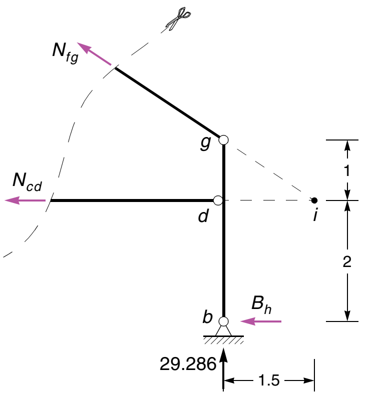
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

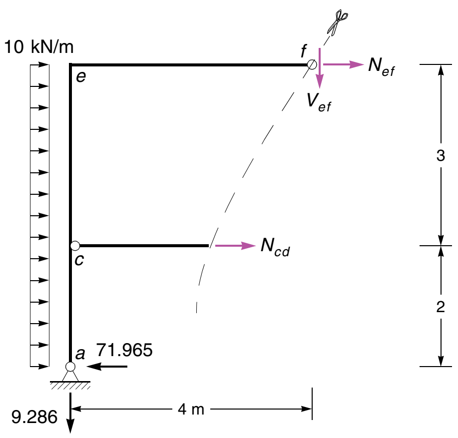
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -10 \cdot 5^2/2 + 20 \cdot 3 - A_v \cdot 7 = 0 \Rightarrow A_v = -9.286$$
$$\sum V = 0: \quad -B_v + 20 - (-9.286) = 0 \quad \Rightarrow B_v = 29.286$$

- Schnitt durch die Pendelstäbe, rechtes Teilsystem



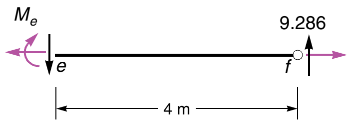
$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -29.286 \cdot 1.5 - B_h \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow B_h = -21.965$$
$$\sum H = 0: \quad -A_h - (-21.965) + 10 \cdot 5 = 0 \Rightarrow A_h = 71.965$$

- Schnitt durch den Punkt *d* und den Pendelstab *c – d*



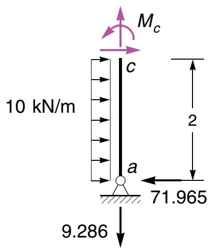
$$\sum V = 0: \quad 9.286 + V_{ef} = 0 \Rightarrow V_{ef} = -9.286$$

- Bereich *g – d*



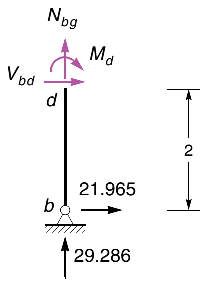
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -M_e + 9.286 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_e = 37.143$$

- Schnitt unterhalb von *c*, unteres Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 10 \cdot 2^2/2 - 71.965 \cdot 2 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = 123.93$$

- Schnitt unterhalb von *d*, unteres Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 21.965 \cdot 2 - M_d = 0 \Rightarrow M_d = 43.929$$
$$\sum V = 0: \quad -21.965 - V_{bd} = 0 \quad \Rightarrow V_{bd} = -21.965$$
$$\sum H = 0: \quad -29.286 - N_{bg} = 0 \quad \Rightarrow N_{bg} = -29.286$$

- Querkraft im Bereich *a – c*

$$V = \pm \frac{10 \cdot 2}{2} + \frac{123.93 - 0}{2} = \pm 10 + 61.965$$
$$V_{ac} = 10 + 61.965 = 71.965$$
$$V_{ca} = -10 + 61.965 = 51.965$$

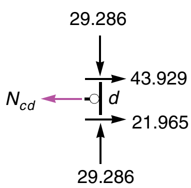
- Querkraft im Bereich *c – e*

$$V = \pm \frac{10 \cdot 3}{2} + \frac{37.143 - 123.93}{3} = \pm 15 - 28.929$$
$$V_{ce} = 15 + 28.929 = 43.929$$
$$V_{ec} = -15 + 28.929 = 13.929$$

- Querkraft im Bereich *b – d*

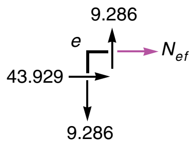
$$V_{bd} = \frac{43.929 - 0}{1} = 43.929$$

- Rundschnitt Knoten *d*



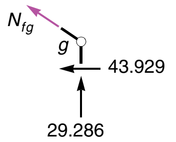
$$\sum H = 0: \quad -N_{cd} + 43.929 + 21.965 = 0 \Rightarrow N_{cd} = 65.894$$

- Rundschnitt Knoten *g*



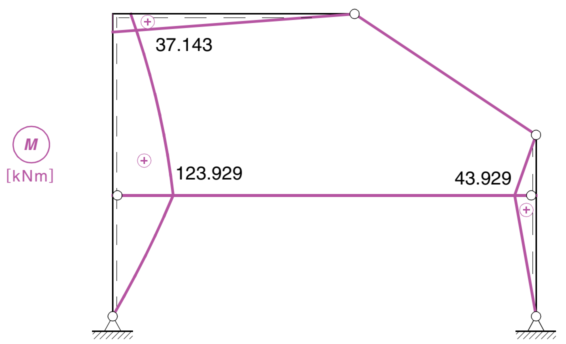
$$\sum H = 0: \quad 43.929 + N_{ef} = 0 \Rightarrow N_{ef} = -43.929$$

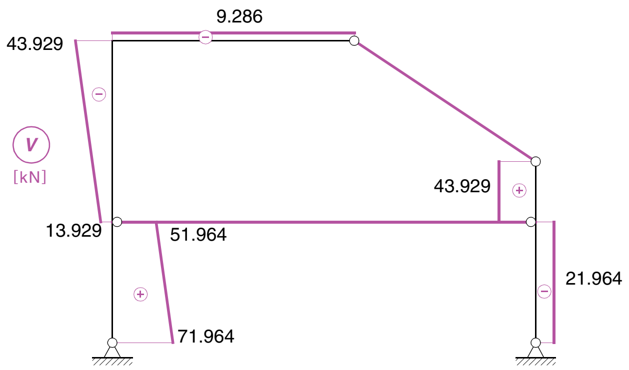
- Rundschnitt Knoten *e*

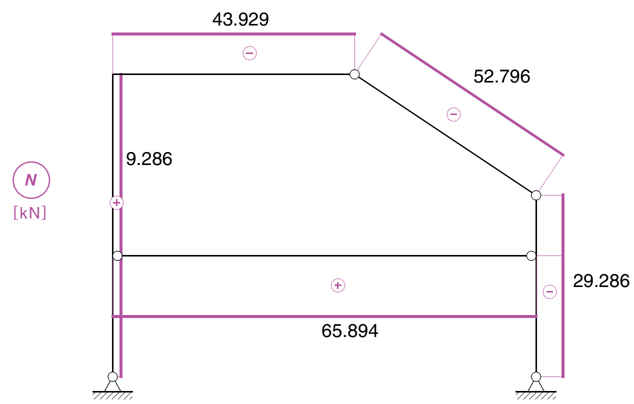


$$N_{fg} = -\sqrt{29.286^2 + 43.929^2} = -52.796$$

- Darstellung der Zustandslinien

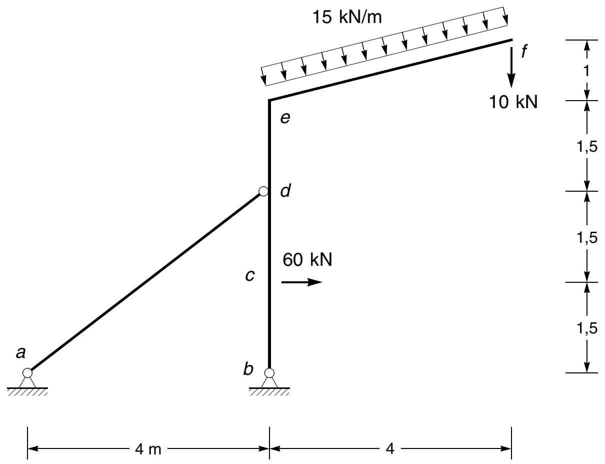




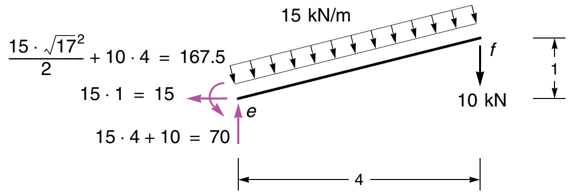


Aufgabe 14

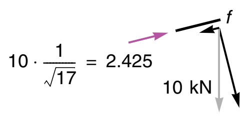
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



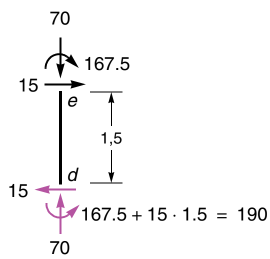
- Schnitt im Punkt *e*, oberes Teilsystem



- Rundschnitt Knoten *f*

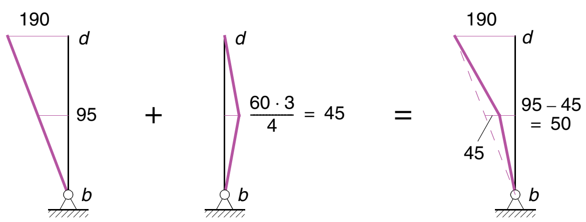


- Bereich *d* – *e*



- Bereich *b* – *d*

Mit dem bekannten Moment im Punkt *d* folgt der Momentenverlauf durch Superposition mit der Lösung infolge der Einzelkraft.



- Ermittlung der Querkräfte

$$V_{ef} = \pm \frac{15 \cdot \sqrt{17}}{2} + \frac{0-(-167.5)}{\sqrt{17}} = \pm 30.923 + 40.625$$

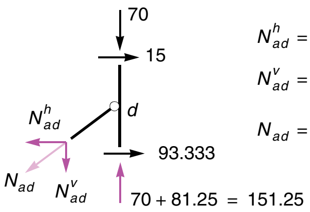
$$V_e = 30.923 + 40.625 = 71.548$$

$$V_f = -30.923 + 40.625 = 9.701$$

$$V_{cd} = \frac{-190-(-50)}{1.5} = -93.333$$

$$V_{bc} = \frac{-50-0}{1.5} = -33.333$$

- Rundschnitt Knoten *d* (Momente nicht dargestellt)

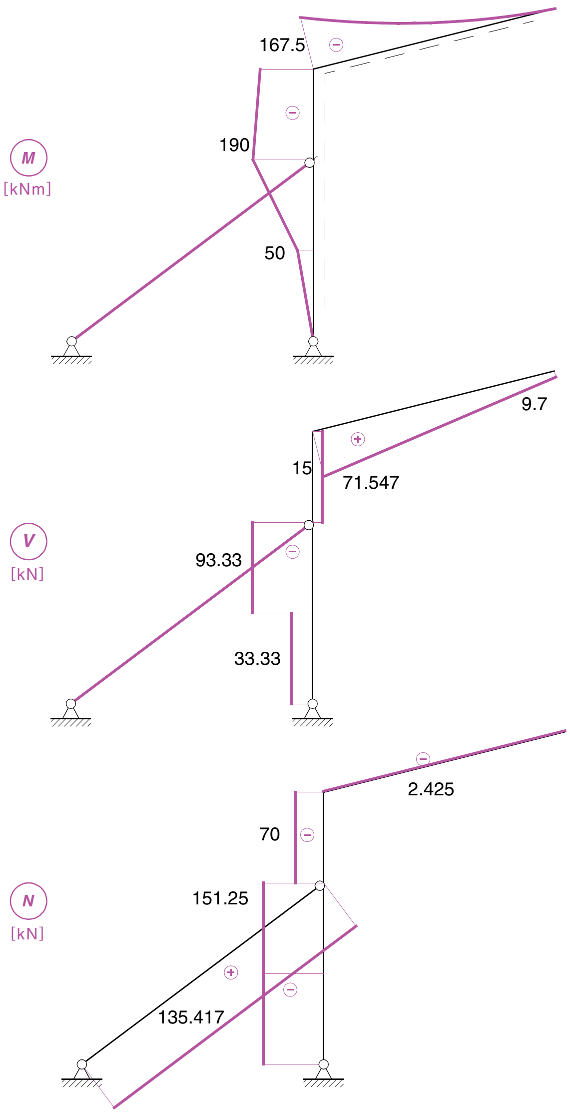


$$N_{ad}^h = 15 + 93.333 = 108.333$$

$$N_{ad}^v = \frac{3}{4} \cdot 108.333 = 81.25$$

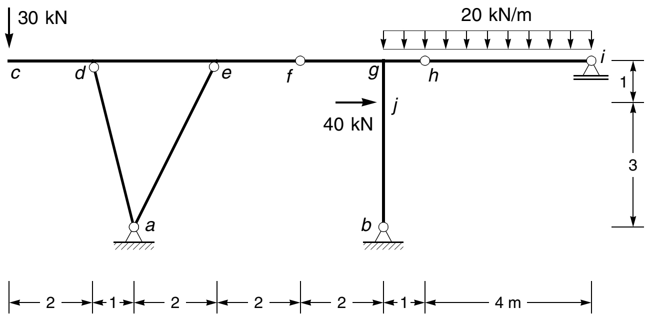
$$N_{ad} = \frac{5}{4} \cdot 108.333 = 135.417$$

- Darstellung der Zustandslinien

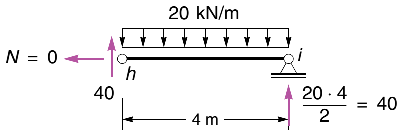


Aufgabe 15

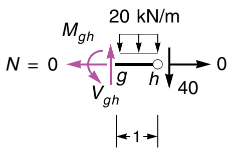
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Bereich $h-i$: beidseitig gelenkiger Balken



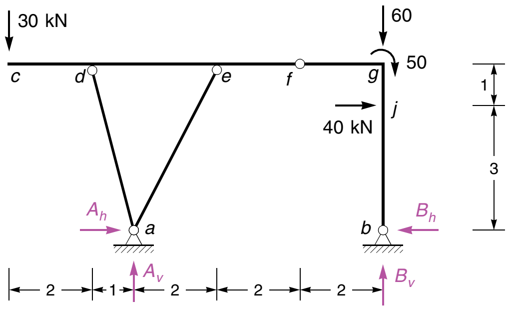
- Bereich $g-h$



$$|M_{gh}| = \frac{20 \cdot 1^2}{2} + 40 \cdot 1 = 50$$

$$V_{gh} = 20 \cdot 1 + 40 = 60$$

- Schnitt rechts von *g*, linkes Teilsystem



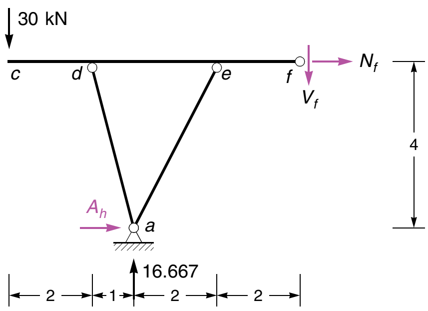
- Ermittlung der Auflagerkräfte A_v und B_v am Gesamtsystem

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad 30 \cdot 3 - 40 \cdot 3 - 60 \cdot 6 - 50 - B_v \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow B_v = 73.333$$

$$\sum V = 0: \quad 30 + 60 - 73.333 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 16.667$$

- Schnitt im Punkt *f*, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad 30 \cdot 7 - 16.667 \cdot 4 + A_h \cdot 4 = 0 \Rightarrow A_h = -35.833$$

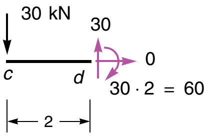
$$\sum V = 0: \quad 30 - 16.667 + V_f = 0 \quad \Rightarrow V_f = -13.333$$

$$\sum H = 0: \quad -35.833 + N_f = 0 \quad \Rightarrow N_f = -35.833$$

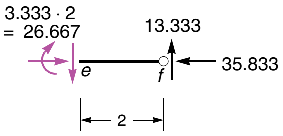
- Ermittlung der Auflagerkraft B_h am Gesamtsystem

$\sum H = 0: \; -35.833 + 40 - B_h = 0 \Rightarrow B_h = 4.167$

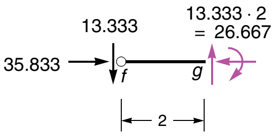
- Schnitt links von d, linkes Teilsystem



- Bereich $e-f$



- Bereich $f-g$

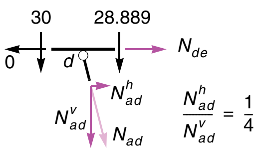


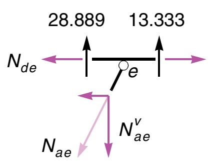
- Querkraft im Bereich $d-e$

$$V_{de} = \frac{26.667-(-60)}{3} = 28.889$$

- Normalkräfte in den Pendelstäben und im Stab $d-e$

Die Vertikalkomponenten der Normalkräfte in den Pendelstäben entsprechen den Querkraftsprüngen des Riegels in den Punkten d und e.





$N^v_{ad} = -30 - 28.889 = -58.889$

$\Rightarrow N^h_{ad} = -58.889/4 = -14.722$

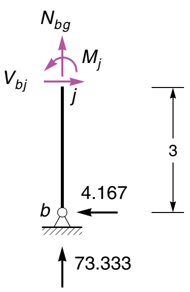
$N^v_{ae} = 28.889 + 13.333$
$= 42.222$

$$N_{ae} = 42.222 \cdot \frac{\sqrt{20}}{4} = 47.206$$

$$N_{ad} = -58.889 \cdot \frac{\sqrt{17}}{4} = -60.701$$

$$N_{de} = -N^h_{ad} = 14.722$$

- Schnitt unterhalb von j, unteres Teilsystem



$\sum M_{(j)} = 0: \quad M_j - 4.167 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_j = 12.5$

$\sum V = 0: \quad -N_{bg} - 73.333 = 0 \Rightarrow N_{bg} = -73.333$

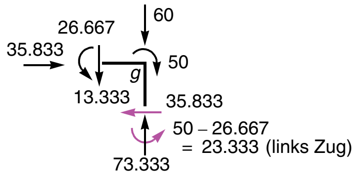
$\sum H = 0: \quad V_{bj} - 4.167 = 0 \quad \Rightarrow V_{bj} = 4.167$

$\sum H = 0: \quad V_{bj} - 4.167 = 0 \Rightarrow V_{bj} = 4.167$

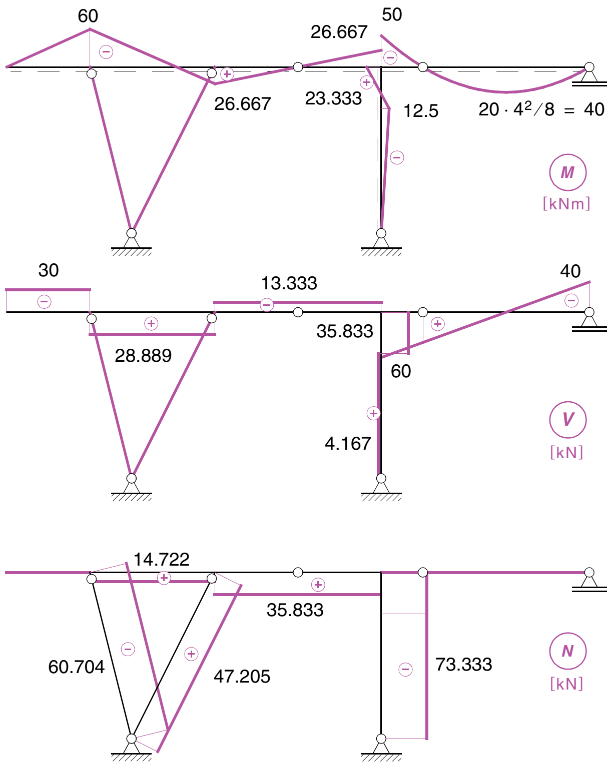
$\sum V = 0: \quad -N_{bg} - 73.333 = 0 \Rightarrow N_{bg} = -73.333$

$\sum M_{(j)} = 0: \quad M_j - 4.167 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_j = 12.5$

- Rundschnitt Knoten g

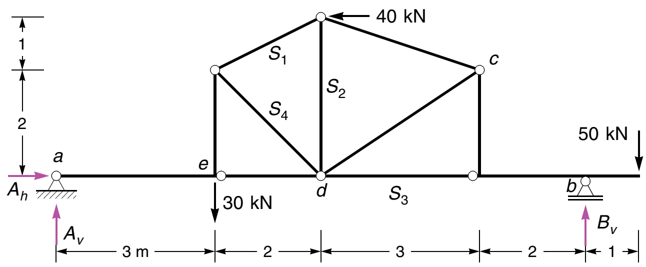


- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 16

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Stabkräfte S_1 bis S_4 infolge der angegebenen Belastung.



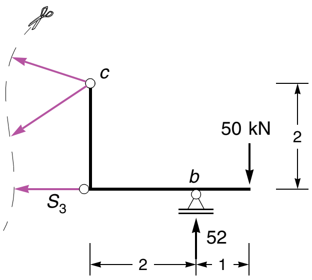
- Auflagerkräfte

$\sum M_{(b)} = 0: \quad -50 \cdot 1 + 40 \cdot 3 + 30 \cdot 7 - A_v \cdot 10 = 0 \Rightarrow A_v = 28$

$\sum V = 0: \quad 30 + 50 - 28 - B_v = 0 \quad \Rightarrow B_v = 52$

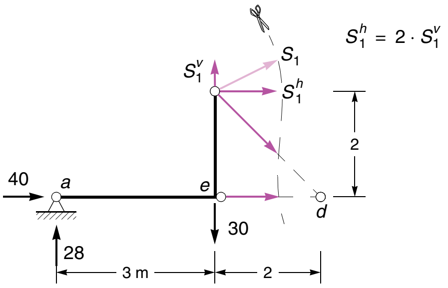
$\sum H = 0: \quad A_h - 40 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 40$

- Ermittlung der Stabkraft S_3



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -50 \cdot 3 + 52 \cdot 2 - S_3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow S_3 = -23$$

- Ermittlung der Stabkraft S_1.

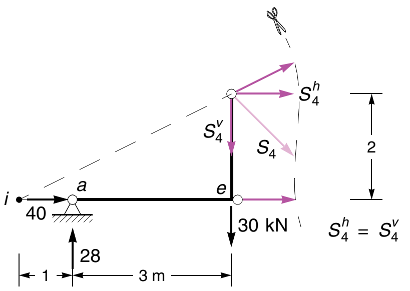


$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -28 \cdot 5 + 30 \cdot 2 - S_1^v \cdot 2 - S_1^v \cdot 2 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow S_1^v = -13.333 \Rightarrow S_1^h = 2 \cdot (-13.333) = -26.666$$

$$\Rightarrow S_1 = -\sqrt{13.333^2 + 2 \cdot 13.333^2} = -29.814$$

- Ermittlung der Stabkraft S_4.

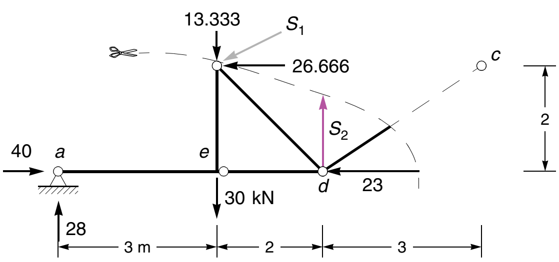


$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -S_4^v \cdot 4 - S_4^v \cdot 2 + 28 \cdot 1 - 30 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow S_4^v = S_4^h = -15.333333$$

$$\Rightarrow S_1 = \sqrt{2} \cdot (-15.333333) = -21.684608$$

- Ermittlung der Stabkraft S_2.



$$\sum M_{(c)} = 0:$$

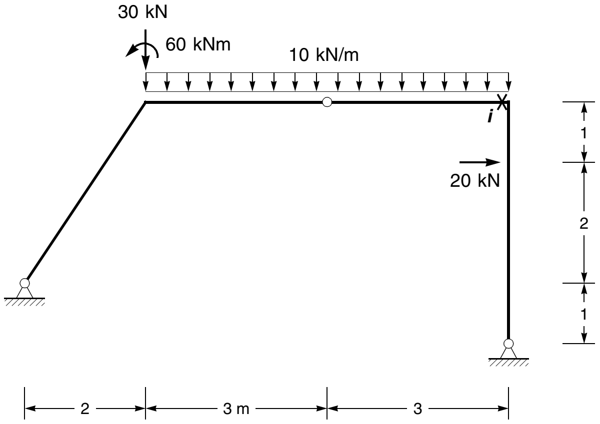
$$-28 \cdot 8 + 40 \cdot 2 + 30 \cdot 5 + 13.333 \cdot 5 - 23 \cdot 2 - S_2 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow S_2 = 8.888$$

Aufgabe 17

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Normalkraft im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

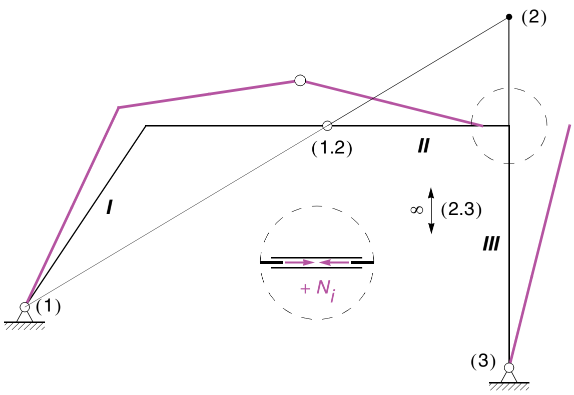
Einlegen eines Normalkraftgelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße N_i.

- Polplanermittlung

$(1), (3)\ [\ ]$, (1.2) Gelenk,

$$(2.3)\left[\infty \updownarrow \quad \right], \quad (2)\begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(3)-(2.3)\end{bmatrix}$$

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$$\varphi_1 = \varphi$$

$$\varphi \cdot 5 = \varphi_2 \cdot 3 \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_3 = \frac{5}{3} \cdot \varphi$$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

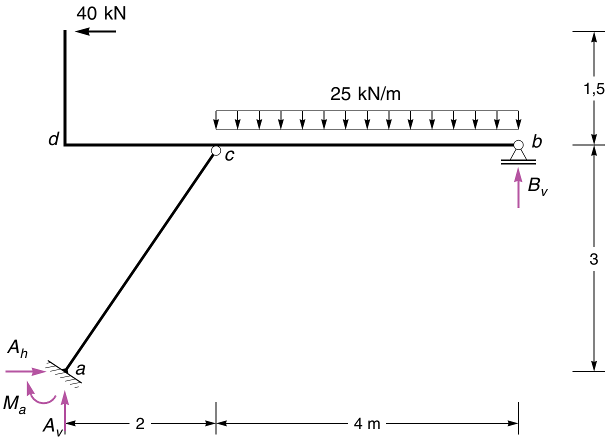
$$\sum \overline{W} = 0: \quad -N_i \cdot \frac{5}{3} \cdot \varphi \cdot 4 - N_i \cdot \varphi \cdot 3 + 20 \cdot \frac{5}{3} \cdot \varphi \cdot 3$$

$$-10 \cdot 3 \cdot \frac{5}{3} \cdot \varphi \cdot 1.5 - 10 \cdot 3 \cdot \varphi \cdot 3.5 - 30 \cdot \varphi \cdot 2 + 60 \cdot \varphi = 0$$

$$\Rightarrow N_i = -8.276$$

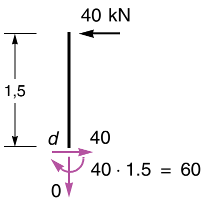
Aufgabe 18

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



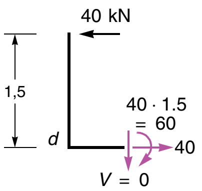
- Senkrechter Kragarm

Linearer Momentenverlauf (rechts Zug), Ordinate im Punkt d:



- Bereich $d-c$

Konstanter Momentenverlauf ($V = 0$, oben Zug)



- Bereich $c-b$

Der qualitative Momentenverlauf ergibt sich durch Einhängen der $ql^2/8$ -Parabeln. Die Querkräfte folgen aus der Momentenlinie mit:

$$V = \pm\frac{25 \cdot 4}{2} + \frac{0-(-60)}{4} = \pm 50 + 15$$

$$V_{cb} = 50 + 15 = 65$$

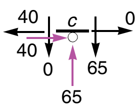
$$V_{bc} = -50 + 15 = -35$$

Maximales Moment:

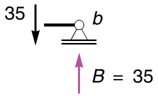
$$M_{\max} = \frac{35^2}{2 \cdot 25} = 24.5$$

bei $x_0 = \frac{35}{25} = 1.4$ (von rechts)

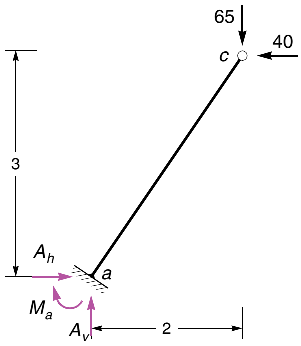
- Rundschnitt Knoten c (Momente nicht dargestellt)



- Schnitt am Auflager b



- Bereich $a-c$



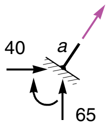
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -65 \cdot 2 + 40 \cdot 3 - M_a = 0 \Rightarrow M_a = -10$$

$$\sum V = 0: \quad 65 - A_v = 0 \quad \Rightarrow A_v = 65$$

$$\sum H = 0: \quad -40 + A_h = 0 \quad \Rightarrow A_h = 40$$

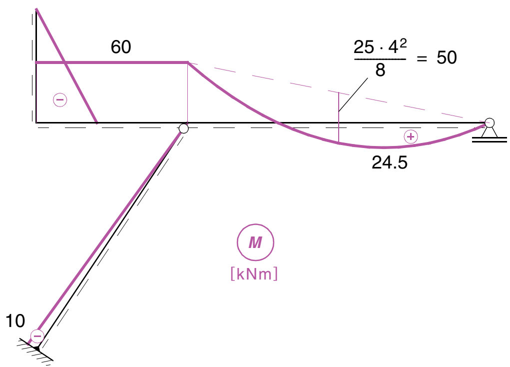
$$V_{ac} = \frac{0-(-10)}{\sqrt{13}} = 2.774$$

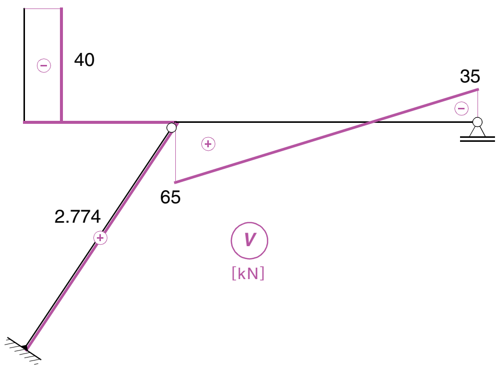
- Schnitt am Auflager a, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

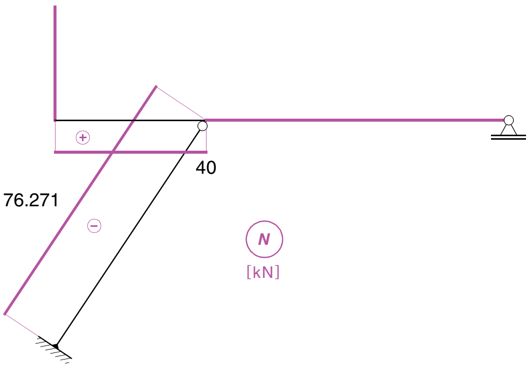


$$N_{ac} = -65 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} - 40 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -76.271$$

- Darstellung der Zustandslinien

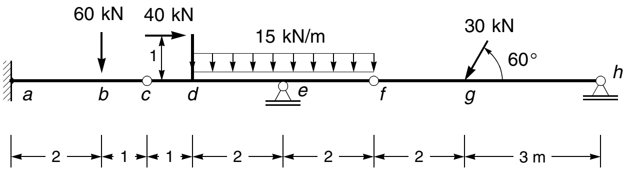






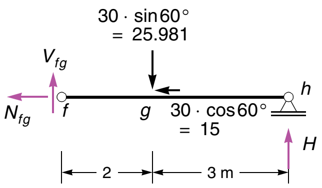
Aufgabe 19

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus.

- Bereich $f-h$

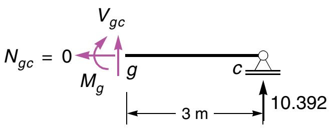


$\sum M_{(f)} = 0: \quad -25.981 \cdot 2 + H \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow H = 10.392$

$\sum V = 0: \quad -10.392 + 25.981 - V_{fg} = 0 \Rightarrow V_{fg} = 15.589$

$\sum N = 0: \quad -15 - N_{fg} = 0 \quad \Rightarrow N_{fg} = -15$

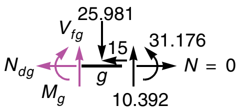
- Schnitt rechts von g, rechtes Teilsystem



$\sum M_{(g)} = 0: \quad 10.392 \cdot 3 - M_g = 0 \Rightarrow M_g = 31.176$

$\sum V = 0: \quad -10.392 - V_{gc} = 0 \quad \Rightarrow V_{gc} = -10.392$

- Rundschnitt Knoten g

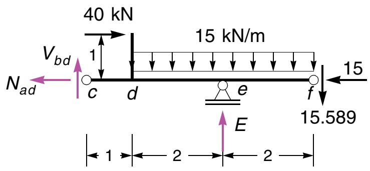


$\sum M_{(g)} = 0: \quad 31.176 - M_g = 0 \quad \Rightarrow M_g = 31.176$

$\sum V = 0: \quad -10.392 + 25.981 - V_{fg} = 0 \Rightarrow V_{fg} = 15.589$

$\sum N = 0: \quad -15 - N_{dg} = 0 \quad \Rightarrow N_{dg} = -15$

- Bereich $c-f$



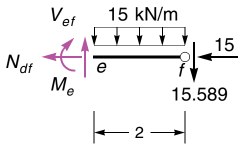
$\sum M_{(c)} = 0: \quad -40 \cdot 1 - 15 \cdot 4 \cdot 3 - 15.589 \cdot 5 + E \cdot 3 = 0$

$\Rightarrow E = 99.315$

$\sum V = 0: \quad 15 \cdot 4 + 15.589 - 99.315 - V_{bd} = 0 \Rightarrow V_{bd} = -23.726$

$\sum H = 0: \quad 40 - 15 - N_{ad} = 0 \quad \Rightarrow N_{ad} = 25$

- Bereich $e-f$

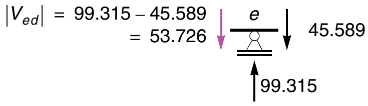


$\sum M_{(e)} = 0: \quad -15 \cdot 2^2/2 - 15.589 \cdot 2 - M_e = 0 \Rightarrow M_b = -61.178$

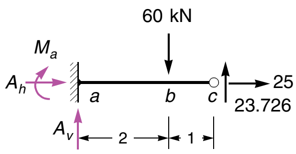
$\sum V = 0: \quad 15 \cdot 2 + 15.589 - V_{ef} = 0 \quad \Rightarrow V_{ef} = 45.589$

$\sum H = 0: \quad -15 - N_{df} = 0 \quad \Rightarrow N_{df} = -15$

- Rundschnitt Knoten e (Nur Momente)



- Bereich $a-c$

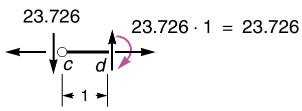


$\sum M_{(c)} = 0: \quad -60 \cdot 2 + 23.726 \cdot 3 - M_a = 0 \Rightarrow M_a = -48.822$

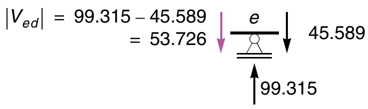
$\sum V = 0: \quad 60 - 23.726 - A_v = 0 \quad \Rightarrow A_v = 36.274$

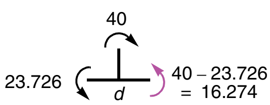
$\sum H = 0: \quad 25 + A_h = 0 \quad \Rightarrow A_h = -25$

- Bereich $c-d$

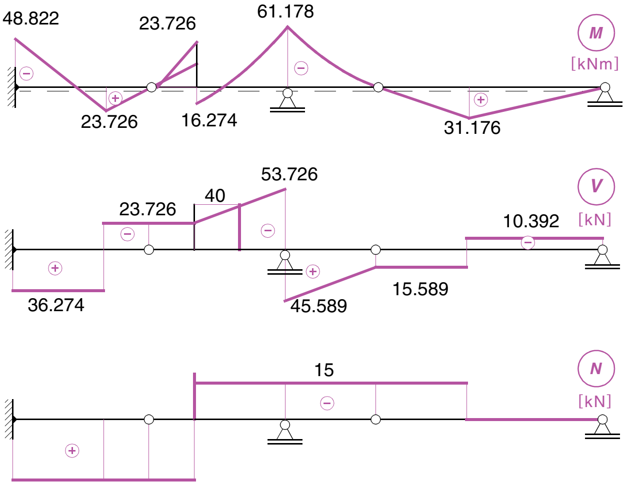


- Rundschnitt Knoten e (Nur Vertikalkräfte)



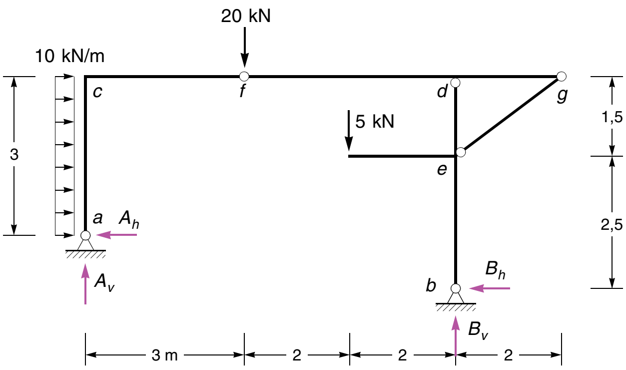


- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 20

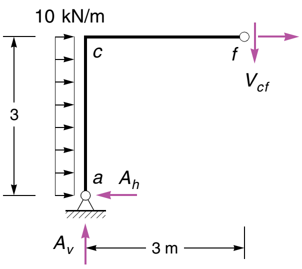
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Gleichgewichtsbedingung $\sum M_{(b)} = 0$ am Gesamtsystem

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -A_v \cdot 7 + A_h \cdot 1 + 20 \cdot 4 + 5 \cdot 2 - 10 \cdot 3 \cdot 2.5 = 0$$
$$7A_v - A_h - 15 = 0$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt f, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -A_v \cdot 3 - A_h \cdot 3 + 10 \cdot 3^2/2 = 0$$
$$3A_v + 3A_h - 45 = 0$$

- Gleichungssystem und Lösung

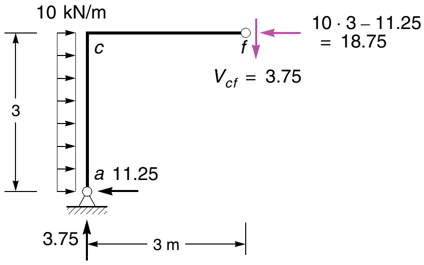
$$\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_v \\ A_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 \\ -45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_v \\ A_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.75 \\ 11.25 \end{bmatrix}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem:

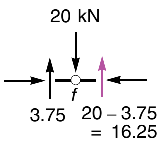
$$\sum H = 0: \quad 10 \cdot 3 - B_h - 11.25 = 0 \Rightarrow B_h = 18.75$$

$$\sum V = 0: \quad -B_v - 3.75 + 20 + 5 = 0 \Rightarrow B_v = 21.25$$

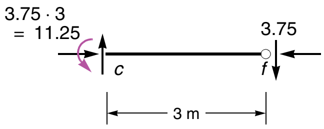
- Gelenkkräfte links von Punkt f:



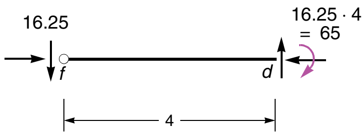
- Rundschnitt Punkt f:



- Bereich $c-f$:



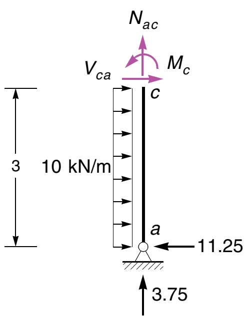
- Bereich $f-d$:



- Querkraft im Bereich $d-g$

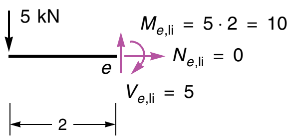
$$V_{be} = \frac{0-(-65)}{2} = 32.5$$

- Bereich $a-c$:

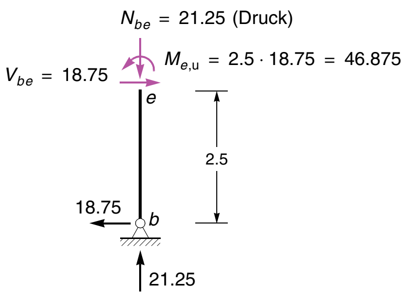


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 10 \cdot 3^2/2 - 11.25 \cdot 3 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = -11.25$$
$$\sum V = 0: \quad 10 \cdot 3 - 11.25 + V_{ca} = 0 \quad \Rightarrow V_{ca} = 18.75$$
$$\sum N = 0: \quad -3.75 - N_{ac} = 0 \quad \Rightarrow N_{ac} = -3.75$$

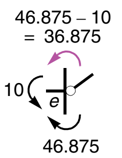
- Horizontaler Kragarm



- Bereich $b-e$



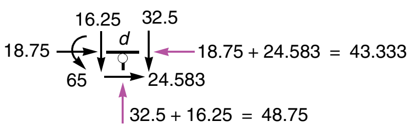
- Rundschnitt Punkt e (Kräfte nicht dargestellt)



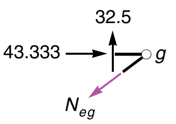
- Querkraft im Bereich $b-e$

$$V_{be} = \frac{-36.875 - 0}{1.5} = -24.583$$

- Rundschnitt Punkt d

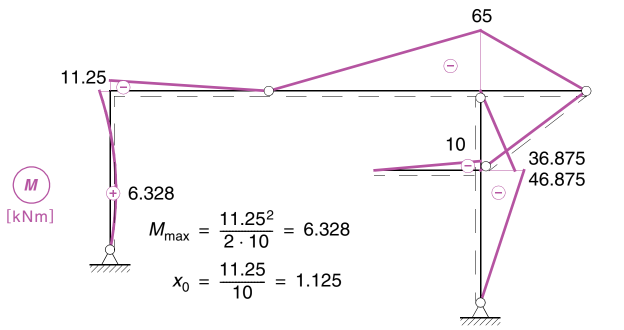


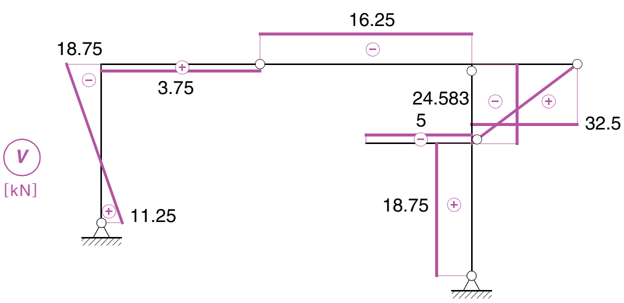
- Rundschnitt Punkt g

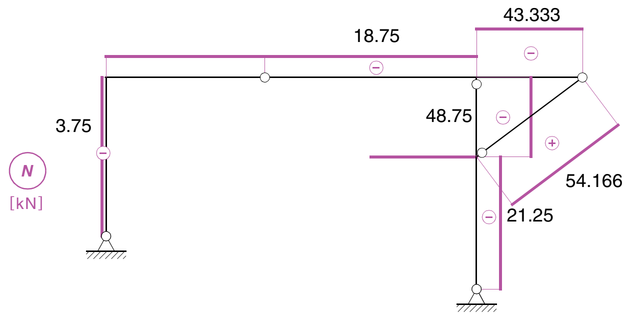


$$N_{eg} = \sqrt{43.333^2 + 32.5^2} = 54.166$$

- Darstellung der Zustandslinien

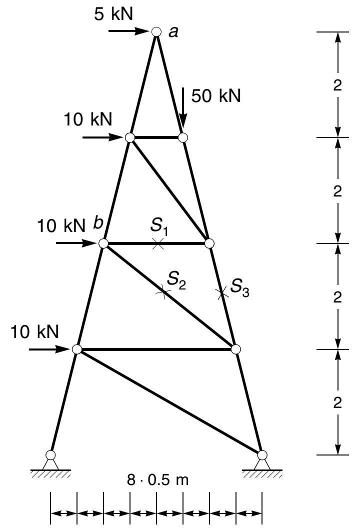




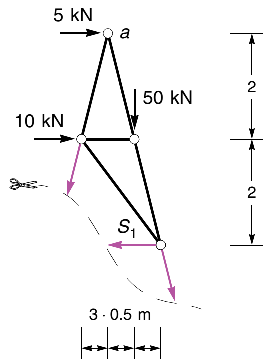


Aufgabe 21

Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_3 infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln.



- Ermittlung von S_1

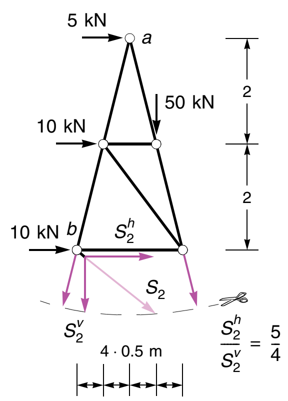


$$\sum M_{(a)} = 0:$$

$$-50 \cdot 0.5 + 10 \cdot 2 - S_1 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = -1.25$$

- Ermittlung von S_2



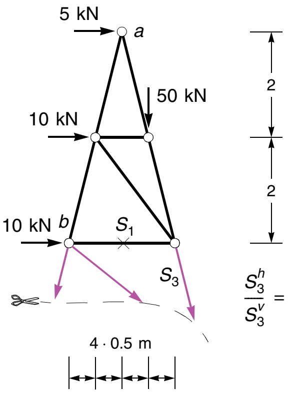
$$\sum M_{(a)} = 0:\ -50 \cdot 0.5 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + S_2^h \cdot 4 + S_2^v \cdot 1 = 0$$

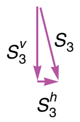
$$S_2^h = \frac{5}{4} S_2^v \Rightarrow -50 \cdot 0.5 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + \frac{5}{4} S_2^v \cdot 4 + S_2^v \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow S_2^v = 5.833 \Rightarrow S_2^h = \frac{5}{4} \cdot 5.833 = 7.292$$

$$S_2 = \sqrt{5.833^2 + 7.292^2} = 9.338$$

- Ermittlung von S_3





$$\frac{S_3^h}{S_3^v} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_3^h = \frac{1}{4} S_3^v$$

$$\sum M_{(b)} = 0:\ -50 \cdot 1.5 - 10 \cdot 2 - 5 \cdot 4 - S_3^v \cdot 2 = 0$$

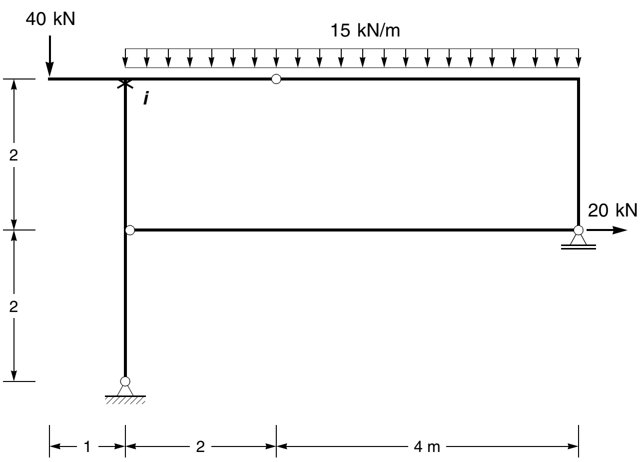
$$\Rightarrow S_3^v = -57.5 \Rightarrow S_3^h = \frac{1}{4}(-57.5) = -14.375$$

$$\Rightarrow S_3 = -\sqrt{57.5^2 + 14.375} = -57.625$$

Aufgabe 22

Ermitteln Sie für das dargestellte System das Biegemoment im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

Einlegen eines Momentengelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße M_i.

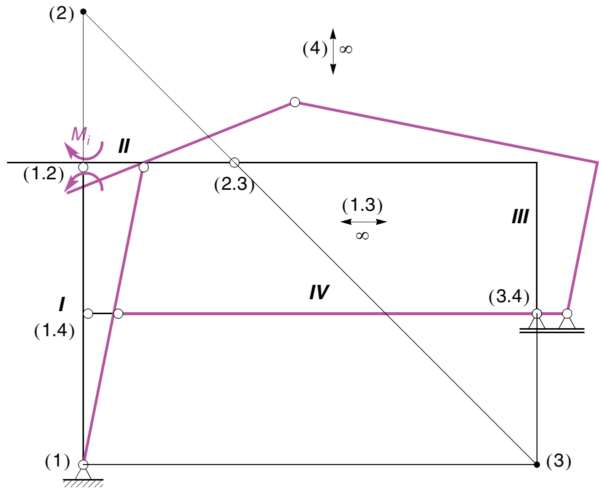
- Erstellung des Polplans

(1): [ ], (1.4), (1.2), (2.3), (3.4): Gelenk,

$$(1.3)\ \begin{bmatrix}(1.2)-(2.3)\\(1.4)-(3.4)\end{bmatrix},\ (3)\ \begin{bmatrix}(1)-(1.3)\\ \end{bmatrix}$$

$$(2)\ \begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(3)-(2.3)\end{bmatrix},\ (4)\ \begin{bmatrix}(1)-(1.4)\\(3)-(3.4)\end{bmatrix},$$

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

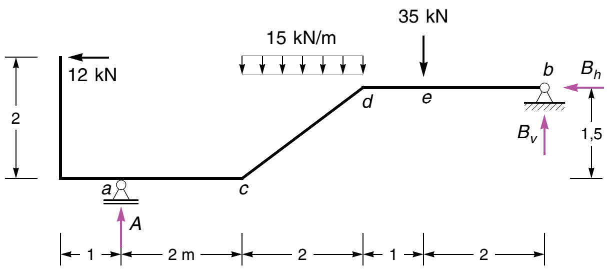
$$\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi\,,\ \varphi_2 = 2\varphi$$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebung

$$\sum \overline{W} = 0:\quad -M_i \cdot \varphi - M_i \cdot 2\varphi + 20 \cdot \varphi \cdot 2 - 15 \cdot 4 \cdot \varphi \cdot 2$$
$$-15 \cdot 2 \cdot 2\varphi \cdot 1 + 40 \cdot 2\varphi \cdot 1 = 0$$
$$\Rightarrow M_i = -20$$

Aufgabe 23

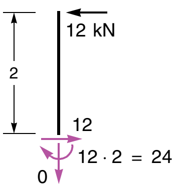
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien *M, V* und *N* zu ermitteln und darzustellen.



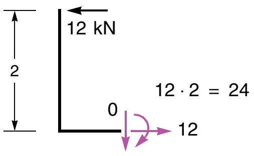
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(b)} = 0:\ 35 \cdot 2 + 15 \cdot 2 \cdot 4 + 12 \cdot 0.5 - A \cdot 7 = 0 \Rightarrow A = 28$$
$$\sum V = 0:\quad 15 \cdot 2 + 35 - 28 - B_v = 0 \qquad \Rightarrow B_v = 37$$
$$\sum H = 0:\quad -12 - B_h = 0 \qquad \Rightarrow B_h = -12$$

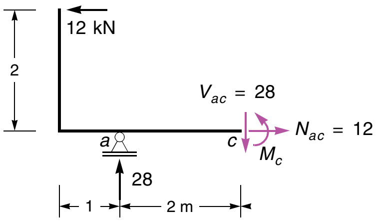
- Vertikaler Kragarm



- Schnitt links von a, linkes Teilsystem

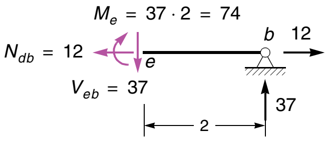


- Schnitt links von c, linkes Teilsystem

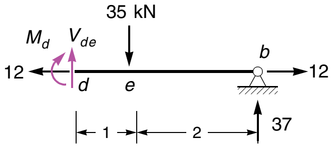


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 12 \cdot 2 - 28 \cdot 2 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = 32$$

- Schnitt rechts von e, rechtes Teilsystem



- Schnitt rechts von d, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -M_d + 37 \cdot 3 - 35 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_d = 76$$
$$\sum V = 0: \quad -V_{de} + 35 - 37 = 0 \quad \Rightarrow V_{de} = -2$$

- Bereich $c - d$

Der qualitative Momentenverlauf ergibt sich durch Einhängen der $ql^2/8$ -Parabel. Die Querkräfte folgen aus der Momentenlinie.

Komponente der Streckenlast senkrecht zu Stabachse:

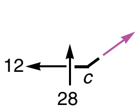
$$q_{\perp} = q \cdot \cos^2\alpha = 15 \cdot 0.8^2 = 9.6$$

$$V = \pm\frac{9.6 \cdot 2.5}{2} + \frac{76 - 32}{2.5} = \pm 12 + 17.6$$

$$V_{cd} = 12 + 17.6 = 29.6$$

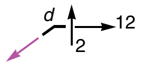
$$V_{dc} = -12 + 17.6 = 5.6$$

- Rundschnitt Knoten c, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse $c - d$



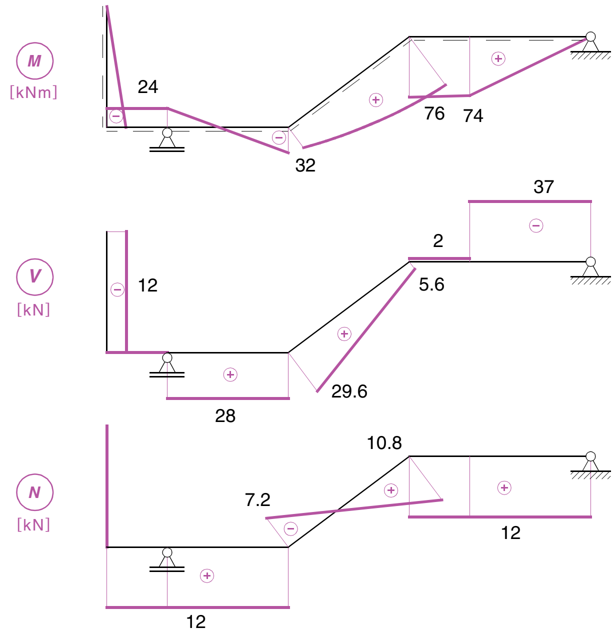
$$N_{cd} = -28 \cdot \frac{3}{5} + 12 \cdot \frac{4}{5} = -7.2$$

- Rundschnitt Knoten d, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse $c - d$



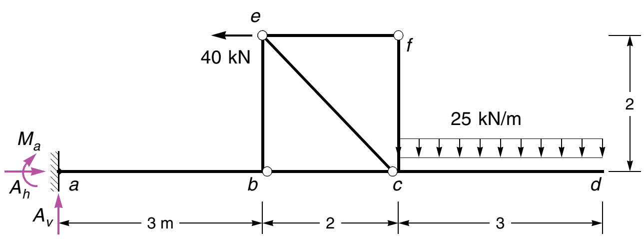
$$N_{cd} = 2 \cdot \frac{3}{5} + 12 \cdot \frac{4}{5} = 10.8$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 24

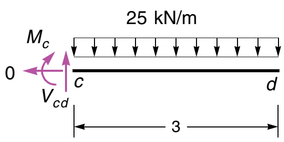
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerreaktionen

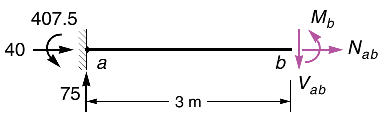
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -M_a + 40 \cdot 2 - 25 \cdot 3 \cdot 6.5 = 0 \Rightarrow M_a = -407.5$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 25 \cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 75$$
$$\sum H = 0: \quad A_h - 40 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 40$$

- Schnitt rechts von Punkt c, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -M_c - 25 \cdot 3^2/2 = 0 \Rightarrow M_c = -112.5$$
$$\sum V = 0: \quad -V_{cd} + 25 \cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow V_{cd} = 75$$

- Schnitt links von Punkt b, linkes Teilsystem



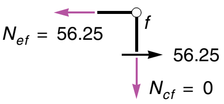
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad M_b + 407.5 - 75 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_b = -182.5$$
$$\sum V = 0: \quad V_{ab} - 75 = 0 \quad \Rightarrow V_{ab} = 75$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ab} + 40 = 0 \quad \Rightarrow N_{ab} = -40$$

- Ermittlung der Querkräfte im Bereich $b-e$ und $c-f$

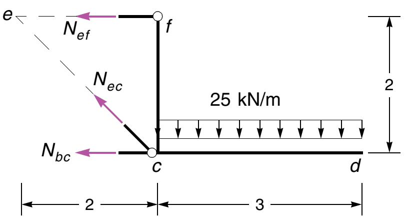
$$V_{be} = \frac{0-(-182.5)}{2} = 91.25$$

$$V_{cf} = \frac{-112.5}{2} = -56.25$$

- Rundschnitt Knoten f



- Schnitt durch $b-c$, $e-c$ *und* $e-f$, rechtesTeilsystem



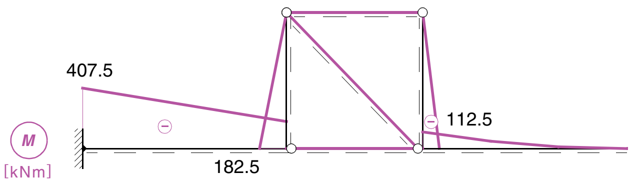
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -N_{bc}\cdot 2 - 25\cdot 3\cdot 3.5 = 0 \Rightarrow N_{bc} = -131.25$$

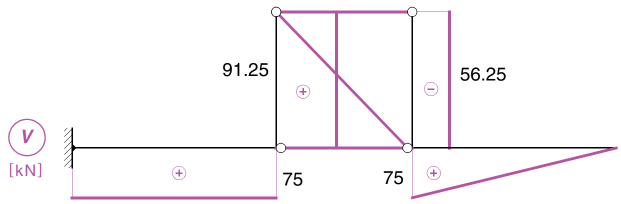
$$\sum M_{(c)} = 0: \quad N_{ef}\cdot 2 - 25\cdot 3^2/2 = 0 \quad \Rightarrow N_{ef} = 56.25$$

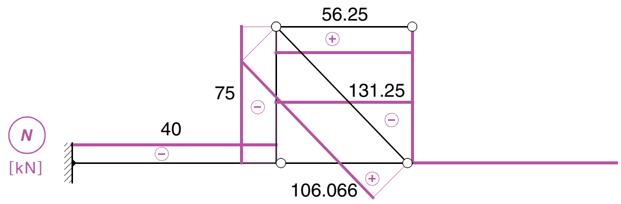
$$\sum V = 0: \quad -N_{ec}^{v} + 25\cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow N_{ec}^{v} = 75$$

$$\Rightarrow N_{ec} = 75\cdot\sqrt{2} = 106.066$$

- Darstellung der Zustandslinien

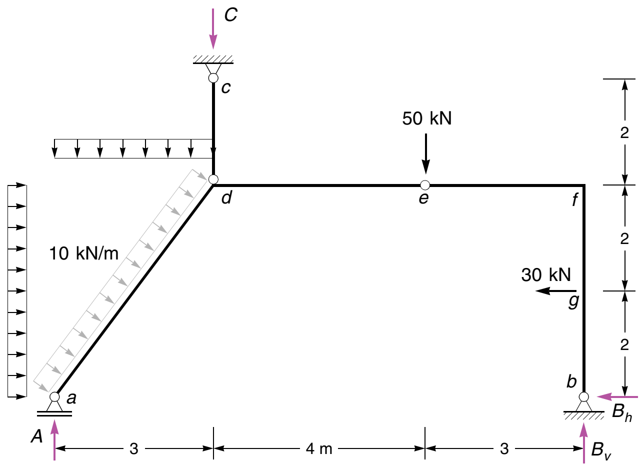






Aufgabe 25

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien *M, V* und *N* zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: \quad 40\cdot 4 - 30 - B_h = 0 \quad \Rightarrow B_h = 10$$

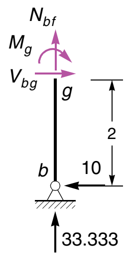
$$\sum M_{(e)}^{\text{TS, re}} = 0: \quad -10\cdot 4 - 30\cdot 2 + B_v\cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow B_v = 33.333$$

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -C_v\cdot 3 - 10\cdot 5^2/2 - 50\cdot 7 + 30\cdot 2 + 33.333\cdot 10 = 0$$

$$\Rightarrow C_v = -27.222$$

$$\sum V = 0: \quad 10\cdot 3 - 27.222 + 50 - 33.333 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 19.445$$

- Schnitt unterhalb von g, unteres Teilsystem

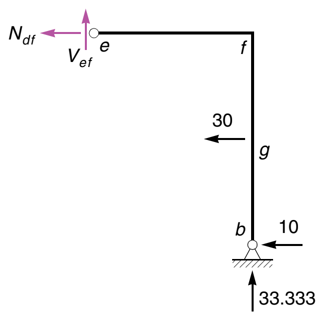


$$\sum M_{(g)} = 0: \quad -M_g - 10\cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow M_g = -20$$

$$\sum V = 0: \quad -N_{bf} - 33.333 = 0 \Rightarrow N_{bf} = -33.333$$

$$\sum H = 0: \quad V_{bg} - 10 = 0 \quad \Rightarrow V_{bg} = 10$$

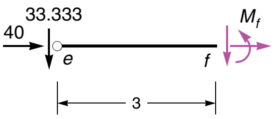
- Schnitt rechts von e, rechtes Teilsystem



$$\sum V = 0: \quad -V_{ef} - 33.333 = 0 \Rightarrow V_{ef} = -33.333$$

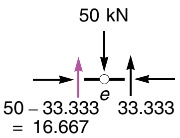
$$\sum H = 0: \quad -N_{df} - 30 - 10 = 0 \Rightarrow N_{df} = -40$$

- Bereich $e-f$

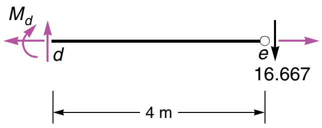


$$\sum M_{(f)} = 0: \quad M_f + 33.333 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_f = -100$$

- Rundschnitt Punkt e:

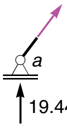


- Bereich $e-f$



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -M_d - 16.667 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_d = -66.667$$

- Schnitt am Auflager a, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

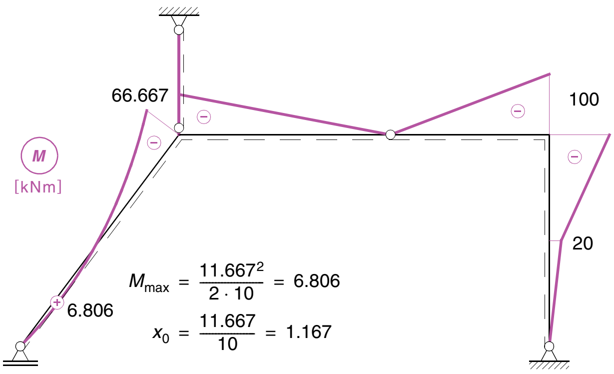


$$N_{ad} = -19.445 \cdot \frac{4}{5} = -15.556$$

- Querkraft im Bereich $f-g$

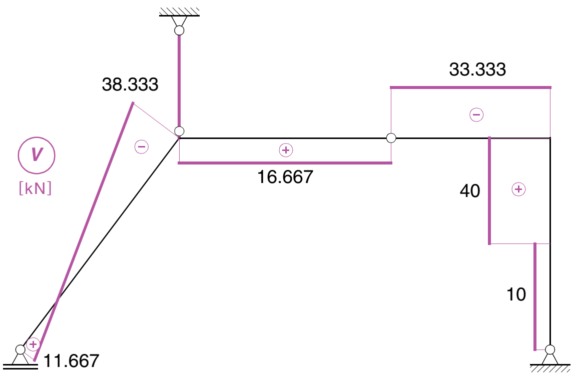
$$V_{fg} = \frac{-20-(-100)}{2} = 40$$

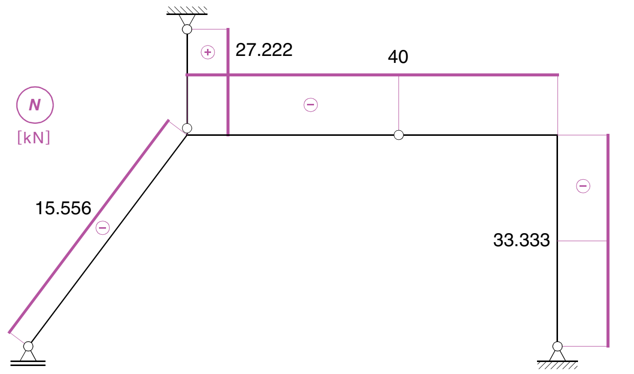
- Darstellung der Zustandslinien



$$M_{max} = \frac{11.667^2}{2 \cdot 10} = 6.806$$

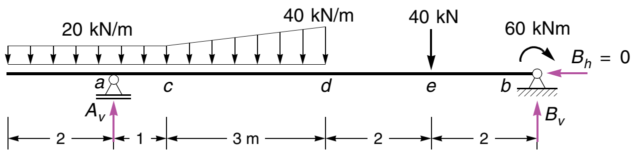
$$x_0 = \frac{11.667}{10} = 1.167$$





Aufgabe 26

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M und V zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

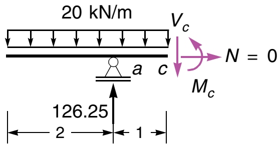
$$\sum M_{(a)} = 0:$$

$$20 \cdot 3 \cdot 0.5 - 20 \cdot 3 \cdot 2.5 - 20 \cdot 3/2 \cdot 3 - 40 \cdot 6 - 60 + B_v \cdot 8 = 0$$

$$\Rightarrow B_v = 63.75$$

$$\sum V = 0: \quad 20 \cdot 6 + 20 \cdot 3/2 + 40 - 63.75 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 126.25$$

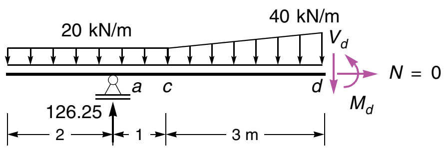
- Schnitt links von c, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 20 \cdot 3^2/2 - 126.25 \cdot 1 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = 36.25$$

$$\sum V = 0: \quad 20 \cdot 3 - 126.25 + V_c = 0 \quad \Rightarrow V_c = 66.25$$

- Schnitt links von d, linkes Teilsystem

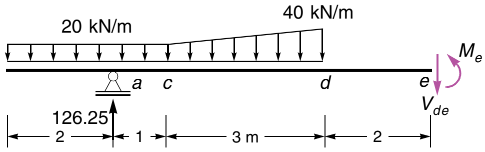


$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 20 \cdot 6^2/2 + 20 \cdot 3/2 \cdot 1 - 126.25 \cdot 4 + M_d = 0$$

$$\Rightarrow M_d = 115$$

$$\sum V = 0: \quad 20 \cdot 6 + 20 \cdot 3/2 - 126.25 + V_d = 0 \Rightarrow V_d = -23.75$$

- Schnitt links von e, linkes Teilsystem

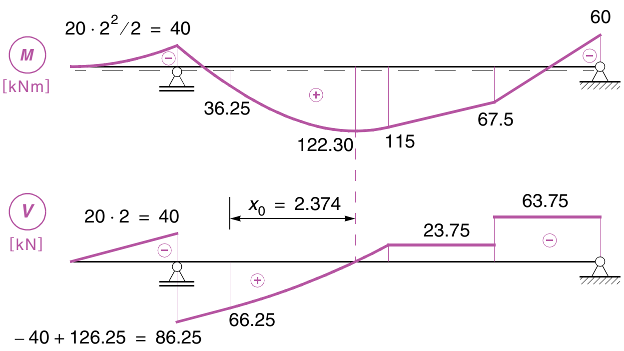


$$\sum M_{(e)} = 0: \quad 20 \cdot 6 \cdot 5 + 20 \cdot 3/2 \cdot 3 - 126.25 \cdot 6 + M_e = 0$$
$$\Rightarrow M_e = 67.5$$
$$\sum V = 0: \quad 20 \cdot 6 + 20 \cdot 3/2 - 126.25 + V_{de} = 0$$
$$\Rightarrow V_{de} = -23.75$$

- Bereich Trapezlast:

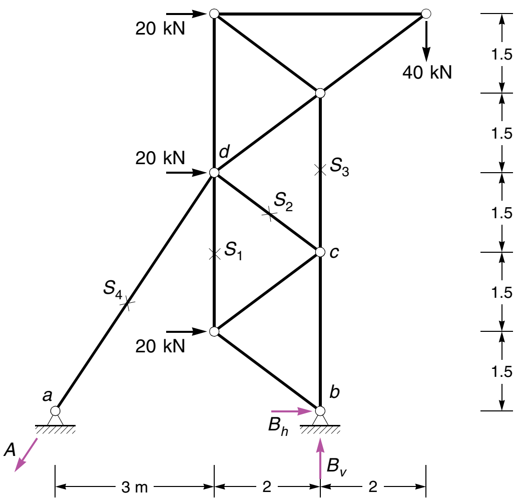
$$q(x) = \frac{20}{3}x + 20$$
$$M''(x) = -q(x) = -\frac{20}{3}x - 20$$
$$M'(x) = V(x) = -\frac{10}{3}x^2 - 20x + 66.25$$
$$M(x) = -\frac{10}{9}x^3 - 10x^2 + 66.25x + 36.25$$
$$V(x_0) = -\frac{10}{3}x^2 - 20x + 66.25 = 0 \Rightarrow x_0 = 2.374$$
$$M_{max} = M(x_0) = -\frac{10}{9} \cdot 2.374^3 - 10 \cdot 2.374^2 + 66.25 \cdot 2.374$$
$$+ 36.25 = 122.30256$$

- Darstellung der Zustandslinien



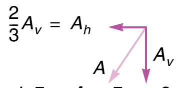
Aufgabe 27

Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_4 infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln.



- Auflagerkräfte

Zerlegung der Auflagerkraft A

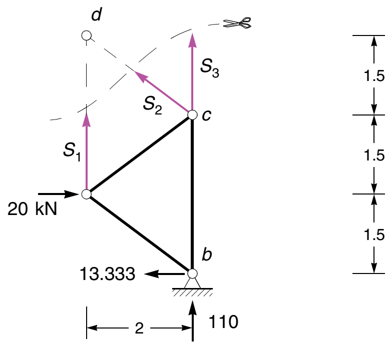


$$\sum M_b = 0: \quad -40 \cdot 2 - 20 \cdot 7.5 - 20 \cdot 4.5 - 20 \cdot 1.5 + A_v \cdot 5 = 0$$
$$\Rightarrow A_v = 70 \Rightarrow A_h = \frac{2}{3} \cdot 70 = 46.667$$
$$\sum V = 0: \quad 40 + 70 - B_v = 0 \qquad \Rightarrow B_v = 110$$
$$\sum H = 0: \quad 20 + 20 + 20 - 46.667 - B_h = 0 \Rightarrow B_h = 13.333$$

- Ermittlung der Stabkraft S_4

$$S_4 = \sqrt{70^2 + 46.667^2} = 84.130$$

- Ermittlung der Stabkraft S_1

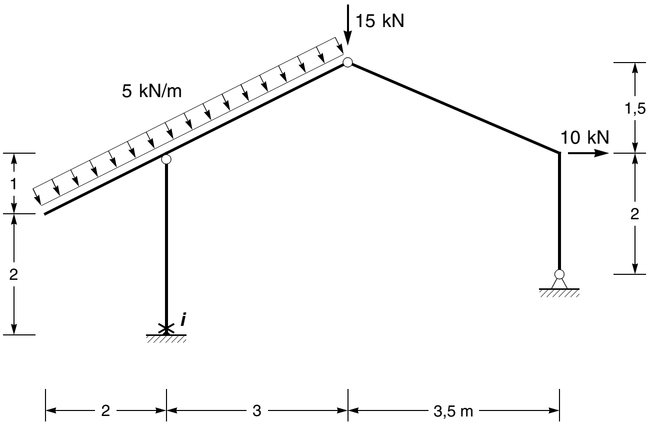


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 20 \cdot 1.5 - 13.333 \cdot 3 - S_1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow S_1 = -5$$
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 20 \cdot 3 + 110 \cdot 2 - 13.333 \cdot 4.5 + S_3 \cdot 2 = 0$$
$$\Rightarrow S_3 = -110$$
$$\sum H = 0: \quad 20 - 13.333 - S_2^h = 0 \Rightarrow S_2^h = 6.667$$
$$\Rightarrow S_2 = 6.667 \cdot \frac{5}{4} = 8.333$$

Aufgabe 28

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Normalkraft im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

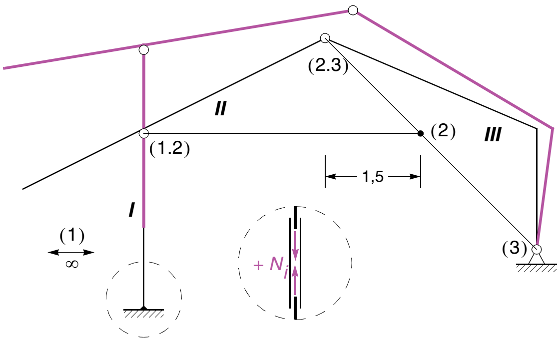
Einlegen eines Normalkraftgelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße N_i.

- Erstellung des Polplans

(3): [ ], (1.2), (2.3): Gelenk,

(1) [∞], (2) $\begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(3)-(2.3)\end{bmatrix}$

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

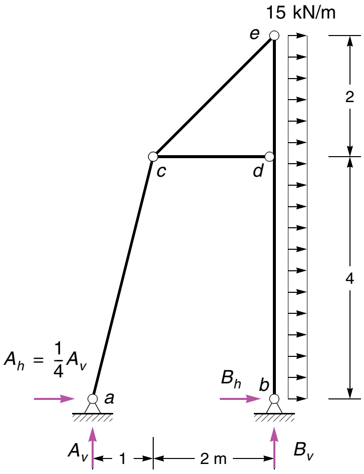
$$\varphi_1 = 0\,,\ \varphi_3 = \varphi\,,\ \varphi_2 = \frac{3.5}{1.5}\cdot\varphi = \frac{7}{3}\varphi$$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

$$\sum \overline{W} = 0: \quad -N_i\cdot\frac{7}{3}\varphi\cdot 4.5 + 10\cdot\varphi\cdot 2 - 15\cdot\varphi\cdot 3.5$$
$$-5\cdot 5\cdot\frac{7}{3}\varphi\cdot 4 + 5\cdot 2.5\cdot\frac{7}{3}\varphi\cdot\varphi\cdot 0.25 = 0$$
$$\Rightarrow N_i = -24.623$$

Aufgabe 29

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien *M, V* und *N* zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

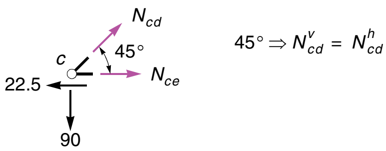
Die resultierende Auflagerkraft im Punkt *a* muss in Richtung des Stabes $a-c$ (Pendelstab) wirken, damit liegt das Verhältnis der Auflagerkomponenten fest.

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -15\cdot 6^2/2 - A_v\cdot 3 = 0 \Rightarrow A_v = -90$$
$$\Rightarrow A_h = \frac{1}{4}A_v = \frac{-90}{4} = -22.5$$
$$\sum V = 0: \quad 90 - B_v = 0 \qquad \Rightarrow B_v = 90$$
$$\sum H = 0 \quad -22.5 + 15\cdot 6 - B_h = 0 \Rightarrow B_h = 67.5$$

- Normalkraft im Stab $a-c$

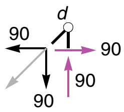
$$N_{ac} = \sqrt{90^2 + 22.5^2} = 92.767$$

- Rundschnitt Knoten *c*

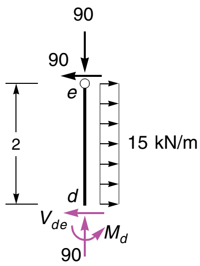


$$\sum V = 0: \quad 90 - N^v_{cd} = 0 \Rightarrow N^v_{cd} = 90 = N^h_{cd}$$
$$\Rightarrow N_{cd} = 90\cdot\sqrt{2} = 127.27922$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ce} + 90 - 22.5 = 0 \Rightarrow N_{ce} = -67.5$$

- Rundschnitt Knoten *c*

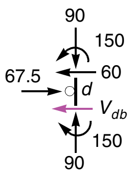


- Bereich $e-d$



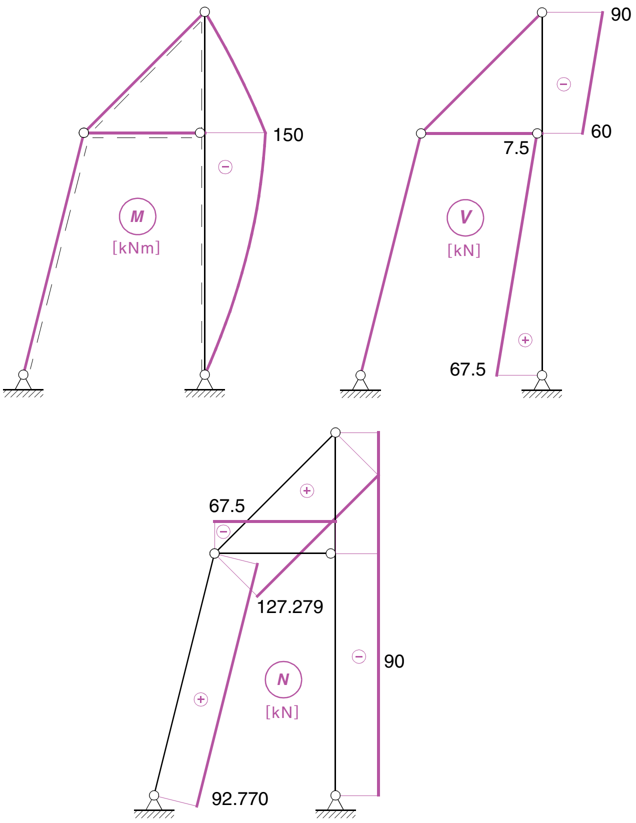
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 90\cdot 2 - 15\cdot 2^2/2 + M_d = 0 \Rightarrow M_d = 150$$
$$\sum H = 0: \quad 90 - 15\cdot 2 + V_{de} = 0 \qquad \Rightarrow V_{de} = -60$$

- Rundschnitt Knoten *e*



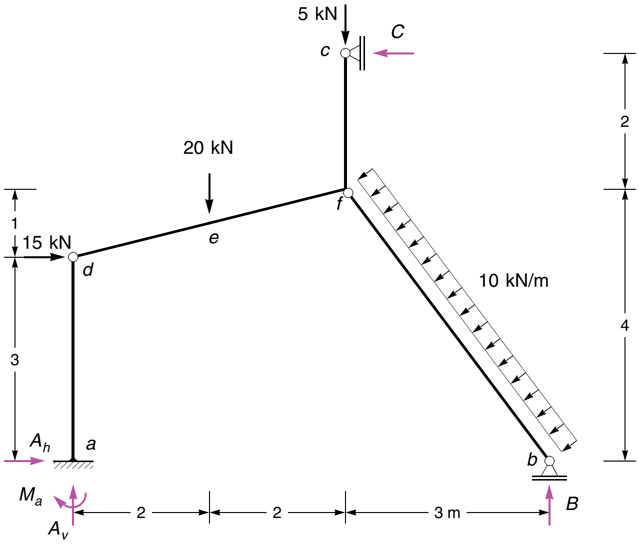
$$\sum H = 0: \quad 67.5 - 60 - V_{db} = 0 \Rightarrow V_{db} = 7.6$$

- Darstellung der Zustandslinien



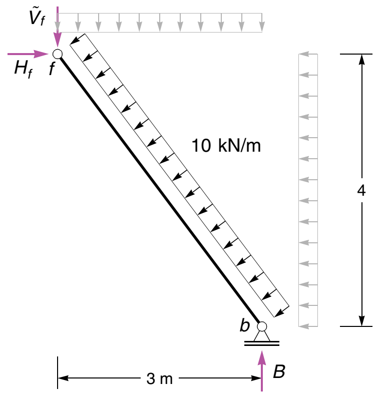
Aufgabe 30

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus.

- Bereich $f-b$



$\sum M_{(f)} = 0$: $\quad -10 \cdot 5^2/2 + B \cdot 3 = 0 \quad \Rightarrow B = 41.667$

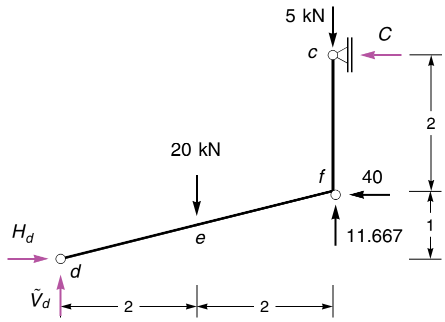
$\sum V = 0$: $\quad 10 \cdot 3 - 41.667 + \tilde{V}_f = 0 \Rightarrow \tilde{V}_f = 11.667$

$\sum H = 0$: $\quad -10 \cdot 4 + H_f = 0 \quad \Rightarrow H_f = 40$

$$M = \frac{10 \cdot 5^2}{8} = 31.25$$

$$V = \pm\frac{10 \cdot 5}{2} = \pm 25$$

- Bereich $d-e-f-c$



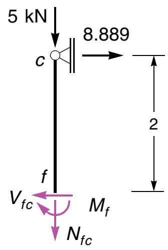
$\sum M_{(d)} = 0$: $\; -20 \cdot 2 - 5 \cdot 4 + 40 \cdot 1 + 11.667 \cdot 4 + C \cdot 3 = 0$

$\Rightarrow C = 8.889$

$\sum V = 0$: $\quad 5 + 20 - 11.667 - \tilde{V}_d = 0 \Rightarrow \tilde{V}_d = 13.333$

$\sum H = 0$: $\quad -40 + 8.889 + H_d = 0 \quad \Rightarrow H_d = 31.111$

- Bereich $f-c$



$\sum M_{(f)} = 0$: $\quad -M_f - 8.889 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_f = -17.778$

$\sum H = 0$: $\quad -V_{fc} + 8.889 = 0 \quad \Rightarrow V_{fc} = 8.889$

$\sum V = 0$: $\quad -N_{fc} - 5 = 0 \quad \Rightarrow N_{fc} = -5$

- Moment im Punkt e:

Das Moment im Punkt e ergibt sich durch Einhängen des Dreiecks aus der Einzelkraft zu:

$$M_e = \frac{20 \cdot 4}{4} - \frac{17.778}{2} = 11.111$$

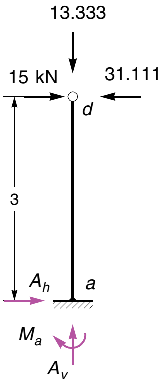
- Querkraft im Bereich $d - e$:

$$V_{de} = \frac{11.111}{\sqrt{17/4}} = 5.390$$

- Querkraft im Bereich $e - f$:

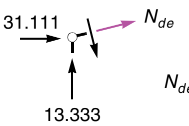
$$V_{ef} = \frac{-17.778 - 11.111}{\sqrt{17/4}} = -14.013$$

- Bereich $a - d$



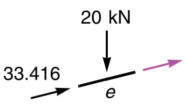
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad (31.111 - 15) \cdot 3 + M_a = 0 \Rightarrow M_a = 48.333$$
$$\sum H = 0: \quad 15 - 31.111 + A_h = 0 \quad \Rightarrow A_h = 16.111$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 13.333 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 13.333$$

- Schnitt um Punkt *d*, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



$$N_{de} = -13.333 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - 31.111 \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} = -33.416$$

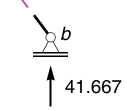
- Schnitt um Punkt *e*, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



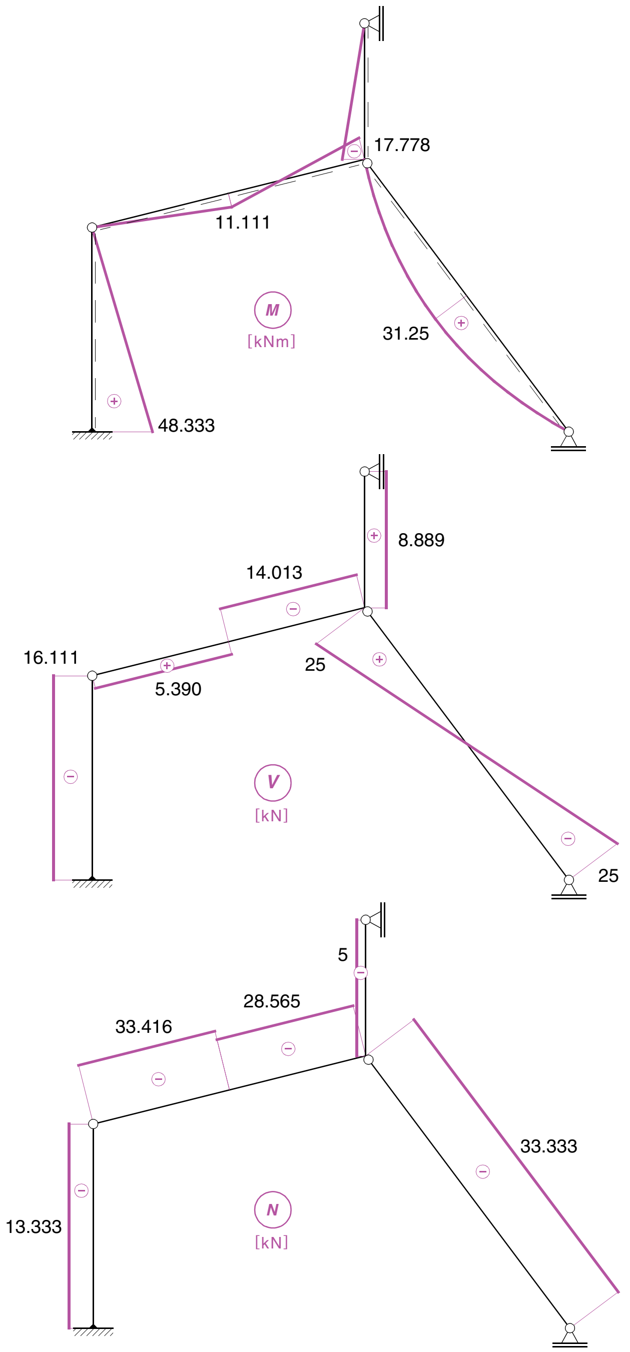
$$N_{ef} = -33.416 + 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} = -28.565$$

- Schnitt am Auflager *b*, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

$$N_{fb} = -41.667 \cdot \frac{4}{5} = -33.333$$



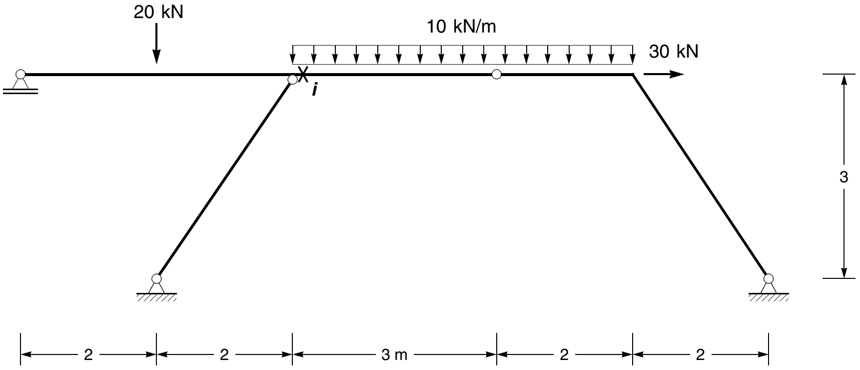
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 31

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Querkraft im Punkt *i* infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

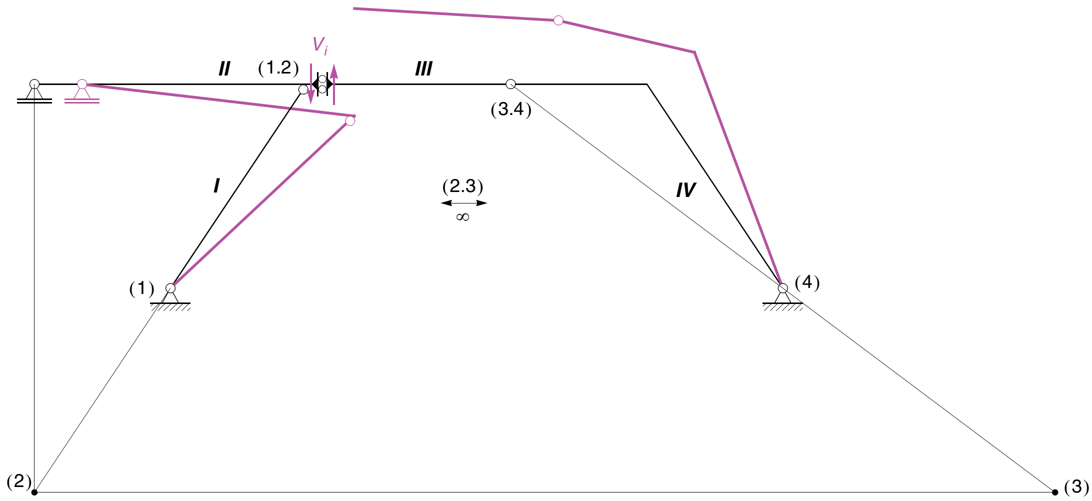
Einlegen eines Querkraftgelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße V_i.

- Erstellung des Polplans

(1), (4) : [ ], (1.2), (3.4) : Gelenke, (2.3) [∞]

(2) [(2) – (1.2)], (3) [(4) – (3.4) / (2) – (2.3)]

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$$\varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

$$\varphi_1 = \varphi_4 = 2\varphi$$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

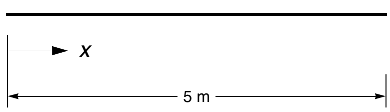
$$\sum \overline{W} = 0: \quad V_i \cdot \varphi \cdot 4 + V_i \cdot \varphi \cdot 11 + 20 \cdot \varphi \cdot 2 - 10 \cdot 3 \cdot \varphi \cdot 9.5$$
$$- 10 \cdot 2 \cdot 2\varphi \cdot 3 + 30 \cdot 2\varphi \cdot 3 = 0$$
$$\Rightarrow V_i = 12.333$$

Aufgabe 32

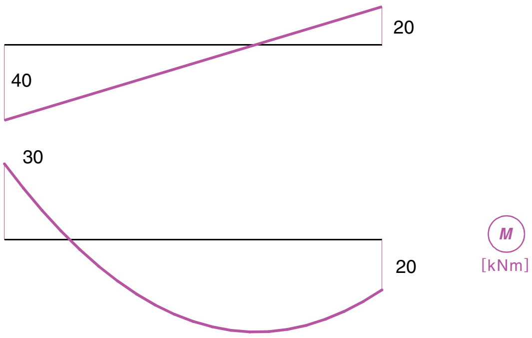
Für den dargestellten Balkenabschnitt ist der Verlauf des Biegemomentes $M(x)$ angegeben. Ermitteln Sie den Verlauf der Querkraft sowie die Belastung des Balkenabschnitts und skizzieren Sie die Schnittgrößenverläufe.

Einheiten: kN, m

$$M(x) = -6x^2 + 40x - 30$$

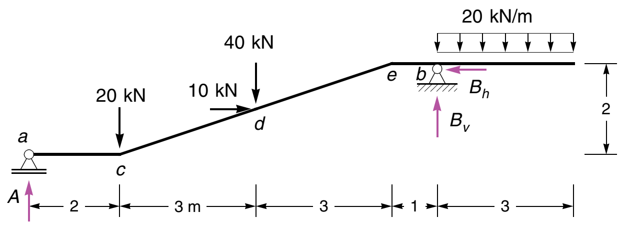


$$V(x) = -12x + 40$$
$$q = 12$$



Aufgabe 33

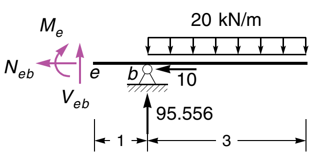
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

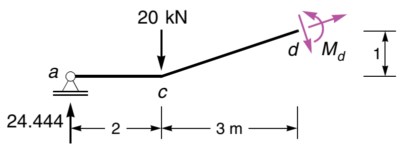
$$\sum M_{(b)} = 0: \; -20 \cdot 3^2/2 + 40 \cdot 4 + 10 \cdot 1 + 20 \cdot 7 - A \cdot 9 = 0$$
$$\Rightarrow A = 24.444$$
$$\sum V = 0: \quad -24.444 + 20 + 40 + 20 \cdot 3 - B_v = 0 \Rightarrow B_v = 95.556$$
$$\sum H = 0: \quad 10 - B_h = 0 \quad \Rightarrow B_h = 10$$

- Schnitt rechts von *e*, rechtes Teilsystem



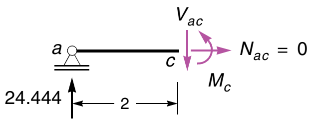
$$\sum M_e = 0: \; -20 \cdot 3 \cdot 2.5 + 95.556 \cdot 1 - M_e = 0 \Rightarrow M_e = -54.444$$
$$\sum V = 0: \quad 20 \cdot 3 - 95.556 - V_{eb} = 0 \quad \Rightarrow V_{eb} = -35.556$$
$$\sum N = 0: \; -10 - N_{eb} = 0 \quad \Rightarrow N_{eb} = -10$$

- Schnitt links von *e*, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -24.444 \cdot 5 + 20 \cdot 3 + M_d = 0 \Rightarrow M_d = 62.222$$

- Schnitt links von *c*, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -24.444 \cdot 2 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = 48.888$$
$$\sum V = 0: \quad -24.444 + V_{ac} = 0 \quad \Rightarrow V_{ac} = 24.444$$

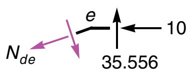
- Querkraft im Bereich $c-d$:

$$V_{cd} = \frac{62.222 - 48.889}{\sqrt{10}} = 4.216$$

- Querkraft im Bereich $d-e$:

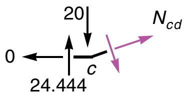
$$V_{de} = \frac{-54.444 - 62.222}{\sqrt{10}} = -36.893$$

- Schnitt um Punkt *e*, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



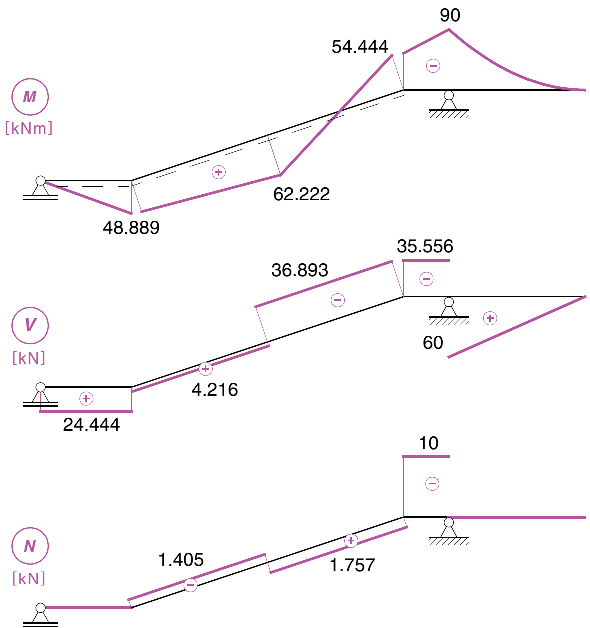
$$N_{de} = 35.556 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} - 10 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 1.757$$

- Schnitt um Punkt *c*, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



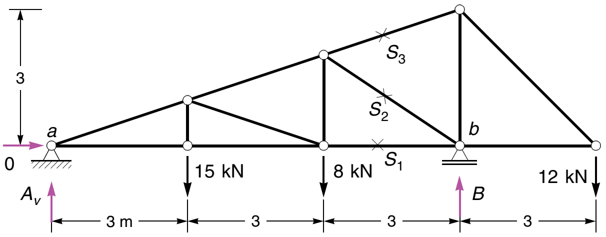
$$N_{cd} = (20 - 24.444) \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = -1.405$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 34

Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_3 infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln.

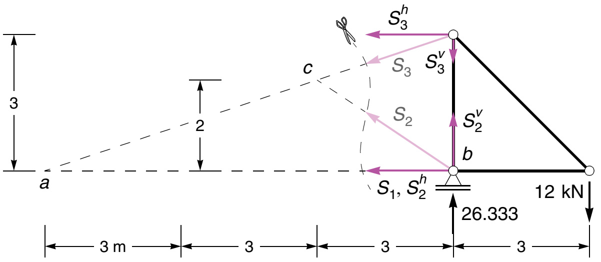


- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -15 \cdot 3 - 8 \cdot 6 - 12^2 + B \cdot 9 = 0 \Rightarrow B = 26.333$$

$$\sum V = 0: \quad 15 + 8 + 12 - 26.333 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 8.667$$

- Ermittlung der Stabkräfte durch Ritterschen Schnitt



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -8.667 \cdot 6 + 15 \cdot 3 + S_1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow S_1 = 3.501$$

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad S_2^v \cdot 9 - 12 \cdot 12 + 26.333 \cdot 9 = 0 \Rightarrow S_2^v = -10.333$$

$$\frac{S_2^h}{S_2^v} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_2^h = \frac{3}{2}(-10.333) = -15.5$$

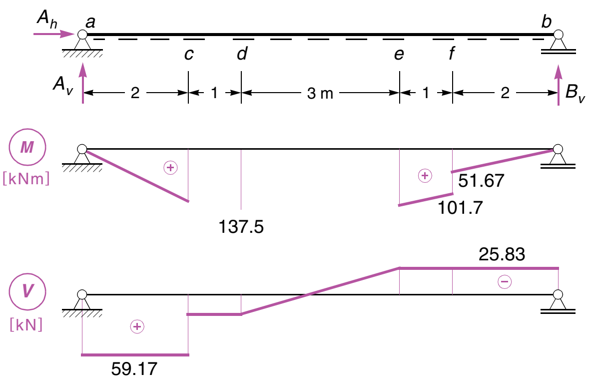
$$\Rightarrow S_2 = -\sqrt{10.333^2 + 15.5^2} = -18.629$$

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad S_3^h \cdot 3 - 12 \cdot 3 = 0 \Rightarrow S_3^h = 12$$

$$\frac{S_3^h}{S_3^v} = \frac{3}{1} \Rightarrow S_3^v = \frac{1}{3}12 = 4 \Rightarrow S_3 = \sqrt{12^2 + 4^2} = 12.649$$

Aufgabe 35

Die für den dargestellten Einfeldträger angegebenen Zustandslinien sind unvollständig. Ergänzen Sie die fehlenden Angaben und tragen Sie die Belastung des Trägers sowie die Auflagerkräfte in die Systemskizze ein.



Grundlage der Lösung sind die differenziellen Beziehungen zwischen den Zustandslinien und der äußeren Belastung.

$$M'' = V' = -q$$

- Auflagerkräfte

$$\sum H = 0: \qquad A_h = 0$$

Die vertikalen Auflagerkräfte entsprechen den Querkräften am Rande des Systems.

$$\Rightarrow A_v = 59.17$$

$$\Rightarrow B_v = 25.83$$

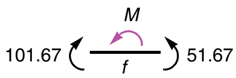
- Betrachtung der Momentenlinie

Der Flächeninhalt der Querkraftlinie entspricht der Differenz der Momentenordinaten zwischen zwei Punkten. Somit können die fehlenden Ordinaten der Momentenlinie ergänzt werden.

$$\Rightarrow M_c = V_{ac} \cdot 2 = 59.17 \cdot 2 = 118.34$$

$$\Rightarrow M_e = M_f + V_{ef} \cdot 1 = 101.67 + 25.83 = 127.5$$

Der Sprung in der Momentenlinie folgt durch ein angreifendes Einzelmoment.



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad -101.67 + 51.67 + M = 0 \Rightarrow M = 50$$

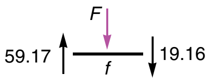
Im Bereich der linear verlaufenden Querkraft ist der Verlauf der Momentenlinie parabolisch.

- Betrachtung der Querkraftlinie

Die Steigung der linearen Momentenlinie im Bereich $c - d$ entspricht der konstanten Querkraft in diesem Bereich.

$$\Rightarrow V_{cd} = \frac{M_d - M_c}{1} = 137.5 - 118.34 = 19.16$$

Der Sprung in der Querkraftlinie folgt durch eine angreifende Einzelkraft.

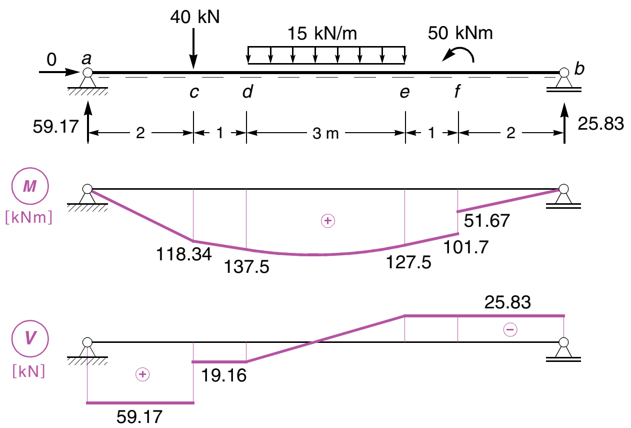


$$\sum V = 0: \qquad -59.17 + 19.16 + F = 0 \Rightarrow F = 40$$

Die Steigung der linearen Querkraftlinie im Bereich $d - e$ entspricht der konstanten Streckenlast in diesem Bereich.

$$\Rightarrow q = \frac{V_{cd} + V_{eb}}{3} = \frac{19.16 + 25.83}{3} = 15$$

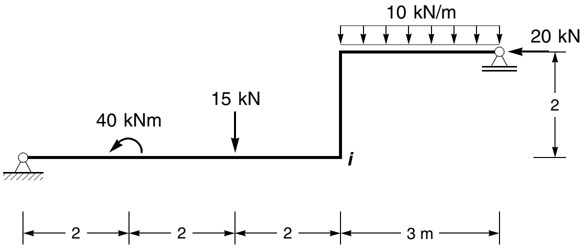
- Darstellung der Belastung und der Zustandlinien



Aufgabe 36

Ermitteln Sie für das dargestellte System das Biegemoment im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

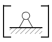
Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.

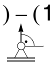


- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

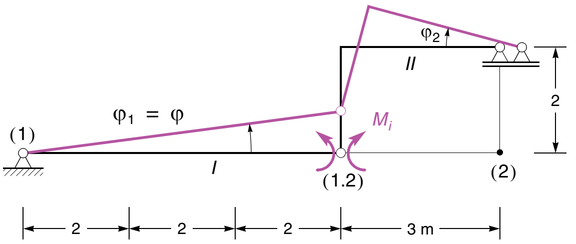
Einlegen eines Momentengelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße M_i.

- Erstellung des Polplans

(1): [], (1.2): Gelenk,

(2) [(1) – (1.2) ]

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



$\varphi_1 = \varphi$

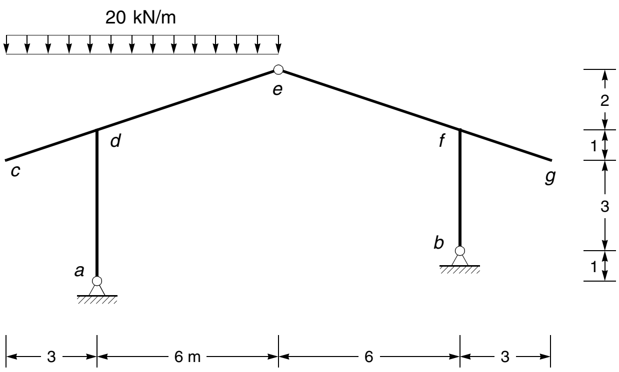
$\varphi_2 = \varphi \cdot \dfrac{6}{3} = 2\varphi$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebung

$$\sum \overline{W} = 0: \quad M_i \cdot \varphi + M_i \cdot 2\varphi + 40 \cdot \varphi - 15 \cdot \varphi \cdot 4$$
$$- 10 \cdot 3 \cdot 2\varphi \cdot 1.5 - 20 \cdot 2\varphi \cdot 2 = 0$$
$$\Rightarrow M_i = 63.333$$

Aufgabe 37

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

Das rechte Teilsystem ist unbelastet. Aus der Gleichgewichtsbedingung $\sum M = 0$ bezüglich des Gelenkpunktes für das rechte Teilsystem folgt:

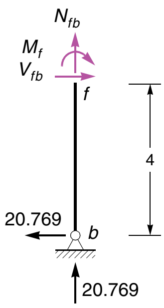
$$\sum M_{(e)}^{\text{TS, re}} = 0: \quad B_v \cdot 6 - B_h \cdot 6 = 0 \Rightarrow B_h = B_v$$

Die Gleichgewichtsbedingung $\sum M = 0$ bezüglich des Auflagerpunktes a für das Gesamtsystem ergibt:

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad B_v \cdot 12 + B_v \cdot 1 - 20 \cdot 9 \cdot 1.5 = 0$$
$$\Rightarrow B_v = 20.769 = B_h$$

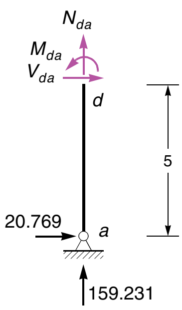
$$\sum H = 0: \quad A_h - 20.769 = 0 \Rightarrow A_h = 20.769$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 20 \cdot 9 - 20.769 = 0 \Rightarrow A_v = 159.231$$

- Schnitt unterhalb von f, unteres Teilsystem



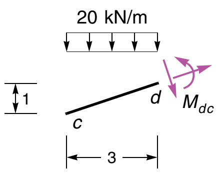
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -20.769 \cdot 4 - M_f = 0 \Rightarrow M_f = 83.077$$
$$\sum H = 0: \quad 20.769 - V_{fb} = 0 \quad \Rightarrow V_{fb} = 20.769$$
$$\sum V = 0: \quad -20.769 - N_{fb} = 0 \quad \Rightarrow N_{fb} = -20.769$$

- Schnitt unterhalb von d, unteres Teilsystem



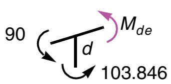
$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 20.769 \cdot 5 + M_{da} = 0 \Rightarrow M_{da} = -103.846$$
$$\sum H = 0: \quad -20.769 - V_{da} = 0 \quad \Rightarrow V_{da} = -20.769$$
$$\sum V = 0: \quad -159.231 - N_{da} = 0 \Rightarrow N_{da} = -159.231$$

- Schnitt links von d, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 20 \cdot 3^2/2 + M_{dc} = 0 \quad \Rightarrow M_{dc} = -90$$

- Rundschnitt Knoten d, (nur Momente dargestellt)



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad M_{de} + 90 + 103.846 = 0 \Rightarrow M_{de} = -193.846$$

- Komponenten der Streckenlast:

$$q_{\perp} = q \cdot \cos^2\alpha = 20 \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2 = 18$$

$$q_{||} = q \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 6$$

- Querkraft im Bereich $c-d$

$$V_{dc} = -\frac{18 \cdot \sqrt{10}}{2} + \frac{-90-0}{\sqrt{10}} = -56.921$$

- Querkräfte im Bereich $d-e$

$$V = \pm\frac{18 \cdot \sqrt{40}}{2} + \frac{0-(-193.846)}{\sqrt{40}} = \pm 56.921 + 30.650$$

$$V_{de} = 56.921 + 30.650 = 87.571$$

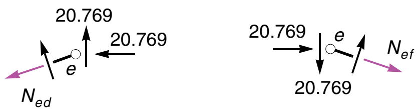
$$V_{ed} = -56.921 + 30.650 = -26.271$$

- Querkraft im Bereich $e-f$

$$V_{ef} = \frac{-83.077-0}{\sqrt{40}} = -13.136$$

- Ermittlung der Normalkräfte am Knoten *e,* Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

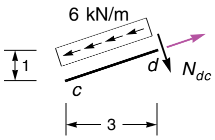
$$N_{de} = 35.556 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} - 10 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 1.757$$



$$N_{ed} = 20.769 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} - 20.769 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = -13.135$$

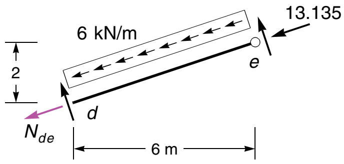
$$N_{ef} = -20.769 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} - 20.769 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = -26.271$$

- Normalkraft im Bereich $c-d$, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



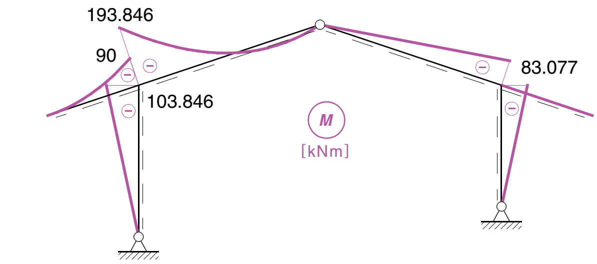
$$N_{dc} = 6 \cdot \sqrt{10} = 18.974$$

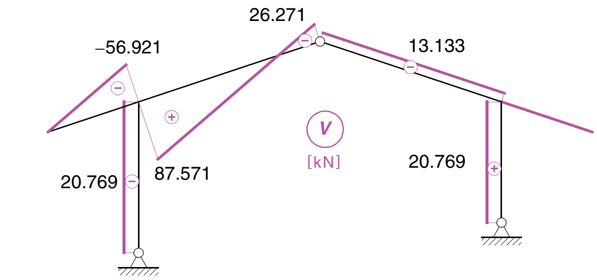
- Normalkraft im Bereich $c-d$, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

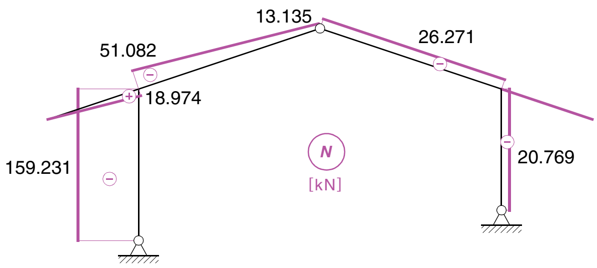


$$N_{dc} = -6 \cdot \sqrt{40} - 13.135 = -51.082$$

- Darstellung der Zustandslinien

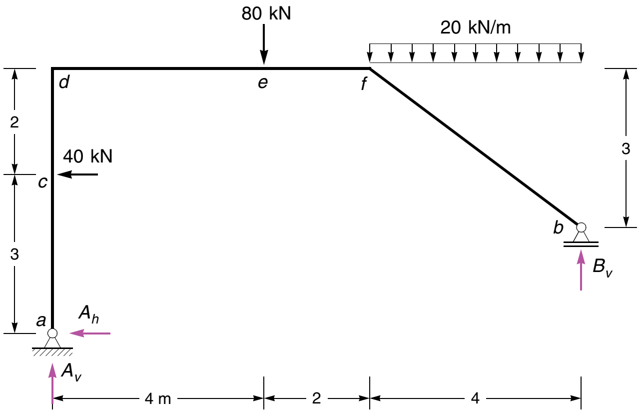






Aufgabe 38

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



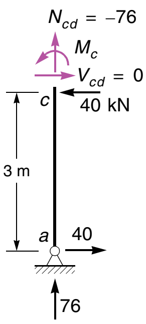
- Auflagerkräfte

$\sum M_{(a)} = 0{:}\;\; 40 \cdot 3 - 80 \cdot 4 - 20 \cdot 4 \cdot 8 + B_v \cdot 10 = 0 \Rightarrow B_v = 84$

$\sum V = 0{:}\;\; 80 + 20 \cdot 4 - 84 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 76$

$\sum H = 0{:}\;\; -40 - A_h = 0 \Rightarrow A_h = -40$

- Schnitt oberhalb von c, unteres Teilsystem

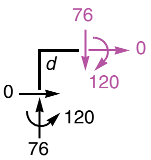


$$\sum M_{(c)} = 0{:}\quad 40 \cdot 3 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = -120$$

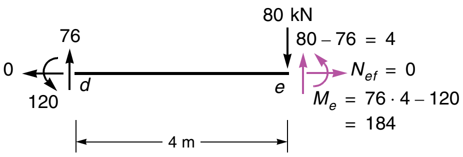
- Bereich $c - d$

Da die Querkraft gleich null ist, ist der Momentenverlauf konstant $\Rightarrow M_d = M_c = -120$

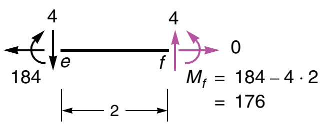
- Rundschnitt Knoten d



- Bereich $d - e$, Schnitt rechts von e



- Bereich $d - e$, Schnitt links von f



- Querkraft im Bereich $f - b$

Komponente der Streckenlast senkrecht zu Stabachse:

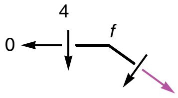
$q_\perp = q \cdot \cos^2\alpha = 20 \cdot 0.8^2 = 12.8$

$V = \pm \dfrac{12.8 \cdot 5}{2} + \dfrac{0 - 176}{5} = \pm 32 - 35.2$

$V_{fb} = 32 - 35.2 = -3.2$

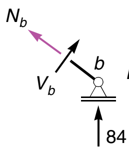
$V_{bf} = -32 - 35.2 = -67.2$

- Rundschnitt Knoten f, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse $f - b$



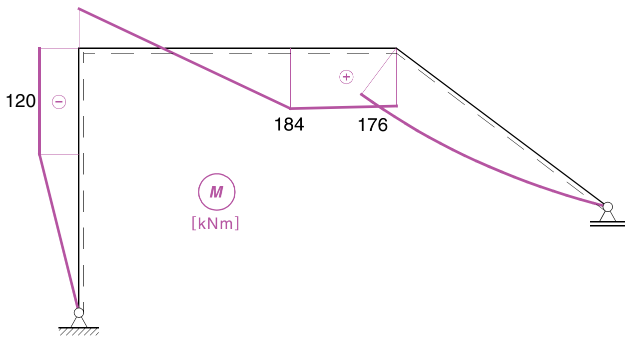
$$N_f = -4 \cdot \frac{3}{5} = -2.4$$

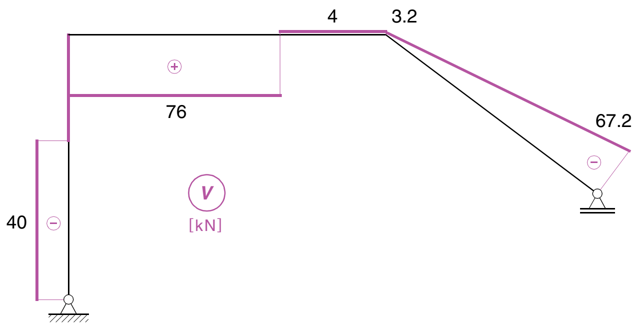
- Schnitt am Auflager b, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

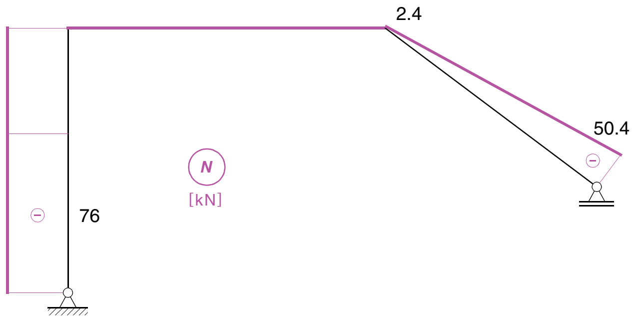


$$N_b = -84 \cdot \frac{3}{5} = -50.4$$

- Darstellung der Zustandslinien

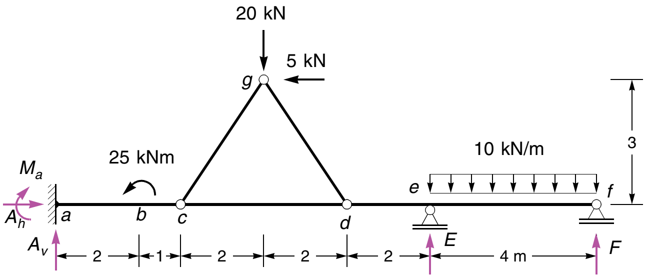






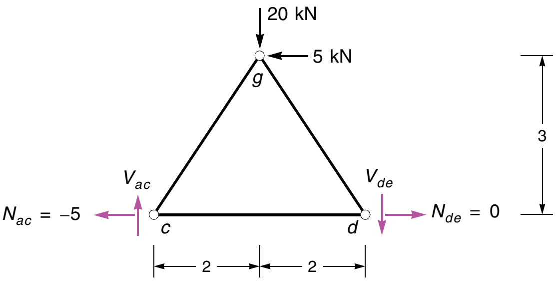
Aufgabe 39

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



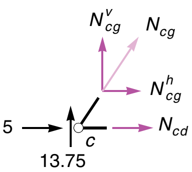
Da nur das Auflager im Punkt a horizontal fest ist, folgt die Auflagerkraft A_h aus der Bedingung $\sum H = 0$ am Gesamtsystem mit $A_h = 5$ kN. Im Bereich $d-e-f$ ist die Normalkraft gleich null, da keine horizontalen Kräfte wirken. Die weitere Berechnung erfolgt entgegen der Reihenfolge des Aufbaus.

- Mittleres Teilsystem

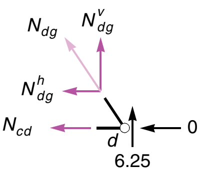


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 5 \cdot 3 - 20 \cdot 2 - V_{de} \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_{de} = -6.25$$
$$\sum V = 0: \quad 20 - 6.25 - V_{ac} = 0 \quad \Rightarrow V_{ac} = 13.75$$

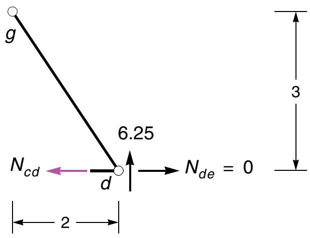
- Stabkräfte in den Pendelstäben



$$\sum V = 0: \quad -13.75 - N_{cg}^v = 0 \Rightarrow N_{cg}^v = -13.75$$
$$\Rightarrow N_{cg} = -13.75 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = -16.525$$

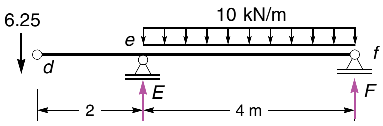


$$\sum V = 0: \quad -6.25 - N_{dg}^v = 0 \Rightarrow N_{dg}^v = -6.25$$
$$\Rightarrow N_{dg} = -6.25 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = -7.512$$



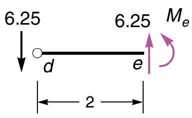
$$\sum M_{(g)} = 0: \quad 6.25 \cdot 2 - N_{cd} \cdot 3 = 0 \Rightarrow N_{cd} = 4.167$$

- Schnitt durch Punkt d rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad 10 \cdot 4^2/2 + 6.25 \cdot 6 - E \cdot 4 = 0 \Rightarrow E = 29.375$$
$$\sum V = 0: \quad 6.25 - 29.375 + 10 \cdot 4 - F = 0 \Rightarrow F = 16.875$$

- Bereich $d-e$



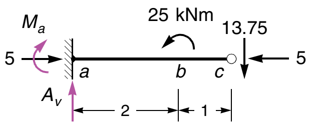
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad 6.25 \cdot 2 + M_e = 0 \Rightarrow M_e = -12.5$$

- Bereich $e-f$

Die Momentenlinie ergibt sich durch Einhängen der $ql^2/8$ - Parabel

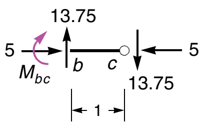
$$V = \pm\frac{10 \cdot 4}{2} + \frac{0-(-12.5)}{4} = \pm 20 + 3.125$$
$$V_{ef} = 20 + 3.125 = 23.125$$
$$V_{fe} = -20 + 3.125 = -16.875$$
$$M_{\max} = -12.5 + \frac{23.125^2}{2 \cdot 10} = 14.238281$$
$$x_0 = \frac{23.125}{10} = 2.3125$$

- Schnitt links von c, linkes Teilsystem



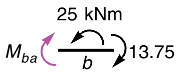
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad 13.75 \cdot 3 - 25 + M_a = 0 \Rightarrow M_a = -16.25$$
$$\sum V = 0: \quad 13.75 - A_v = 0 \quad \Rightarrow A_v = 13.75$$

- Bereich $b-c$



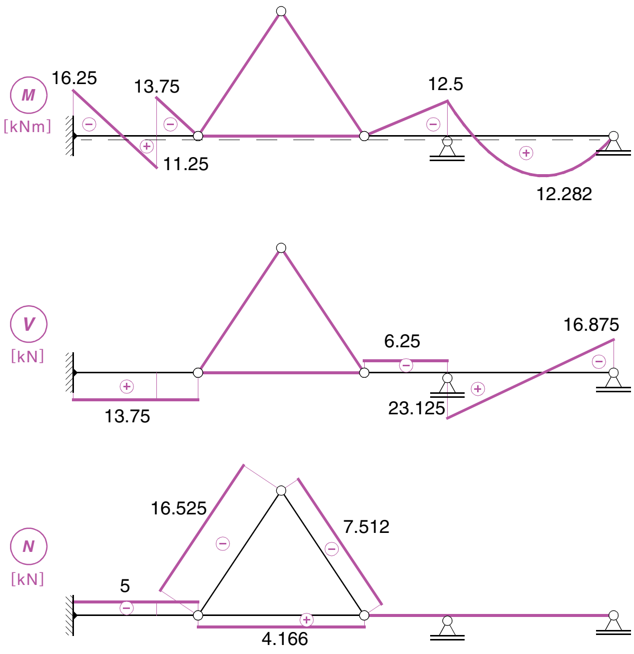
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -13.75 \cdot 1 - M_{bc} = 0 \Rightarrow M_{bc} = -13.75$$

- Schnitt um Punkt b



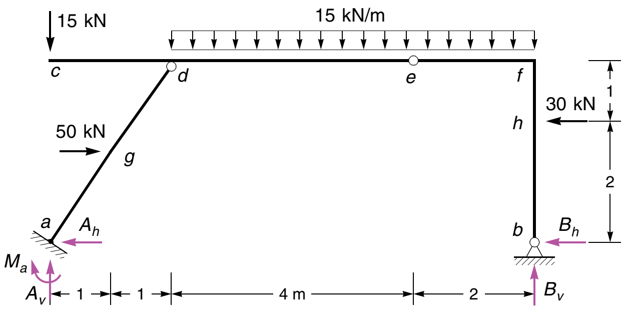
$$\sum M = 0: \quad -13.75 + 25 - M_{ba} = 0 \Rightarrow M_{ba} = 11.25$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 40

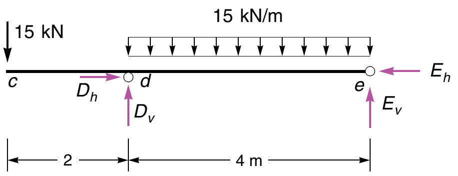
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



Der Kragträger $a-d$ ist statisch bestimmt und unverschieblich und wird zuerst eingebaut. Die beiden Teilsysteme $c-e$ und $e-b$ bilden einen Dreigelenkrahmen.

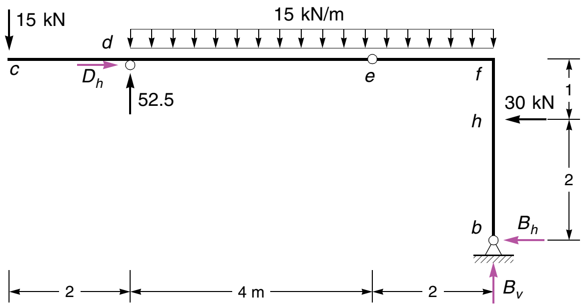
Da der Auflagerpunkt d und der Gelenkpunkt e auf gleicher Höhe liegen, kann die Berechnung der Auflagerkräfte in d und b entkoppelt werden.

- Bereich $c-d-e$



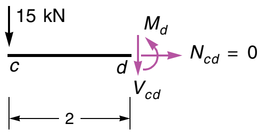
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad 15 \cdot 4^2/2 + 15 \cdot 6 - D_v \cdot 4 = 0 \Rightarrow D_v = 52.5$$
$$\sum V = 0: \quad 15 + 15 \cdot 4 - 52.5 - E_v = 0 \quad \Rightarrow E_v = 22.5$$

- Schnitt durch Gelenk d, rechtes Teilsystem



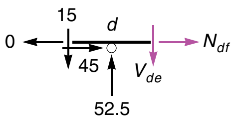
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad 15 \cdot 8 + 15 \cdot 6^2/2 + 30 \cdot 2 - 52.5 \cdot 6 - D_h \cdot 3 = 0$$
$$\Rightarrow D_h = 45$$
$$\sum V = 0: \quad 15 + 15 \cdot 6 - 52.5 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 52.5$$
$$\sum H = 0: \quad 45 - 30 - B_h = 0 \quad \Rightarrow B_h = 15$$

- Bereich $c-d$



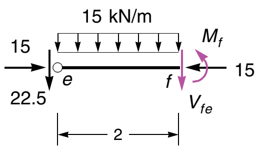
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 15 \cdot 2 + M_d = 0 \Rightarrow M_d = -30$$
$$\sum V = 0: \quad 15 + V_{cd} = 0 \quad \Rightarrow V_{cd} = -15$$

- Schnitt um Punkt d (Momente nicht dargestellt)



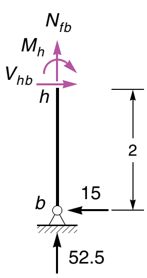
$$\sum V = 0: \quad -52.5 + 15 + V_{de} = 0 \Rightarrow V_{de} = 37.5$$
$$\sum H = 0: \quad 15 + N_{df} = 0 \quad \Rightarrow N_{df} = -15$$

- Bereich $e-f$



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad 15 \cdot 2^2/2 + 22.5 \cdot 2 + M_f = 0 \Rightarrow M_f = -75$$
$$\sum V = 0: \quad 22.5 + 15 \cdot 2 + V_{fe} = 0 \quad \Rightarrow V_{cd} = -52.5$$

- Schnitt unterhalb von h, unteres Teilsystem

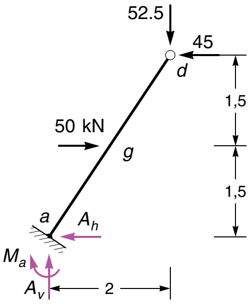


$$\sum M_{(h)} = 0: \quad -15 \cdot 2 - M_h = 0 \Rightarrow M_h = -30$$
$$\sum V = 0: \quad -52.5 - N_{fb} = 0 \Rightarrow N_{fb} = -52.5$$
$$\sum H = 0: \quad -15 + V_{hb} = 0 \quad \Rightarrow V_{hb} = 15$$

- Querkraft im Bereich $f-h$

$$V_{fh} = \frac{-30-(-75)}{1} = 45$$

- Bereich $a-d$



$$\sum M_{(a)} = 0:\ -52.5\cdot 2+45\cdot 3-50\cdot 1.5-M_a = 0 \Rightarrow M_a = -45$$
$$\sum V = 0:\quad 52.5-A_v = 0 \quad \Rightarrow A_v = 52.5$$
$$\sum H = 0:\quad 50-45-A_h = 0 \quad \Rightarrow A_h = 5$$

- Moment im Punkt g

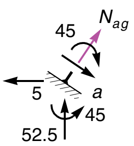
$$M_g = \frac{50\cdot 3}{4}-\frac{45}{2} = 15$$

- Querkräfte im Bereich $a-d$

$$V_{ag} = \frac{15-(-45)}{\sqrt{13}/2} = 33.282$$

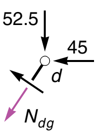
$$V_{gd} = \frac{0-15}{\sqrt{13}/2} = -8.321$$

- Schnitt am Auflager a, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



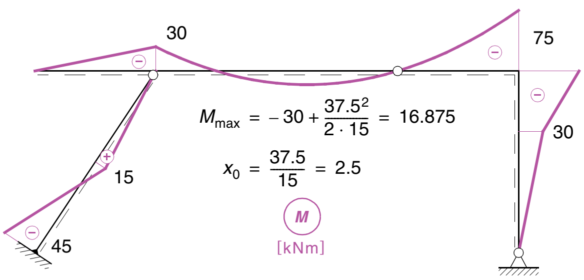
$$N_{ag}+52.5\cdot\frac{3}{\sqrt{13}}-5\cdot\frac{2}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow N_{ag} = -40.909$$

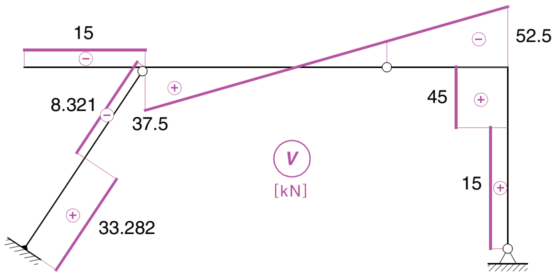
- Schnitt durch Gelenk d und Stab $d-g$, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

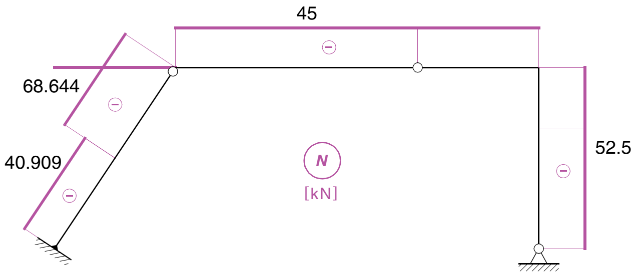


$$N_{dg}-52.5\cdot\frac{3}{\sqrt{13}}-45\cdot\frac{2}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow N_{dg} = -68.644$$

- Darstellung der Zustandslinien

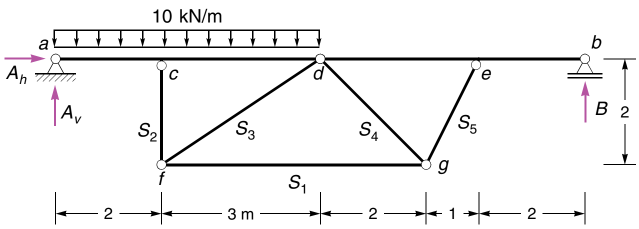






Aufgabe 41

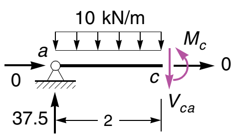
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

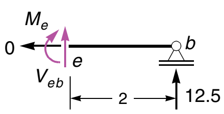
$$\sum M_{(a)} = 0:\ -10\cdot 5^2/2+B\cdot 10 = 0 \Rightarrow B = 12.5$$
$$\sum V = 0:\quad 10\cdot 5-12.5-A_v = 0 \Rightarrow A_v = 37.5$$
$$\sum H = 0:\quad A_h = 0$$

- Bereich $a-c$, Schnitt links von c



$$\sum M_{(c)} = 0:\ -37.5\cdot 2+10\cdot 2^2/2+M_c = 0 \Rightarrow M_c = 55$$
$$\sum V = 0:\quad -37.5+10\cdot 2+V_{ca} = 0 \quad \Rightarrow V_{ca} = -17.5$$

- Bereich $e-b$, Schnitt rechts von e



$$\sum M_{(e)} = 0:\quad 12.5\cdot 2-M_e = 0 \Rightarrow M_e = 25$$
$$\sum V = 0:\quad -12.5-V_{eb} = 0 \quad \Rightarrow V_{eb} = -12.5$$

- Querkräfte im Bereich $c-d$

$$V = \pm\frac{10\cdot 3}{2}+\frac{0-55}{3} = \pm 15-18.333$$

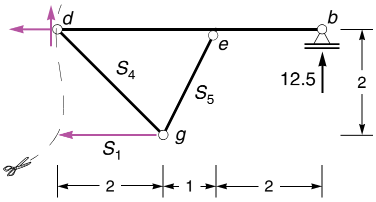
$$V_{cd} = 15-18.333 = -3.333$$

$$V_{dc} = -15-18.333 = -33.333$$

- Querkraft im Bereich $d-e$

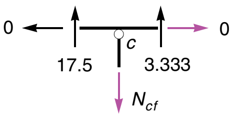
$$V_{de} = \frac{25-0}{3} = 8.333$$

- Ermittlung der Stabkraft S_1



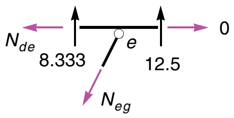
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 12.5 \cdot 5 - S_1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow S_1 = 31.25$$

- Schnitt um Punkt c



$$\sum V = 0: \quad N_{cf} - 17.5 - 3.333 = 0 \Rightarrow N_{cf} = 20.833$$

- Schnitt um Punkt e



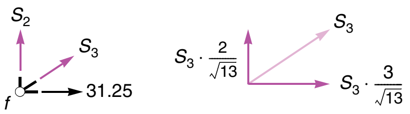
$$\sum V = 0: \quad N_{eg}^{v} - 8.333 - 12.5 = 0 \Rightarrow N_{eg}^{v} = 20.833$$

$$\frac{N_{eg}^{v}}{N_{eg}^{h}} = \frac{2}{1} \Rightarrow N_{eg}^{h} = \frac{1}{2} N_{eg}^{v} = \frac{1}{2} \cdot 20.833 = 10.417$$

$$N_{eg} = \sqrt{20.833^2 + 10.417^2} = 23.292$$

$$\sum H = 0: \quad -N_{de} - 10.417 = 0 \Rightarrow N_{de} = -10.417$$

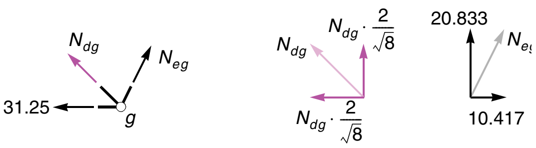
- Schnitt um Punkt f



$$\sum H = 0: \quad 31.25 + S_3 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow S_3 = -37.558$$

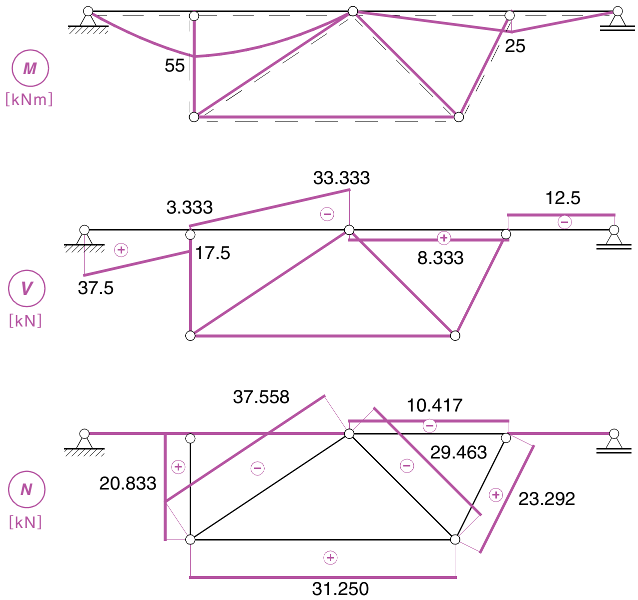
$$\sum V = 0: \quad 37.558 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - S_2 = 0 \Rightarrow S_2 = -20.833$$

- Schnitt um Punkt g



$$\sum V = 0: \quad -N_{dg} \cdot \frac{2}{\sqrt{8}} - 20.833 = 0 \Rightarrow N_{dg} = -29.463$$

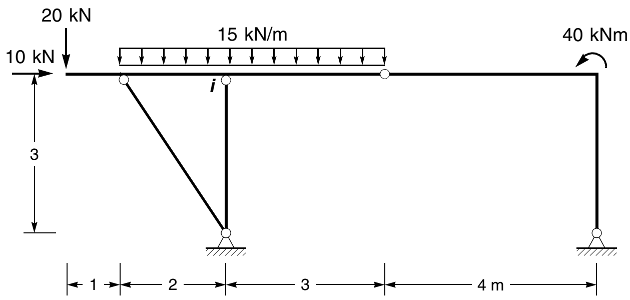
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 42

Ermitteln Sie für das dargestellte System das Biegemoment im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

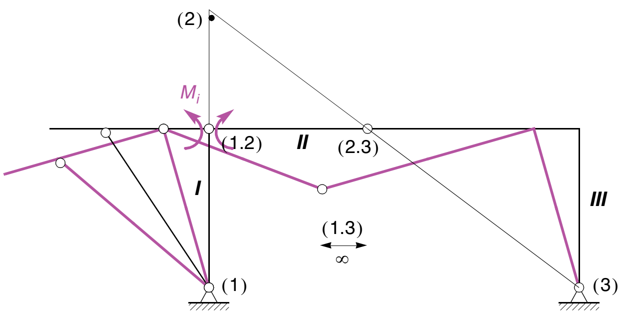
Einlegen eines Momentengelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße M_i.

- Erstellung des Polplans

(1), (3): [ ], (1.2), (2.3): Gelenk,

$$(2)\begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(3)-(2.3)\end{bmatrix}, \quad (1.3)\begin{bmatrix}(1)-(3)\\(1.2)-(2.3)\end{bmatrix}$$

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$$\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi\,,\ \varphi_2 = \frac{4}{3}\varphi$$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebung

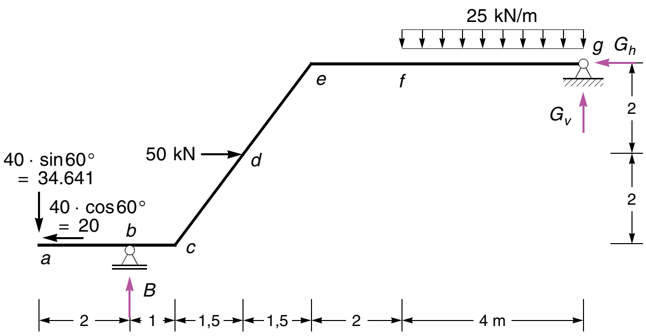
$$\sum \overline{W} = 0: \quad M_i \cdot \varphi + M_i \cdot \frac{4}{3}\varphi + 20 \cdot \varphi \cdot 3 - 10 \cdot \varphi \cdot 3 + 40 \cdot \varphi$$

$$+ 15 \cdot 2 \cdot \varphi \cdot 1 + 15 \cdot 3 \cdot \frac{4}{3}\varphi \cdot 1.5 = 0$$

$$\Rightarrow M_i = -81.429$$

Aufgabe 43

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



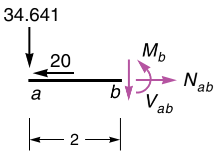
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(g)} = 0: \quad -B \cdot 10 + 34.641 \cdot 12 - 20 \cdot 4 + 50 \cdot 2 + 25 \cdot 4^2/2$$
$$+ 25 \cdot 4^2/2 = 0 \qquad \Rightarrow B = 63.569$$

$$\sum V = 0: \quad 34.641 + 25 \cdot 4 - 63.569 - G_v = 0 \Rightarrow G_v = 71.072$$

$$\sum H = 0: \quad -20 + 50 - G_h = 0 \qquad \Rightarrow G_h = 30$$

- Schnitt links von b, linkes Teilsystem

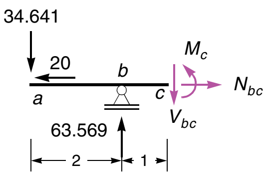


$$\sum M_{(b)} = 0: \quad 34.641 \cdot 2 + M_b = 0 \Rightarrow M_b = -69.282$$

$$\sum V = 0: \quad 34.641 + V_{ab} = 0 \quad \Rightarrow V_{ab} = -34.641$$

$$\sum H = 0: \quad -20 + N_{ab} = 0 \quad \Rightarrow N_{ab} = 20$$

- Schnitt links von c, linkes Teilsystem

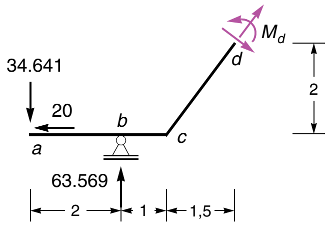


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 34.641 \cdot 3 - 63.569 \cdot 1 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = -40.354$$

$$\sum V = 0: \quad 34.641 - 63.569 + V_{ab} = 0 \qquad \Rightarrow V_{ab} = 28.928$$

$$\sum H = 0: \quad -20 + N_{ab} = 0 \qquad \Rightarrow N_{ab} = 20$$

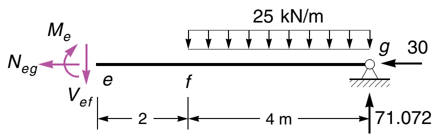
- Schnitt links von d, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 34.641 \cdot 4.5 - 63.569 \cdot 2.5 - 20 \cdot 2 + M_d = 0$$

$$\Rightarrow M_d = 43.038$$

- Schnitt rechts von e, rechtes Teilsystem

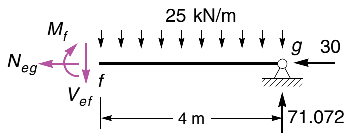


$$\sum M_{(e)} = 0: \quad 71.072 \cdot 6 - 25 \cdot 4 \cdot 4 - M_e = 0 \Rightarrow M_e = 26.432$$

$$\sum V = 0: \quad -71.072 + 25 \cdot 4 + V_{ef} = 0 \qquad \Rightarrow V_{ef} = -28.928$$

$$\sum H = 0: \quad -30 - N_{eg} = 0 \qquad \Rightarrow N_{eg} = -30$$

- Schnitt im Punkt e, rechtes Teilsystem



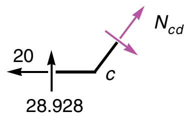
$$\sum M_{(f)} = 0: \quad 71.072 \cdot 4 - 25 \cdot 4^2/2 - M_f = 0 \Rightarrow M_f = 84.288$$

- Querkräfte im Bereich $c - e$

$$V_{cd} = \frac{43.038 - (-40.354)}{2.5} = 33.3568$$

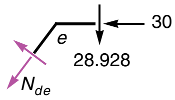
$$V_{de} = \frac{26.432 - 43.038}{2.5} = -6.6424$$

- Schnitt um Punkt c, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



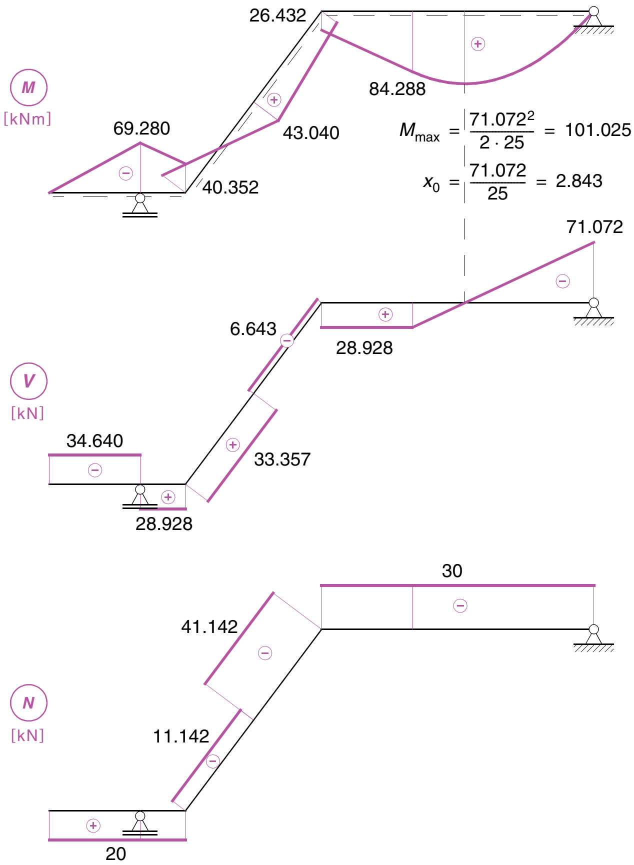
$$N_{cd} = 20 \cdot \frac{3}{5} - 28.928 \cdot \frac{4}{5} = -11.142$$

- Schnitt um Punkt e, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



$$N_{de} = -30 \cdot \frac{3}{5} - 28.928 \cdot \frac{4}{5} = -41.142$$

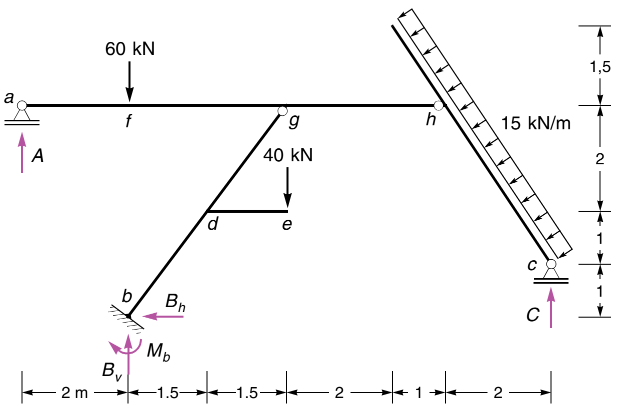
- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 44

Für das nachfolgend dargestellte System werden verlangt:

1. Nachweis der statischen Bestimmtheit sowie der Unverschieblichkeit mit Hilfe des Aufbauprinzips.
2. Ermittlung und Darstellung der Zustandslinien M, V und N infolge der angegebenen Belastung.



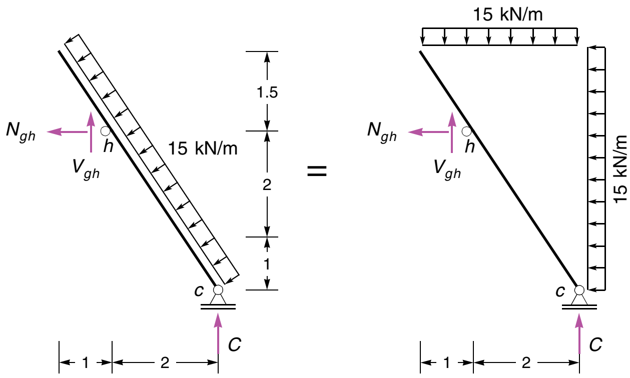
1.:

1. Kragarm (I) ist stat. best. und unversch. ⇒ Gelenk fest, 2-wertiges Lager für II

2. II an Kragarmspitze 2-wertig und links 1-wertig gelagert ⇒ Balken auf zwei Stützen

3. III am oberen Gelenk 2-wertig und unten 1-wertig gelagert ⇒ Balken auf zwei Stützen

- Schnitt links durch Gelenk h, rechtes Teilsystem

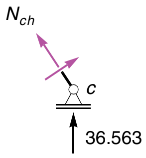


$$\sum M_{(h)} = 0: \quad -15 \cdot 3 \cdot 0.5 - 15 \cdot 4.5 \cdot 0.75 + C \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C = 36.563$$

$$\sum V = 0: \quad 15 \cdot 3 - 36.563 - V_{gh} = 0 \Rightarrow V_{gh} = 8.437$$

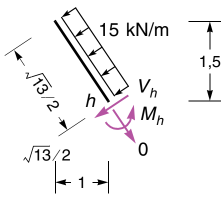
$$\sum H = 0: \quad -15 \cdot 4.5 - N_{gh} = 0 \quad \Rightarrow N_{gh} = -67.5$$

- Schnitt am Auflager c, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



$$N_{ch} = -36.563 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = -30.422$$

- Schnitt oberhalb von h, oberes Teilsystem



$$\sum M_{(h)} = 0: \quad 15 \cdot (\sqrt{13}/2)^2/2 + M_h = 0 \Rightarrow M_h = -24.375$$

$$\sum F_{\perp} = 0: \quad 15 \cdot \sqrt{13}/2 + V_{h,o} = 0 \quad \Rightarrow V_{h,o} = -27.042$$

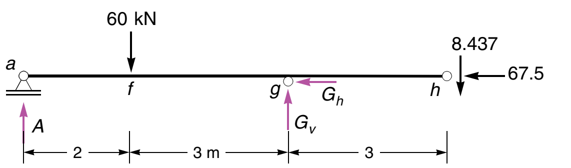
- Querkräfte im Bereich $h-c$

$$V = \pm\frac{15 \cdot \sqrt{13}}{2} + \frac{0-(-24.381)}{\sqrt{13}} = \pm 27.042 + 6.762$$

$$V_{hc} = 27.042 - 6.762 = 20.280$$

$$V_{ch} = -27.042 - 6.762 = -33.804$$

- Bereich $a-h$

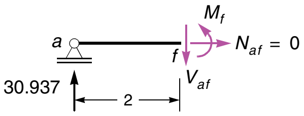


$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -60 \cdot 2 - 8.437 \cdot 8 + G_v \cdot 5 = 0 \Rightarrow G_v = 37.5$$

$$\sum V = 0: \quad 60 - 37.5 + 8.437 - A = 0 \quad \Rightarrow A = 30.937$$

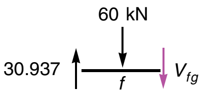
$$\sum H = 0: \quad 67.5 - G_h = 0 \quad \Rightarrow G_h = -67.5$$

- Bereich $a-f$, Schnitt links von f



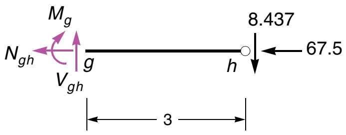
$$\sum M_{(f)} = 0: \quad -30.937 \cdot 2 + M_f = 0 \Rightarrow M_f = 61.874$$
$$\sum V = 0: \quad -30.937 + V_{af} = 0 \quad \Rightarrow V_{af} = 30.937$$

- Schnitt um Punkt f (nur Vertikalkräfte dargestellt)



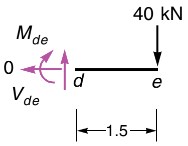
$$\sum V = 0: \quad -30.937 + 60 + V_{fg} = 0 \Rightarrow V_{fg} = -29.063$$

- Bereich $g-h$, Schnitt rechts von g



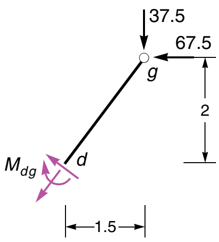
$$\sum M_{(g)} = 0: \quad -8.437 \cdot 3 - M_g = 0 \Rightarrow M_g = -25.311$$
$$\sum V = 0: \quad 8.437 - V_{gh} = 0 \quad \Rightarrow V_{gh} = 8.437$$
$$\sum H = 0: \quad -67.5 - N_{gh} = 0 \quad \Rightarrow N_{gh} = -67.5$$

- Bereich $d-e$



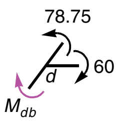
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -40 \cdot 1.5 - M_{de} = 0 \Rightarrow M_{de} = -60$$
$$\sum V = 0: \quad 40 - V_{de} = 0 \quad \Rightarrow V_{de} = 40$$

- Bereich $g-h$, Schnitt oberhalb von d



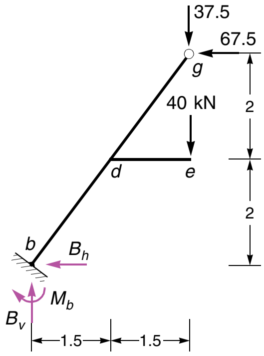
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -37.5 \cdot 1.5 + 67.5 \cdot 2 - M_{dg} = 0 \Rightarrow M_{dg} = 78.75$$

- Schnitt um Punkt d



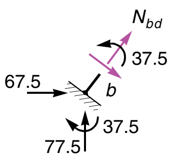
$$\sum M_{(d)} = 0: \quad 78.75 - 60 - M_{db} = 0 \Rightarrow M_{db} = 18.75$$

- Schnitt unterhalb von g, unteres Teilsystem



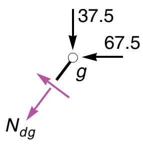
$$\sum M_{(b)} = 0: \; -M_b - 40 \cdot 3 - 37.5 \cdot 3 - 67.5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_b = 37.5$$
$$\sum V = 0: \quad -B_v + 37.5 + 40 = 0 \qquad \Rightarrow B_v = 77.5$$
$$\sum H = 0: \quad -B_h - 67.5 = 0 \qquad \Rightarrow B_h = -67.5$$

- Schnitt am Auflager b, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



$$N_{bd} = -67.5 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{6.25}} - 77.5 \cdot \frac{2}{\sqrt{6.25}} = -102.5$$

- Schnitt um Punkt g, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



$$N_{dg} = -67.5 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{6.25}} - 37.5 \cdot \frac{2}{\sqrt{6.25}} = -70.5$$

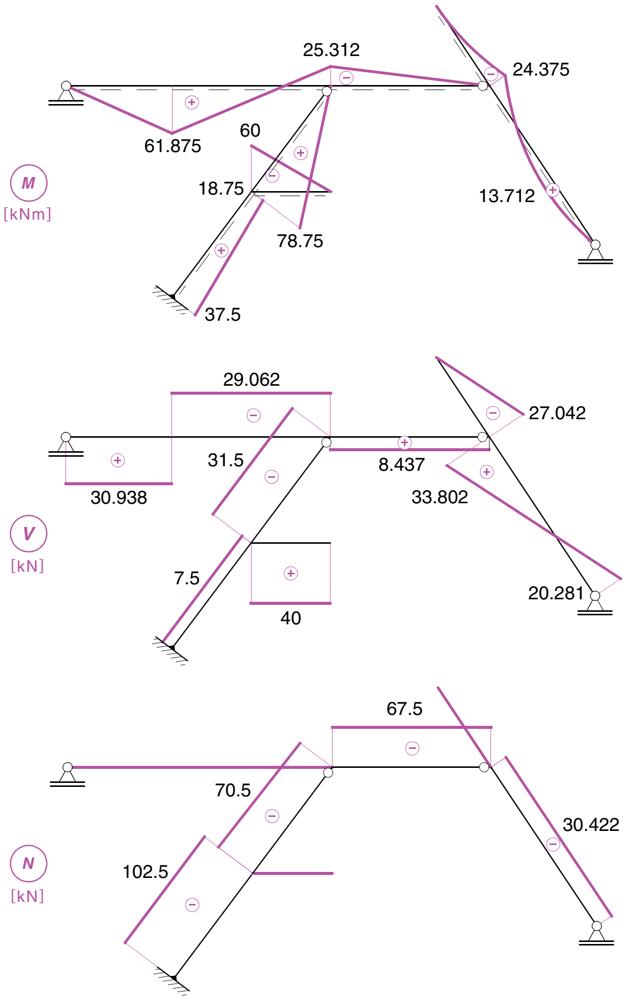
- Querkräfte im Bereich $b-g$

$$V_{bd} = \frac{18.75 - 37.5}{\sqrt{6.25}} = -7.5$$
$$V_{dg} = \frac{0 - 78.75}{\sqrt{6.25}} = -31.5$$

- Maximales positives Moment im Stab $h-c$ an der Stelle x_0

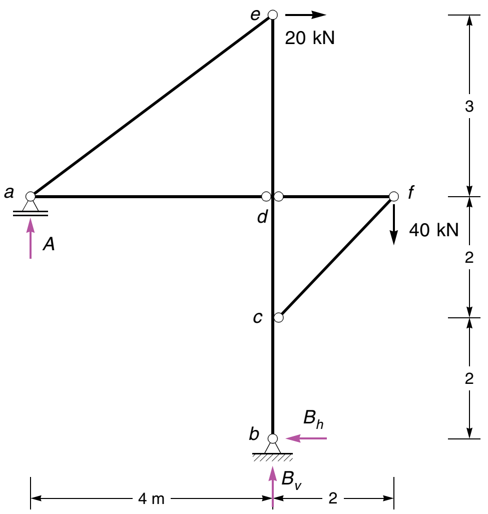
$$M_{\max} = \frac{20.280^2}{2 \cdot 15} = 13.709$$
$$x_0 = \frac{20.280}{15} = 1.352$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 45

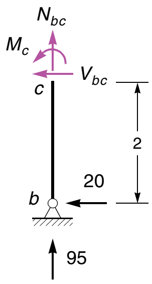
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

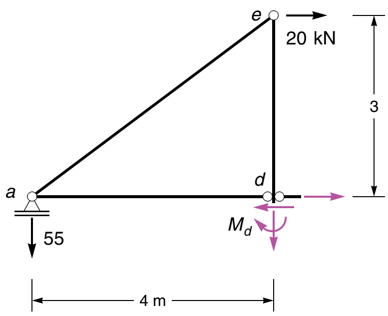
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -40 \cdot 2 - 20 \cdot 7 - A \cdot 4 = 0 \Rightarrow A = -55$$
$$\sum V = 0: \quad 40 + 55 - B_v = 0 \quad \Rightarrow B_v = 95$$
$$\sum H = 0: \quad 20 - B_h = 0 \quad \Rightarrow B_h = 20$$

- Schnitt unterhalb von *c*, unteres Teilsystem



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -20 \cdot 2 + M_c = 0 \Rightarrow M_c = 40$$
$$\sum V = 0: \quad -95 - N_{bc} = 0 \quad \Rightarrow N_{bc} = -95$$
$$\sum H = 0: \quad -20 - V_{bc} = 0 \quad \Rightarrow V_{bc} = -20$$

- Schnitt im Punkt *d*, oberes Teilsystem

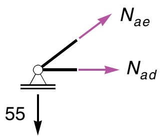


$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -20 \cdot 3 + 55 \cdot 4 - M_d = 0 \Rightarrow M_d = 160$$

- Querkräfte im Bereich $c - d - e$

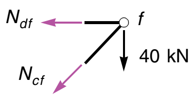
$$V_{cd} = \frac{160 - 40}{2} = 60$$
$$V_{de} = \frac{0 - 160}{3} = -53.333$$

- Schnitt um Punkt *a*



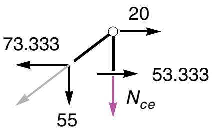
$$\sum V = 0: \quad -55 + N_{ae}^v = 0 \Rightarrow N_{ae}^v = 55$$
$$\Rightarrow N_{ae}^h = \frac{4}{3} N_{ae}^v = \frac{4}{3} \cdot 55 = 73.333$$
$$\Rightarrow N_{ae} = \sqrt{55^2 + 73.333^2} = 91.667$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ad} + N_{ae}^h = 0 \Rightarrow N_{ad} = -N_{ae}^h = -73.333$$

- Schnitt um Punkt *f*



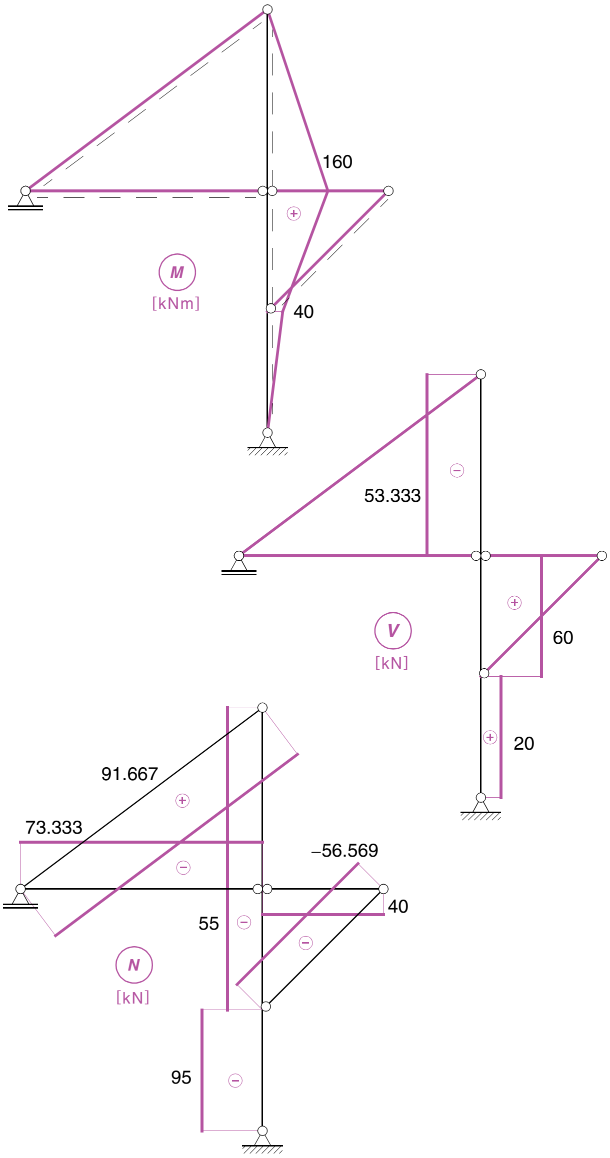
$$\sum V = 0: \quad 40 + N_{cf}^v = 0 \Rightarrow N_{cf}^v = -40$$
$$\Rightarrow N_{cf}^h = N_{cf}^v = -40 \Rightarrow N_{cf} = -40 \cdot \sqrt{2} = -56.568542$$
$$\sum H = 0: \quad -N_{df} - N_{cf}^h = 0 \Rightarrow N_{df} = -N_{cf}^h = 40$$

- Schnitt um Punkt *e*

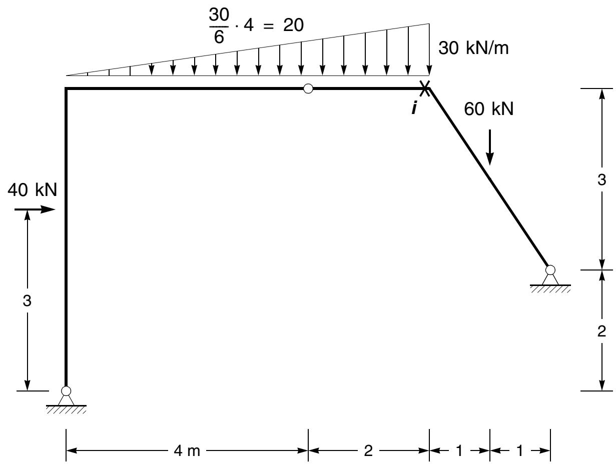


$\sum V = 0: \quad 55 + N_{ce} = 0 \Rightarrow N_{ce} = -55$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 46



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

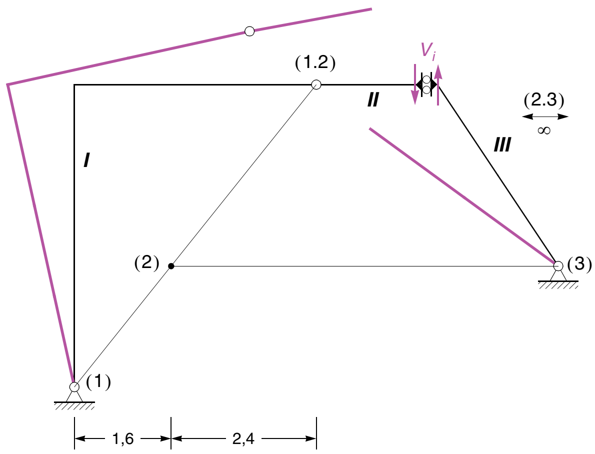
Einlegen eines Querkraftgelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße V_i.

- Erstellung des Polplans

(1), (3): [ ], (1.2): Gelenk, (2.3) [∞]

$$(2)\begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(3)-(2.3)\end{bmatrix}$$

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$\varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$

$\varphi_1 = \frac{3}{5}\varphi$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

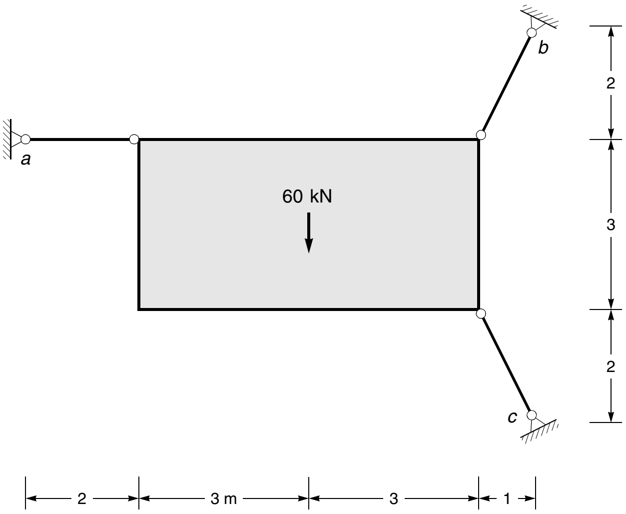
$$\sum \overline{W} = 0: \; -V_i \cdot \varphi \cdot 4.4 - V_i \cdot \varphi \cdot 2 - 40 \cdot \frac{3}{5}\varphi \cdot 3 + 60 \cdot \varphi \cdot 1$$

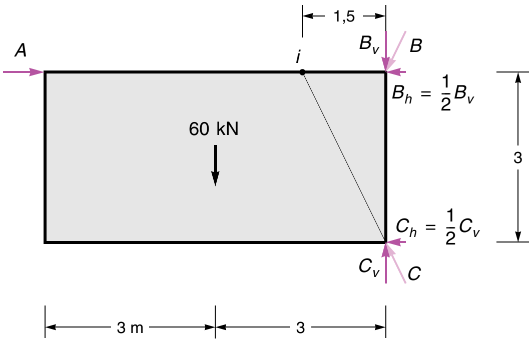
$$-20 \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{5}\varphi \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 - 20 \cdot 2 \cdot \varphi \cdot 3.4 - 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot \varphi \cdot \left(2.4 + \frac{2}{3} \cdot 2\right) = 0$$

$$\Rightarrow V_i = -38.958333$$

Aufgabe 47

Die dargestellte Wandscheibe ist durch Pendelstäbe dreiwertig gelagert. Ermitteln Sie die Lagerkräfte in den Pendelstäben infolge der angegebenen Belastung.





$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -\frac{1}{2}C_v \cdot 3 + 60 \cdot 3 = 0 \Rightarrow C_v = 120$$

$$\Rightarrow C_h = \frac{1}{2}C_v = 60 \Rightarrow C = \sqrt{60^2 + 120^2} = 134.164$$

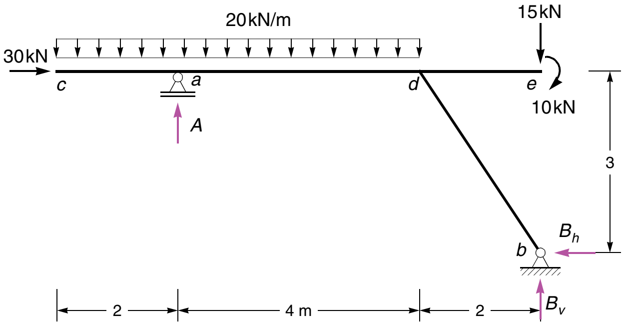
$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -B_v \cdot 1.5 + 60 \cdot 1.5 = 0 \Rightarrow B_v = 60$$

$$\Rightarrow B_h = \frac{1}{2}B_v = 30 \Rightarrow B = \sqrt{30^2 + 60^2} = 67.082$$

$$\sum H = 0: \quad -60 - 30 + A = 0 \Rightarrow A = 90$$

Aufgabe 48

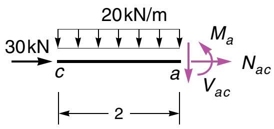
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln und darzustellen. Charakteristische Merkmale der Funktionsverläufe sind deutlich zu kennzeichnen. Ermitteln Sie eventuelle Extremalwerte der Funktionsverläufe



- Auflagerkräfte

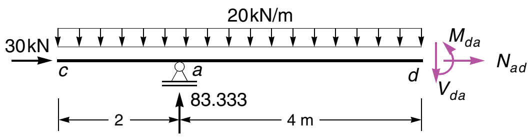
$$\sum M_{(b)} = 0: \; -A \cdot 6 + 20 \cdot 6 \cdot 5 - 10 - 30 \cdot 3 = 0 \Rightarrow A = 83.333$$
$$\sum V = 0: \quad 20 \cdot 6 + 15 - 83.333 - B_v = 0 \quad \Rightarrow B_v = 51.667$$
$$\sum H = 0: \quad 30 - B_h = 0 \quad \Rightarrow B_h = 30$$

- Bereich $c - a$, Schnitt links von a



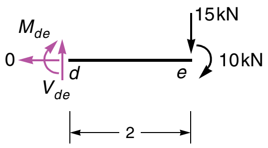
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad M_a + 20 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_a = -40$$
$$\sum V = 0: \quad V_{ac} + 20 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow V_{ac} = 40$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ac} + 30 = 0 \quad \Rightarrow N_{ac} = -30$$

- Schnitt links von c, linkes Teilsystem



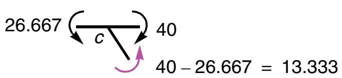
$$\sum M_{(d)} = 0: \; M_{da} + 20 \cdot 6^2/2 - 83.333 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_{da} = -26.667$$
$$\sum V = 0: \quad V_{da} + 20 \cdot 6 - 83.333 = 0 \quad \Rightarrow V_{da} = -36.667$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ad} + 30 = 0 \quad \Rightarrow N_{ad} = -30$$

- Bereich $d - e$, Schnitt rechts von d



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -M_{de} - 15 \cdot 2 - 10 = 0 \Rightarrow M_{de} = -40$$
$$\sum V = 0: \quad V_{de} - 15 = 0 \quad \Rightarrow V_{de} = 15$$

- Rundschnitt Knoten c, Kräfte nicht dargestellt



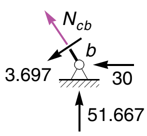
- Querkräfte im Bereich $a - d$

$$V = \pm\frac{20 \cdot 4}{2} + \frac{-26.667 - (-40)}{4} = \pm 40 + 3.333$$
$$V_{ad} = 40 + 3.333 = 43.333$$
$$V_{da} = -40 + 3.333 = -36.667$$

- Querkräfte im Bereich $d - b$

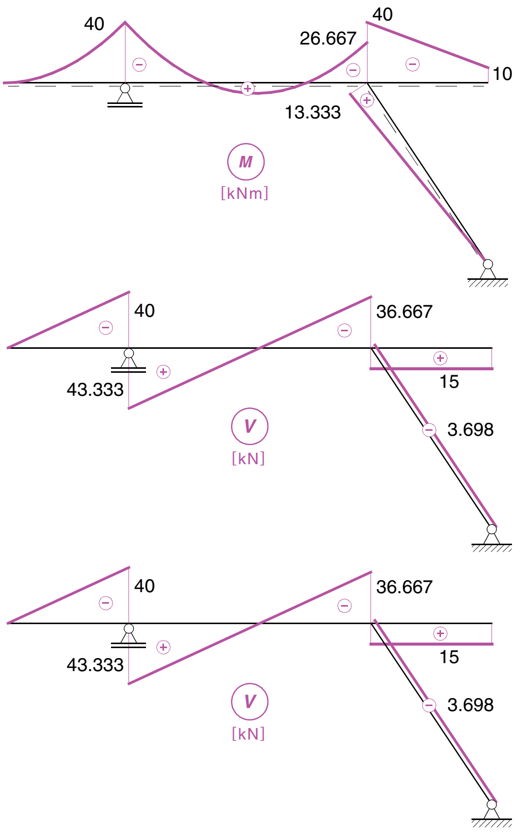
$$V_{db} = \frac{0 - 13.333}{\sqrt{13}} = -3.697$$

- Rundschnitt Knoten b, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



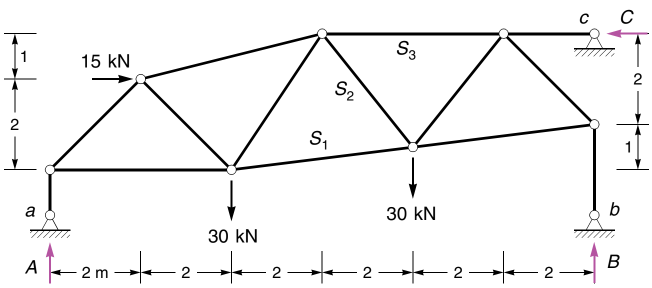
$$N_{cb} = -51.667 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} - 30 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -59.631$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 49

Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_3 zu ermitteln.



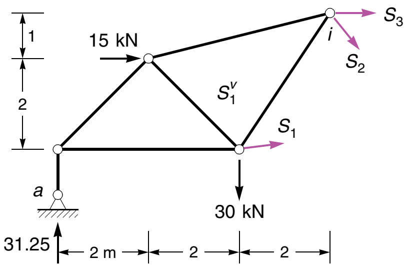
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(c)} = 0: \quad -A \cdot 12 + 15 \cdot 1 + 30 \cdot (4+8) = 0 \Rightarrow A = 31.25$$

$$\sum V = 0: \quad 30 + 30 - 31.25 - B = 0 \Rightarrow B = 28.75$$

$$\sum H = 0: \quad 15 - C = 0 \Rightarrow C = 15$$

- Berechnung von S_1, Schnitt durch S_1, S_2, S_3, linkes Teilsystem



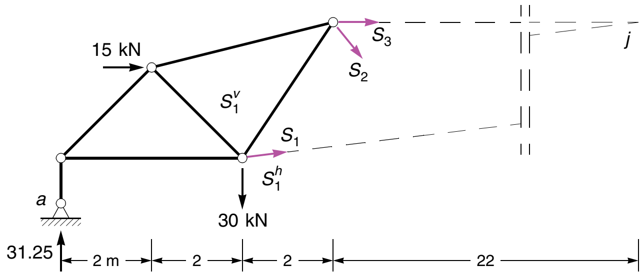
$$\frac{S_1^v}{S_1^h} = \frac{1}{8} \Rightarrow S_1^h = 8 S_1^v$$

$$\sum M_{(i)} = 0 \qquad 8 S_1^v \cdot 3 - S_1^v \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 15 \cdot 1 - 31.25 \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow S_1^v = -5.114 \Rightarrow S_1^h = 8 \cdot 5.114 = 40.909$$

$$S_1 = \sqrt{40.909^2 + 5.114^2} = 41.227$$

- Berechnung von S_2, Schnitt durch S_1, S_2, S_3, linkes Teilsystem



$$\frac{S_2^v}{S_2^h} = \frac{5}{4} \Rightarrow S_2^h = \frac{4}{5} S_2^v$$

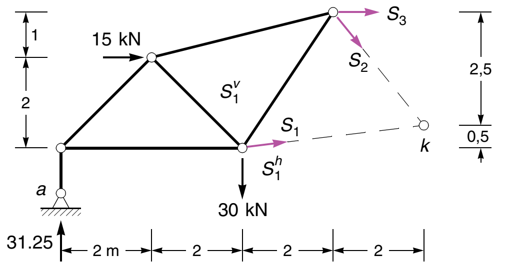
$$\sum M_{(j)} = 0 \qquad S_2^v \cdot 22 + 15 \cdot 1 + 30 \cdot 24 - 31.25 \cdot 28 = 0$$

$$\Rightarrow S_2^v = 6.364$$

$$S_2^h = \frac{4}{5} \cdot 6.364 = 5.091$$

$$S_2 = \sqrt{5.091^2 + 6.364^2} = 8.149$$

- Berechnung von S_3, Schnitt durch S_1, S_2, S_3, linkes Teilsystem

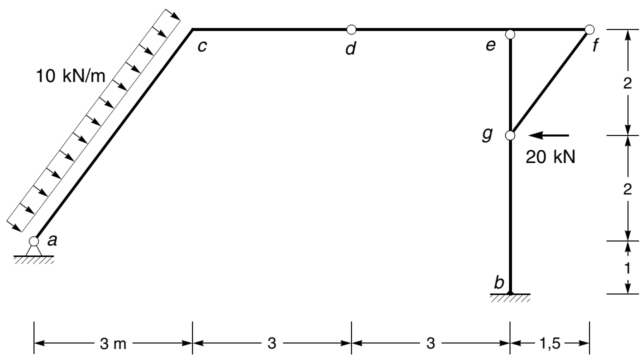


$$\sum M_{(k)} = 0 \qquad -S_3 \cdot 2.5 + 30 \cdot 4 - 15 \cdot 1.5 - 31.25 \cdot 8 = 0$$

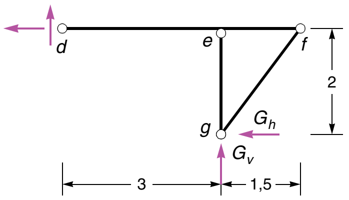
$$\Rightarrow S_3 = -61$$

Aufgabe 50

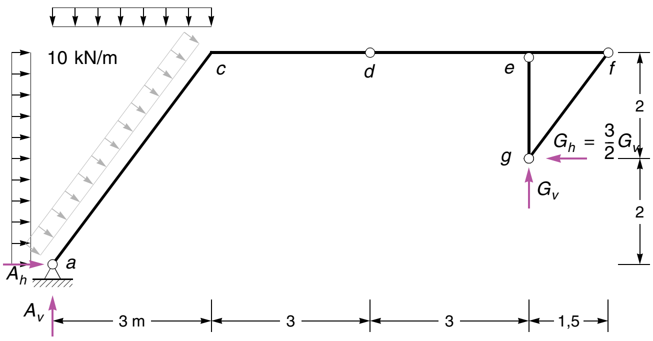
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Schnitt durch Gelenkpunkt *d*. rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad G_v \cdot 3 - G_h \cdot 2 = 0 \Rightarrow G_h = \frac{3}{2} G_v$$



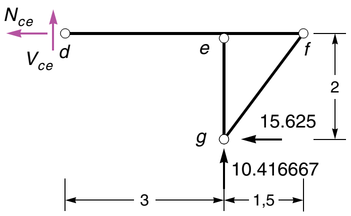
- Auflagerreaktionen

$$\sum M_{(a)} = 0: \; G_v \cdot 9 + \frac{3}{2} G_v \cdot 2 - 10 \cdot 5^2/2 = 0 \Rightarrow G_v = 10.417$$

$$\Rightarrow G_h = \frac{3}{2} \cdot 10.417 = 15.625$$

$$\sum V = 0: \quad 10 \cdot 3 - 10.417 - A_v = 0 \qquad \Rightarrow A_v = 19.583$$

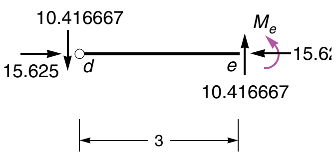
$$\sum H = 0: \quad 10 \cdot 4 - 15.625 + A_h = 0 \qquad \Rightarrow A_h = -24.375$$



$$\sum V = 0: \quad -10.417 - V_{ce} = 0 \Rightarrow V_{ce} = -10.417$$

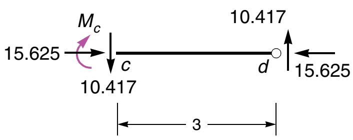
$$\sum H = 0: \quad -15.625 - N_{ce} = 0 \Rightarrow N_{ce} = -15.625$$

- Bereich $d - e$



$$\sum M_{(e)} = 0: \quad 10.417 \cdot 3 + M_e = 0 \Rightarrow M_e = -31.25$$

- Bereich $c - d$



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad 10.417 \cdot 3 - M_c = 0 \Rightarrow M_c = 31.25$$

- Querkräfte im Bereich $a - c$

$$V = \pm \frac{10 \cdot 5}{2} + \frac{31.25 - 0}{5} = \pm 25 + 6.25$$

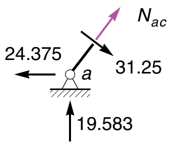
$$V_{ac} = 25 + 6.25 = 31.25$$

$$V_{ca} = -25 + 6.25 = -18.75$$

- Querkraft im Bereich $e - f$

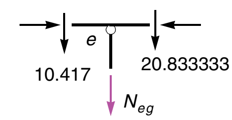
$$V_{ef} = \frac{0 - (-31.25)}{1.5} = 20.833$$

- Schnitt am Auflager *a*



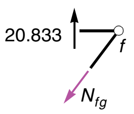
$$N_{ac} = 24.375 \cdot \frac{3}{5} - 19.583 \cdot \frac{4}{5} = -1.0417$$

- Schnitt um Punkt *e*



$$\sum V = 0: \quad 10.417 + 20.833 + N_{eg} = 0 \Rightarrow N_{eg} = -31.25$$

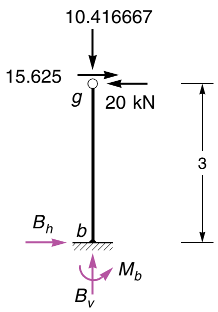
- Schnitt um Punkt *f*



$$\sum V = 0: \quad -20.833 + N_{fg}^v = 0 \Rightarrow N_{fg}^v = 20.833$$

$$\Rightarrow N_{fg} = 20.833 \cdot \frac{5}{4} = 26.0417$$

- Bereich $b - g$

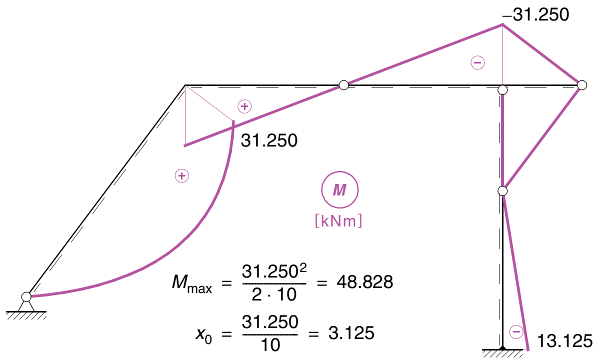


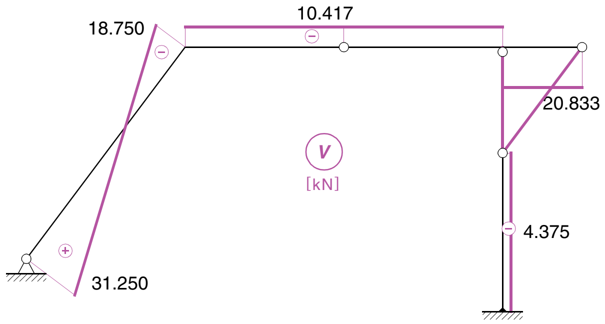
$$\sum M_{(b)} = 0: \; (20 - 15.625) \cdot 3 - M_b = 0 \qquad \Rightarrow M_b = 13.125$$

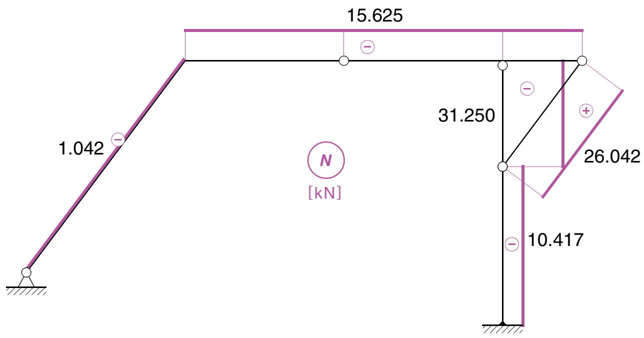
$$\sum V = 0: \quad 10.417 - B_v = 0 \qquad \Rightarrow B_v = -N_{bg} = 10.417$$

$$\sum H = 0: \quad 15.625 - 20 + B_h = 0 \Rightarrow B_h = -V_{bg} = 4.375$$

- Darstellung der Zustandslinien



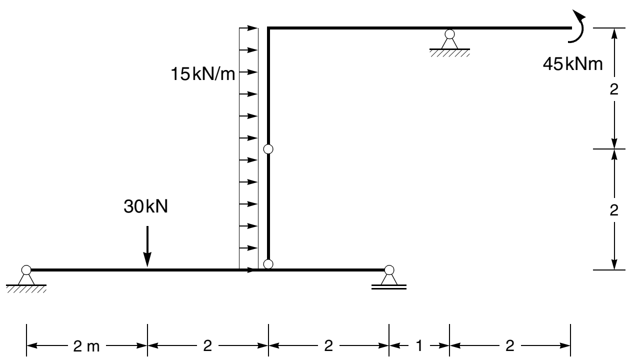




Aufgabe 51

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Auflagerkraft im Punkt c infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführung der Lagrangeschen Befreiung

Entfernen des Auflagers und Ansetzen von C als äußere Kraftgröße

- Polplanermittlung

(1), (3): [ ], (1.2), (2.3): Gelenk,

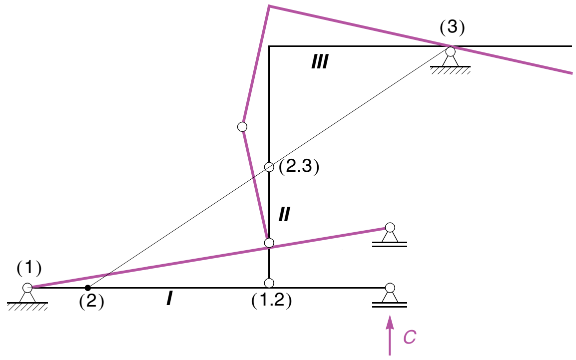
$$(2)\begin{bmatrix}(1)-(1.2)\\(3)-(2.3)\end{bmatrix}, \quad (1.3)\begin{bmatrix}(1)-(3)\\(1.2)-(2.3)\end{bmatrix}$$

- Winkelbeziehungen:

$$\varphi_1 = \varphi$$

$$\varphi_2 = \varphi \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}\varphi = \varphi_3$$

- Polplan und Verschiebungsfigur



- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

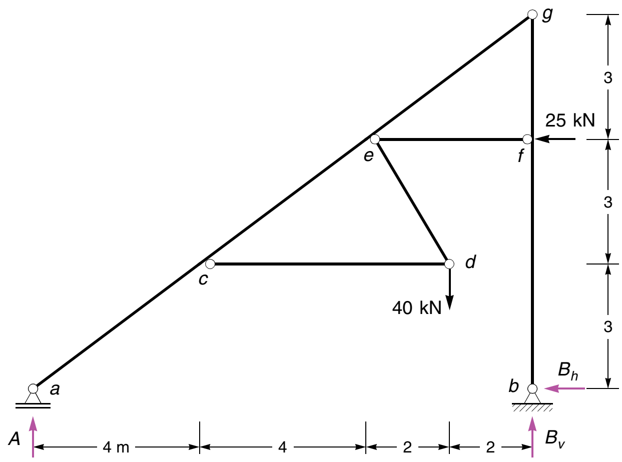
$$\sum \overline{W} = 0:$$

$$C \cdot \varphi \cdot 6 - 30 \cdot \varphi \cdot 2 - 15 \cdot 2 \cdot \frac{4}{3}\varphi \cdot 1 - 15 \cdot 2 \cdot \frac{4}{3}\varphi \cdot 1 - 45 \cdot \frac{4}{3}\varphi = 0$$

$$\Rightarrow C = 33.33$$

Aufgabe 52

Für das dargestellte System sind die Momentenlinie sowie die Normalkräfte infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln. Die Momentenlinie ist darzustellen.



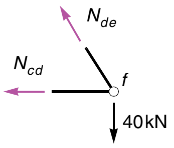
- Auflagerreaktionen

$$\sum M_{(a)} = 0: \quad -A \cdot 12 + 40 \cdot 2 + 25 \cdot 6 = 0 \Rightarrow A = 19.167$$

$$\sum V = 0: \quad 40 - 19.167 - B_v = 0 \quad \Rightarrow B_v = 20.833$$

$$\sum H = 0: \quad -25 - B_h = 0 \quad \Rightarrow B_h = -25$$

- Rundschnitt Knoten *d*

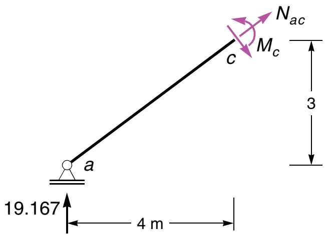


$$\sum V = 0: \quad 40 - N^v_{de} = 0 \Rightarrow N^v_{de} = 40 \Rightarrow N^h_{de} = 40 \cdot \frac{2}{3} = 26.667$$

$$\Rightarrow N_{de} = \sqrt{40^2 + 26.667^2} = 48.074$$

$$\sum H = 0: \quad -26.667 - N_{cd} = 0 \Rightarrow N_{cd} = -26.667$$

- Schnitt unter c, unteres Teilsytem

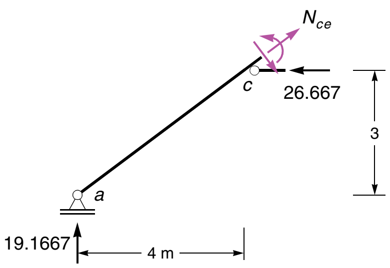


$$\sum M_{(c)} = 0: \quad M_c - 19.167 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_c = 76.667$$

Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

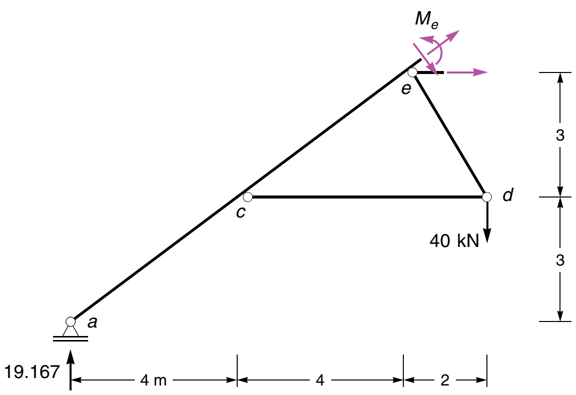
$$\sum F_{\parallel} = 0: \quad N_{ac} - 19.167 \cdot \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow N_{ac} = -11.5$$

- Schnitt über c, unteres Teilsytem



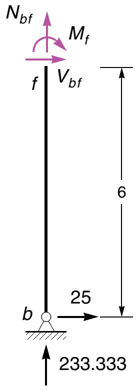
$$\sum F_{\parallel} = 0: \quad N_{ce} + 19.1667 \cdot \frac{3}{5} - 26.667 \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow N_{ce} = -9.833$$

- Schnitt unter *d*, unteres Teilsystem



$$\sum M_{(e)} = 0: \quad M_e - 19.167 \cdot 8 - 40 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = 233.333$$

- Schnitt unter *g*, unteres Teilsystem



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad -M_f + 25 \cdot 6 = 0 \Rightarrow M_f = 150$$

$$\sum V = 0: \quad V_{bf} + 25 = 0 \Rightarrow V_{bf} = -25$$

$$\sum H = 0: \quad -N_{bf} - 20.833 = 0 \Rightarrow N_{bf} = -20.833$$

- Querkraft im Bereich $f - g$

$$V_{fg} = \frac{150 - 0}{3} = 50$$

- Querkraft im Bereich $a - c$

$$V_{ac} = \frac{76.667 - 0}{5} = 15.333$$

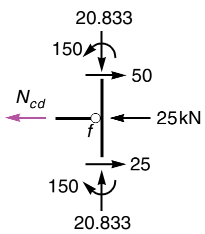
- Querkraft im Bereich $c - e$

$$V_{ce} = \frac{233.33333 - 76.667}{5} = 31.333$$

- Querkraft im Bereich $e - g$

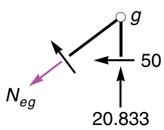
$$V_{eg} = \frac{0 - 233.33333}{5} = -46.666667$$

- Rundschnitt Knoten *f*



$$\sum H = 0: \quad -N_{ef} - 25 + 25 + 50 = 0 \Rightarrow N_{ef} = 50$$

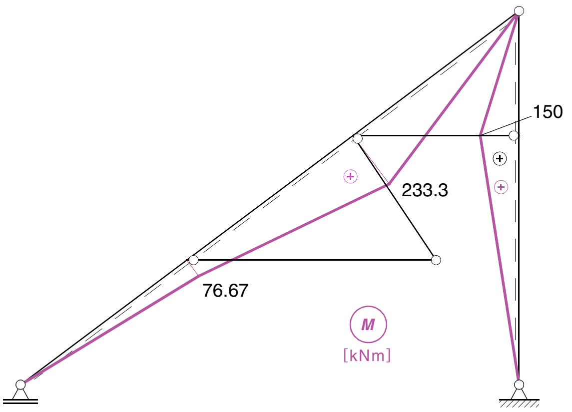
- Rundschnitt Knoten g

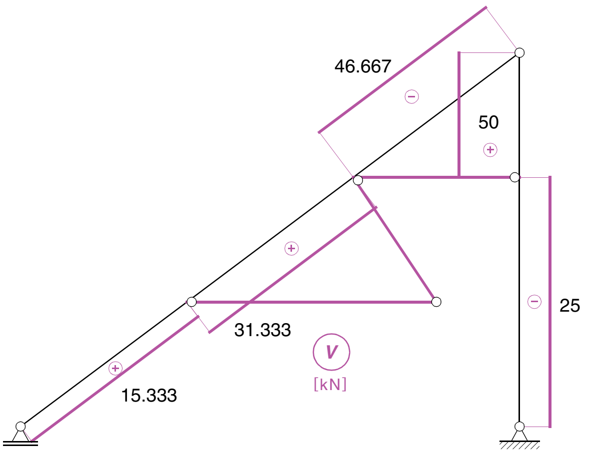


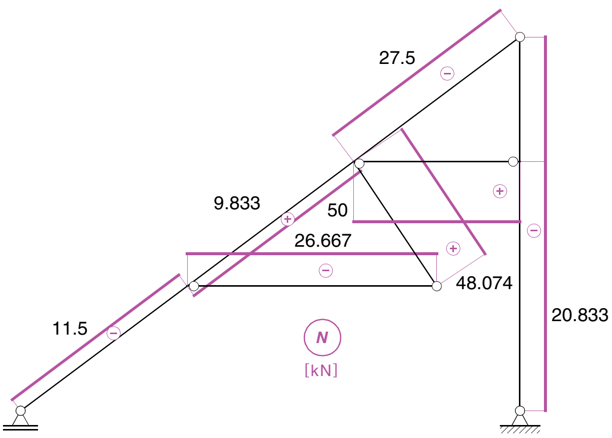
Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

$$\sum F_{\parallel} = 0: \quad -N_{eg} - 50 \cdot \frac{4}{5} + 20.833 \cdot \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow N_{eg} = -27.5$$

- Darstellung der Zustandslinien

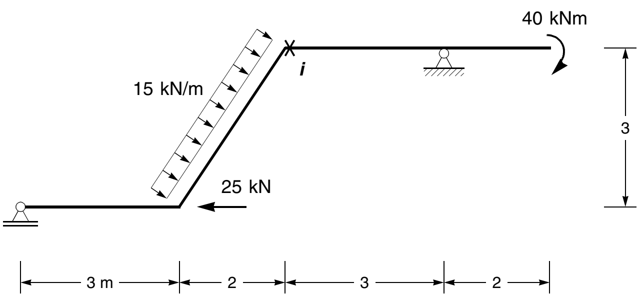






Aufgabe 53

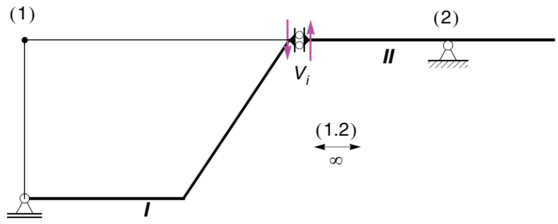
Ermitteln Sie für das dargestellte System die Querkraft im Punkt i mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen.

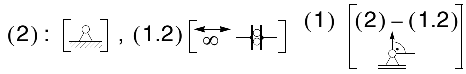


- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

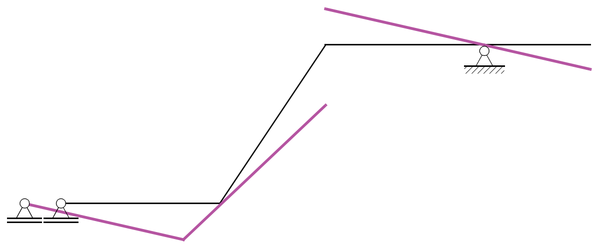
Einlegen eines Querkraftgelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße V_i.

- Erstellung des Polplans





- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

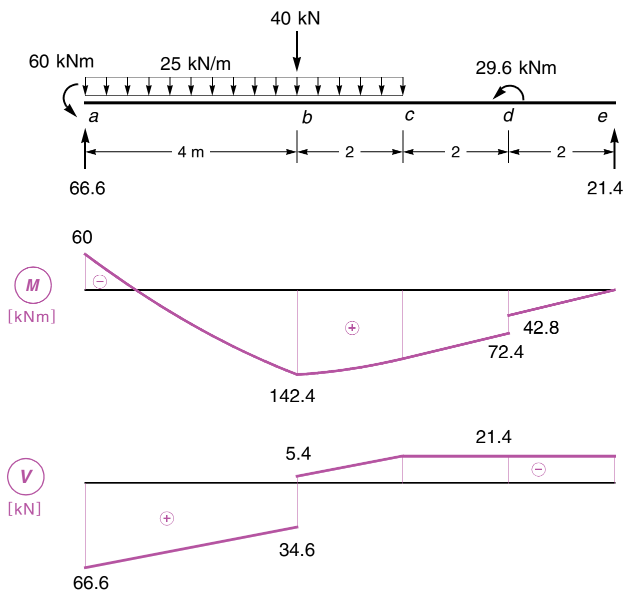
$\varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

$$\sum \overline{W} = 0: \quad V_i \cdot \varphi \cdot 5 + V_i \cdot \varphi \cdot 3 + 25 \cdot \varphi \cdot 3 - 15 \cdot 3 \cdot \varphi \cdot 1.5$$
$$+ 15 \cdot 2 \cdot \varphi \cdot 4 + 40 \cdot \varphi = 0$$
$$\Rightarrow V_i = -20.9375$$

Aufgabe 54

Für den dargestellten Balken sind die Zustandslinien M und V angegeben. Ergänzen Sie alle auf den Balken einwirkenden Belastungen.



- Streckenlasten

Im Bereich der geradlinig verlaufenden Querkraftlinie ist die Streckenlast konstant und folgt aus der Steigung mit:

$$\frac{66.6-34.6}{4} = \frac{21.4-5.4}{2} = 8 \text{ kN/m}$$

- Einzelkräfte

Sprünge in der Querkraftlinie entsprechen den angreifenden Eizelkräften bzw den Auflagerkräften. Die Richtung folgt aus dem Knick in der Momentenlinie nach der Gummibandanalogie.

$$A_v = 66.6$$
$$F_b = 34.6 + 5.4 = 40$$
$$E_v = 21.4$$

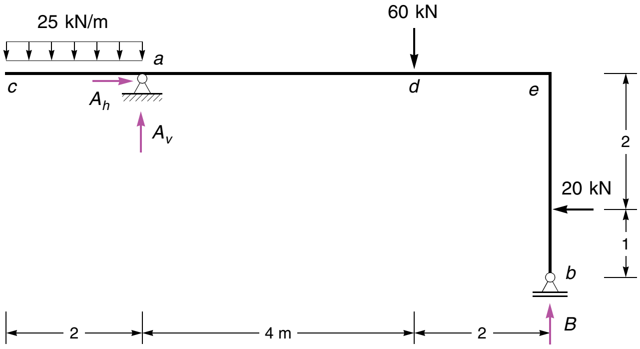
- Einzelmomente

Der Sprung in der Momentenlinie entspricht dem angreifenden Einzelmoment.

$$M_b = 72.4 - 42.8 = 29.6$$

Aufgabe 55

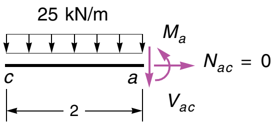
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

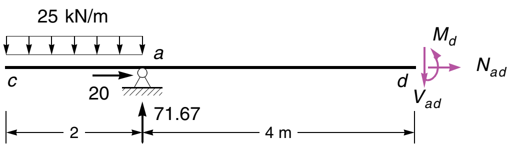
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad 25 \cdot 2^2/2 - 60 \cdot 4 - 20 \cdot 2 + B_v \cdot 6 = 0$$
$$\Rightarrow B_v = 38.33$$
$$\sum V = 0: \quad 25 \cdot 2 + 60 - 38.33 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = 71.67$$
$$\sum H = 0: \quad A_h - 20 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 20$$

- Schnitt links von *a*, linkes Teilsystem



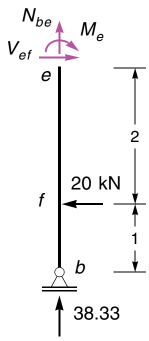
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad M_a + 25 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_a = -50$$
$$\sum V = 0: \quad V_{ac} + 25 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow V_{ac} = -50$$

- Schnitt links von *d*, linkes Teilsystem



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad M_d + 25 \cdot 2 \cdot 5 - 71.67 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_d = -36.667$$
$$\sum V = 0: \quad V_{ad} + 25 \cdot 2 - 71.67 = 0 \quad \Rightarrow V_{ad} = 21.67$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ad} + 20 = 0 \quad \Rightarrow N_{ad} = -20$$

- Schnitt unterhalb von *e*, unteres Teilsystem

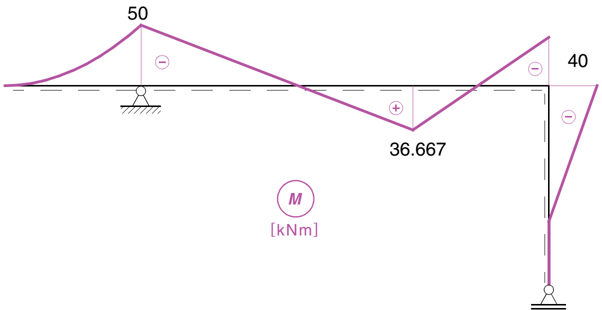


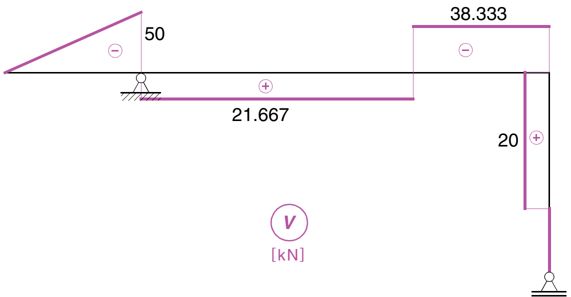
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -M_e - 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = -40$$
$$\sum V = 0: \quad -N_{be} - 38.33 = 0 \Rightarrow N_{be} = -38.33$$
$$\sum H = 0: \quad V_{ef} - 20 = 0 \quad \Rightarrow V_{ef} = 20$$

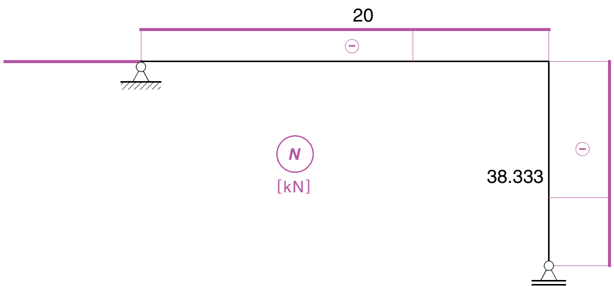
- Querkraft im Bereich $d-e$

$$V_{ef} = \frac{-40-36.667}{2} = -38.333$$

- Darstellung der Zustandslinien

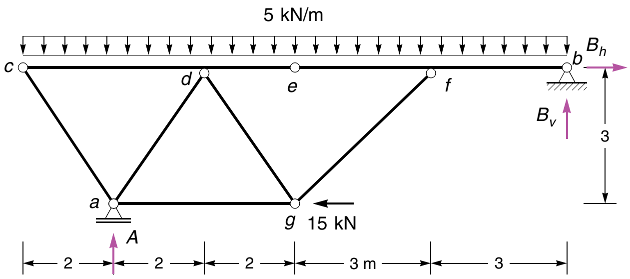






Aufgabe 56

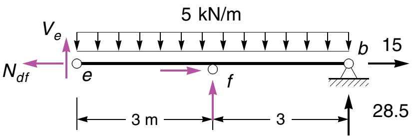
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

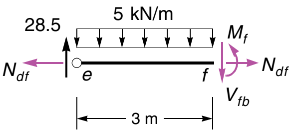
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad A \cdot 10 + 5 \cdot 12^2/2 - 15 \cdot 3 = 0 \Rightarrow A = 31.5$$
$$\sum V = 0: \quad -B_v - 31.5 + 5 \cdot 12 = 0 \qquad \Rightarrow B_v = 28.5$$
$$\sum H = 0: \quad B_h - 15 = 0 \qquad \Rightarrow B_h = 15$$

- Ermittlung der Querkraft im Gelenkpunkt *e*



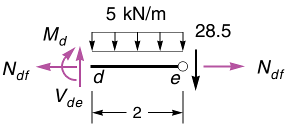
$$\sum M_{(f)} = 0: \quad -V_e \cdot 3 + 28.5 \cdot 3 = 0 \ \Rightarrow V_e = 28.5$$

- Bereich $e-f$



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad M_f + 5 \cdot 3^2/2 - 28.5 \cdot 3 = 0 \ \Rightarrow M_f = 63$$

- Bereich $d-e$



$$\sum M_{(d)} = 0: \quad -M_d - 5 \cdot 2^2/2 - 28.5 \cdot 2 = 0 \ \Rightarrow M_d = -67$$

- Querkräfte im Bereich $c-d$

$$V = \pm\frac{5 \cdot 4}{2} + \frac{-67-0}{4} = \pm 10 - 16.75$$
$$V_{cd} = 10 - 16.75 = -6.75$$
$$V_{dc} = -10 - 16.75 = -26.75$$

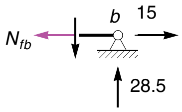
- Querkräfte im Bereich $d-f$

$$V = \pm\frac{5 \cdot 5}{2} + \frac{63-(-67)}{5} = \pm 12.5 + 26$$
$$V_{df} = 12.5 + 26 = 38.5$$
$$V_{fd} = -12.5 + 26 = 13.5$$

- Querkräfte im Bereich $f-b$

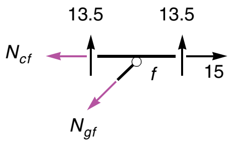
$$V = \pm\frac{5 \cdot 3}{2} + \frac{0-63}{3} = \pm 7.5 - 21$$
$$V_{fb} = 7.5 - 21 = -13.5$$
$$V_{bf} = -7.5 - 21 = -28.5$$

- Rundschnitt Knoten *b*



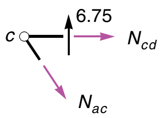
$$\sum H = 0: \quad -N_{fb} + 15 = 0 \Rightarrow N_{fb} = 15$$

- Rundschnitt Knoten *f*



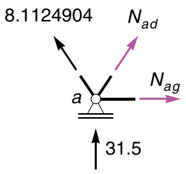
$$\sum V = 0: \quad N_{gf}^v - 13.5 - 13.5 = 0 \Rightarrow N_{gf}^v = 27$$
$$N_{gf}^h = N_{gf}^v = 27 \Rightarrow N_{gf} = 27 \cdot \sqrt{2} = 38.184$$
$$\sum H = 0: \quad -N_{cf} + 15 - 27 + N_{cf} = 0 \Rightarrow N_{cf} = -12$$

- Rundschnitt Knoten *c*



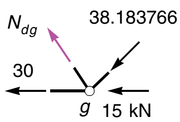
$$\sum V = 0: \quad N_{ac}^v - 6.75 = 0 \Rightarrow N_{ac}^v = 6.75$$
$$N_{ac}^h = \frac{2}{3}N_{ac}^v = \frac{2}{3} \cdot 6.75 = 4.5$$
$$N_{ac}^h = \sqrt{6.75^2 + 4.5^2} = 8.112$$
$$\sum H = 0: \quad N_{cd} + 4.5 + 0 \Rightarrow N_{cd} = -4.5$$

- Rundschnitt Knoten *a*



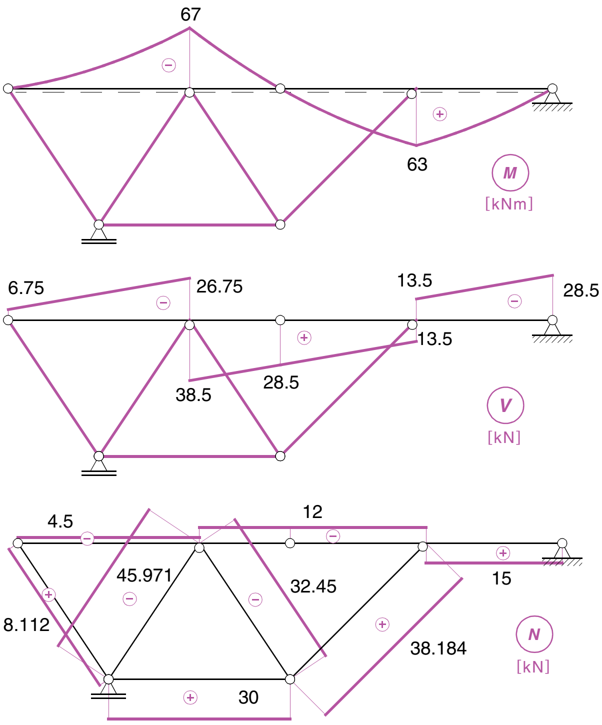
$$\sum V = 0: \quad N_{ac}^v + 6.75 + 31.5 = 0 \Rightarrow N_{ad}^v = -38.25$$
$$N_{ad}^h = \frac{2}{3}N_{ad}^v = \frac{2}{3} \cdot (-38.25) = -25.5$$
$$N_{ac} = -\sqrt{25.5^2 + 38.25^2} = -45.971$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ag} - 25.5 - 4.5 = 0 \Rightarrow N_{ag} = 30$$

- Rundschnitt Knoten *g*



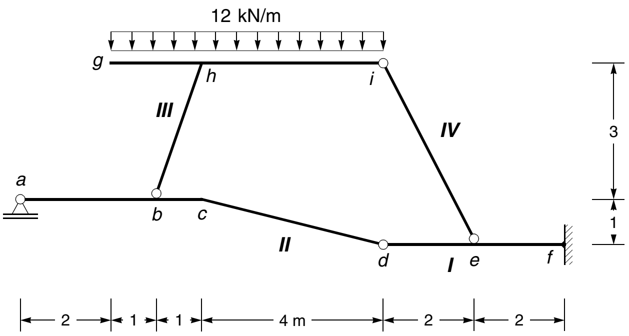
$$\sum V = 0: \quad -N_{dg}^v + 27 = 0 \Rightarrow N_{dg}^v = 27$$
$$N_{dg}^h = \frac{2}{3}N_{dg}^v = \frac{2}{3} \cdot 27 = 18$$
$$N_{dg} = \sqrt{18^2 + 27^2} = 32.450$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 57

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Nachweis der statischen Bestimmtheit und Unverschieblichkeit mit dem Aufbauprinzip

Scheibe I ist in f dreiwertig gelagert und bildet einen statisch bestimmten und unverschieblichen Kragträger.

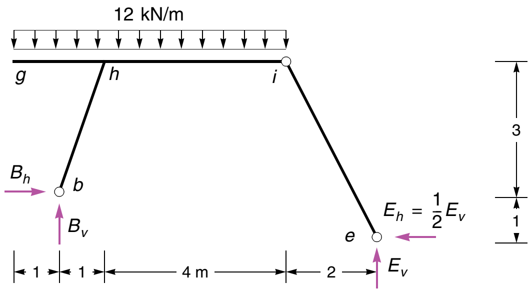
Scheibe II ist in a einwertig, in c zweiwertig gelagert und bildet einen Träger auf zwei Stützen .

Scheibe III und IV bilden mit den Gelenken b, i und e einen Dreigelenkrahmen.

$\Rightarrow$ das gesamte System ist statisch bestimmt und kinematisch unverschieblich

Berechnung entgegen der Reihenfolge des Aufbaus

1. Dreigelenkrahmen $b-h-d$



Der Stab $i-e$ ist ein Pendelstab, darum wirkt die resultierende Auflagerkraft im Punkt e in Richtung der Stabachse.

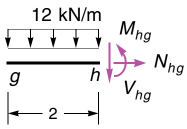
$$\sum M_{(b)} = 0: \quad E_v \cdot 7 - \frac{1}{2} E_v \cdot 1 - 12 \cdot 6 \cdot 2 = 0 \Rightarrow E_v = 22.154$$

$$E_h = \frac{1}{2} E_v = \frac{1}{2} \cdot 22.154 = 11.077$$

$$\sum V = 0: \quad 12 \cdot 6 - 22.154 - B_v = 0 \qquad \Rightarrow B_v = 49.846$$

$$\sum H = 0: \quad B_h - 11.077 = 0 \qquad \Rightarrow B_h = 11.077$$

- Kragarm $f-g$

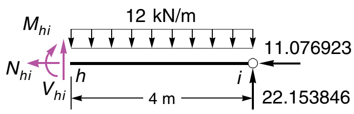


$$\sum M_{(h)} = 0: \quad M_{hg} + 12 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_{hg} = -24$$

$$\sum V = 0: \quad V_{hg} + 12 \cdot 2 = 0 \qquad \Rightarrow V_{hg} = -24$$

$$\sum H = 0: \quad N_{hg} = 0$$

- Bereich $h-i$

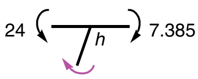


$$\sum M_{(h)} = 0: -M_{hi} - 12 \cdot 4^2/2 + 22.154 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_{hi} = -7.385$$

$$\sum V = 0: \quad -V_{hi} + 12 \cdot 4 - 22.154 = 0 \qquad \Rightarrow V_{hi} = 25.846$$

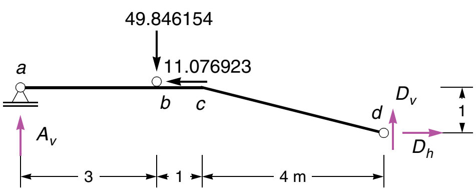
$$\sum H = 0: \quad -N_{hi} - 11.077 = 0 \qquad \Rightarrow N_{hi} = -11.077$$

- Rundschnitt Knoten h



$24 - 7.385 = 16.615$

2. Einfeldträger $b-h-d$



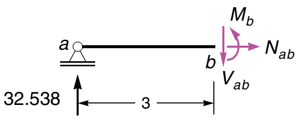
$$\sum M_{(d)} = 0: -A_v \cdot 8 + 49.846 \cdot 5 + 11.077 \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow A_v = 32.538$$

$$\sum V = 0: \quad 49.846 - 32.538 - D_v = 0 \Rightarrow D_v = 17.308$$

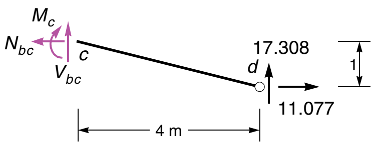
$$\sum H = 0: \quad D_h - 11.077 = 0 \qquad \Rightarrow D_h = 11.077$$

- Bereich $a-b$



$$\sum M_{(b)} = 0: \; M_b - 32.538 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_b = 97.615$$
$$\sum V = 0: \quad V_{ab} - 32.538 = 0 \quad \Rightarrow V_{ab} = 32.538$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ab} = 0$$

- Bereich $c-d$

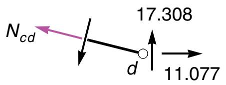


$$\sum M_{(c)} = 0: -M_c + 17.308 \cdot 4 + 11.077 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_c = 80.308$$
$$\sum V = 0: \quad -V_{bc} - 17.308 = 0 \qquad \Rightarrow V_{bc} = -17.308$$
$$\sum H = 0: \quad -N_{bc} + 11.077 = 0 \qquad \Rightarrow N_{bc} = 11.077$$

Querkraft aus Steigung der Momentenlinie:

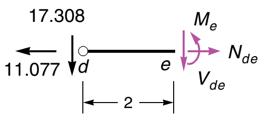
$$V_{cd} = \frac{-80.308}{\sqrt{17}} = -19.477$$

- Rundschnitt Gelenk *d,* Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse



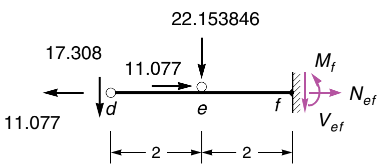
$$N_{cd} + 17.308 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - 11.077 \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} = 0 \Rightarrow N_{dg} = 6.548$$

- Bereich $d-e$



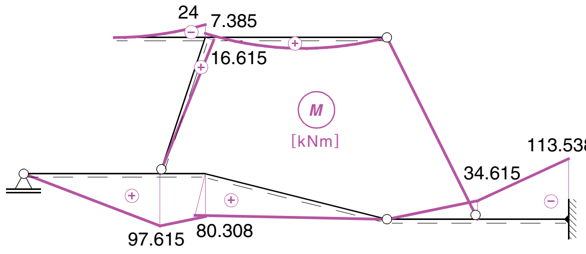
$$\sum M_{(e)} = 0: \; M_e + 17.308 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = -34.615$$
$$\sum V = 0: \quad V_{de} + 17.308 = 0 \quad \Rightarrow V_{de} = -17.308$$
$$\sum H = 0: \quad N_{de} - 11.077 = 0 \quad \Rightarrow N_{de} = 11.077$$

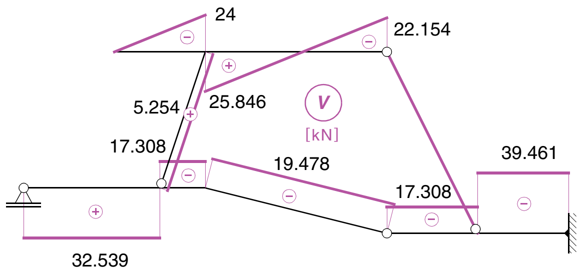
- Bereich $d-e-f$

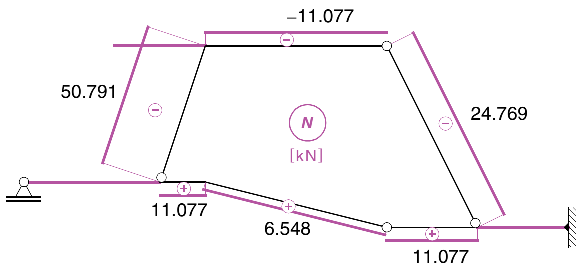


$$\sum M_{(f)} = 0: \; M_f + 17.308 \cdot 4 + 22.154 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_f = -113.538$$
$$\sum V = 0: \quad V_{ef} + 17.308 + 22.154 = 0 \quad \Rightarrow V_{ef} = -39.462$$
$$\sum H = 0: \quad N_{ef} - 11.077 + 11.077 = 0 \quad \Rightarrow N_{ef} = 0$$

- Darstellung der Zustandslinien

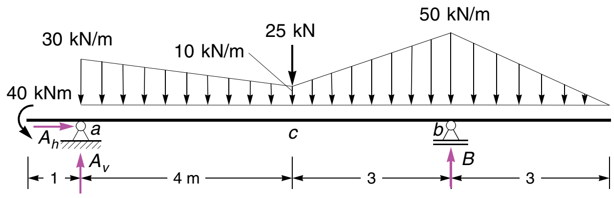






Aufgabe 58

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



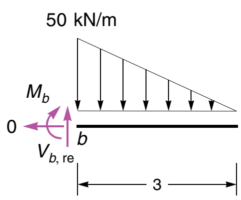
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: \; B \cdot 7 + 40 - 25 \cdot 4 - 10 \cdot 7^2/2 - 20 \cdot 4/2 \cdot 4/3$$
$$-40 \cdot 3/2 \cdot 6 - 50 \cdot 3/2 \cdot 8 = 0 \Rightarrow B = 188.333$$
$$\sum V = 0: \; -A_v + 25 + 10 \cdot 7 + 20 \cdot 4/2 + 40 \cdot 3/2 + 50 \cdot 3/2$$
$$-188.333 = 0 \qquad \Rightarrow A_v = 81.667$$
$$\sum H = 0: \qquad \Rightarrow A_h = 0$$

- Kragarm links

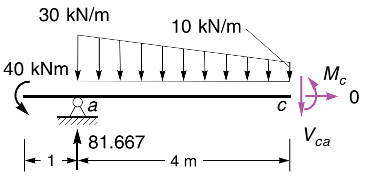
Konstanter Momentenverlauf $M = 40$ kNm (oben Zug), $V = 0$.

- Kragarm rechts



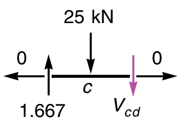
$$\sum M_{(b)} = 0:\ -M_b - 50\cdot 3/2\cdot 1 = 0 \Rightarrow M_c = -75$$
$$\sum V = 0:\quad -V_{b,\,re} + 50\cdot 3/2 = 0 \Rightarrow V_{b,\,re} = 75$$

- Schnitt im Punkt c, linkes Teilsystem



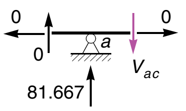
$$\sum M_{(c)} = 0:\ M_c + 40 + 10\cdot 4^2/2 + 20\cdot 4/2\cdot 8/3 - 81.667\cdot 4$$
$$\Rightarrow M_c = 100$$
$$\sum V = 0:\ V_{ca} + 10\cdot 4 + 20\cdot 4/2 - 81.667 = 0 \Rightarrow V_{ca} = 1.667$$

- Rundschnitt Knoten c, (Momente nicht dargestellt)



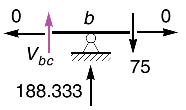
$$\sum V = 0:\quad V_{cd} + 25 - 1.667 = 0 \Rightarrow V_{cd} = -23.333$$

- Rundschnitt Knoten a, (Momente nicht dargestellt)



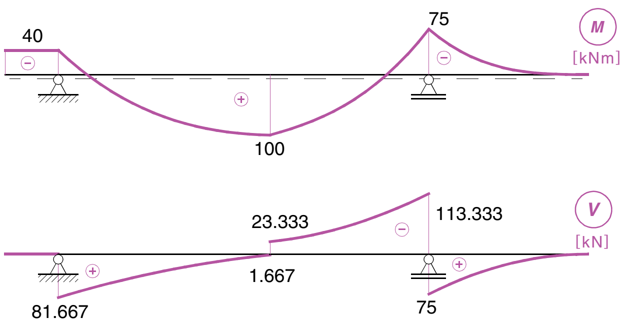
$$\sum V = 0:\quad V_{ac} - 81.667 = 0 \Rightarrow V_{ac} = -81.667$$

- Rundschnitt Knoten b, (Momente nicht dargestellt)



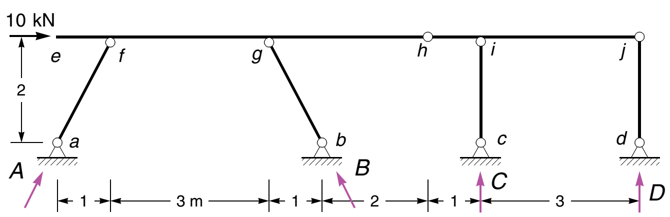
$$\sum V = 0:\quad -V_{bc} - 188.333 + 75 = 0 \Rightarrow V_{bc} = -113.333$$

- Darstellung der Zustandslinien



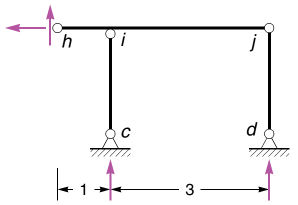
Aufgabe 59

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



Alle Auflagerkräfte wirken in Richtung der Pendelstäbe. Damit folgt das Verhältnis der Komponenten der Auflagerkräfte in den Punkten a und b mit: $A_v = 2A_h$ und $B_v = 2B_h$.

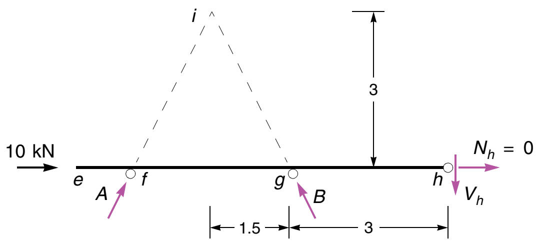
- Schnit durch das Gelenk h, rechtes Teilsystem



Aus der Gleichgewichtsbedingung $\sum H = 0$ am rechten Teilsystem folgt, dass die Normalkraft im Bereich $h-i-j$ gleich null ist.

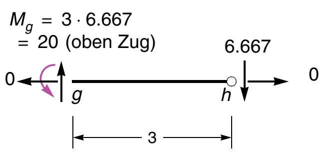
- Schnit durch das Gelenk h, linkes Teilsystem

Um die Berechnung der Auflagerkräfte zu entkoppeln, werden zwei der unbekannten Kräfte zum Schnitt gebracht und dieser Schnittpunkt als Bezugspunkt für die Gleichgewichtsbedingung $\sum M = 0$ gewählt.

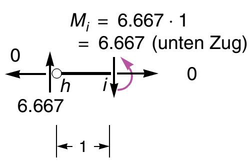


$$\sum M_{(i)} = 0:\ 10\cdot 3 - V_h\cdot 4.5 = 0 \qquad \Rightarrow V_h = 6.667$$
$$\sum M_{(k)} = 0:\ 10\cdot 12 + B_h\cdot 10 - B_v\cdot 2 = 0 \Rightarrow B_h = -20$$
$$\sum H = 0:\quad 10 + A_h + B_h + N_g = 0 \qquad \Rightarrow A_h = 10$$
$$\sum V = 0:\quad A_v + B_v + N_g = 0 \qquad \Rightarrow A_v = 20$$

- Bereich $b-d$



- Bereich $h-i$



Querkräfte

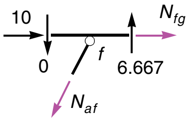
- Bereich $f-g$

$$V = \frac{-20-0}{3} = -6.667$$

- Bereich $i-j$

$$V = \frac{0-6.667}{3} = -2.222$$

- Rundschnitt Knoten *f*



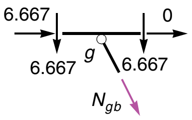
$$\sum V = 0: \quad N_{af}^{v} - 6.667 = 0 \Rightarrow N_{af}^{v} = 6.667$$

$$N_{af}^{h} = \frac{1}{2}N_{af}^{v} = \frac{1}{2} \cdot 6.667 = 3.333$$

$$N_{af} = \sqrt{6.667^2 + 3.333^2} = 7.454$$

$$\sum H = 0: \quad N_{fg} + 10 - 3.333 = 0 \Rightarrow N_{fg} = -6.667$$

- Rundschnitt Knoten *g*

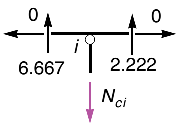


$$\sum V = 0: \quad N_{gb}^{v} + 6.667 + 6.667 = 0 \Rightarrow N_{gb}^{v} = -13.333$$

$$N_{gb}^{h} = \frac{1}{2}N_{gb}^{v} = \frac{1}{2} \cdot (-13.333) = -6.667$$

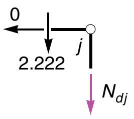
$$N_{gb} = -\sqrt{13.333^2 + 6.667^2} = -14.907$$

- Rundschnitt Knoten *i*



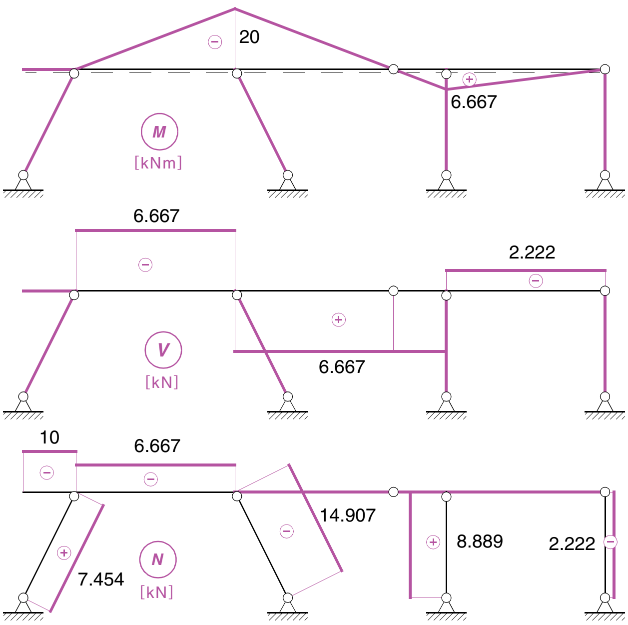
$$\sum V = 0: \quad N_{ci} - 6.667 - 2.222 = 0 \Rightarrow N_{ci} = 8.889$$

- Rundschnitt Knoten *j*

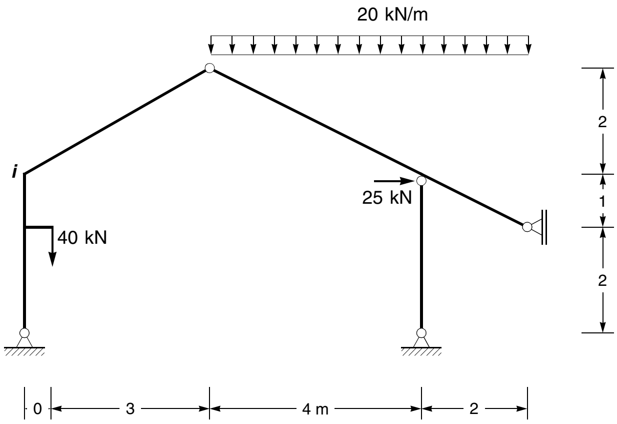


$$\sum V = 0: \quad N_{dj} + 2.222 = 0 \Rightarrow N_{dj} = -2.222$$

- Darstellung der Zustandslinien



Aufgabe 60



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

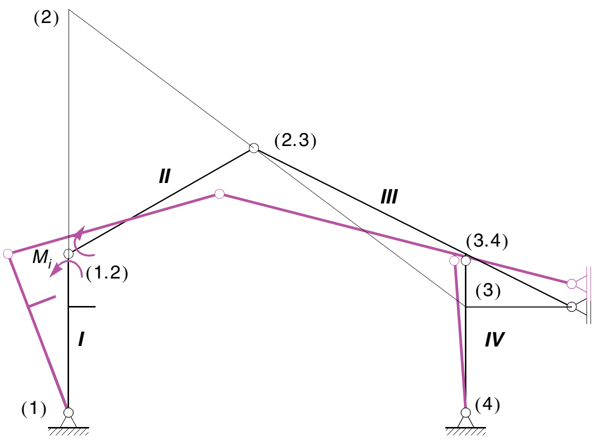
Einlegen eines Momentengelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße M_i.

- Erstellung des Polplans

$(1), (4)$: [ ], (1.2), (2.3), (3.4) : Gelenke,

$(3)\ \left[\begin{matrix}(4)-(3.4)\\ \ \end{matrix}\right] \quad (2)\ \left[\begin{matrix}(1)-(1.2)\\ (3)-(2.3)\end{matrix}\right]$

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$$\varphi_1 = \varphi\,,\ \varphi_2 = \varphi_3 = \frac{3}{5}\varphi\,,\ \varphi_4 = \frac{\varphi_3}{3} = \frac{1}{5}\varphi$$

$$\overline{W} = M_i \cdot \varphi + M_i \cdot \frac{3}{5}\varphi - 40 \cdot \varphi \cdot 0.5 - 25 \cdot \frac{1}{5}\varphi \cdot 3 + 20 \cdot 6 \cdot \frac{3}{5}\varphi \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow M_i = -23.125$$

- Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

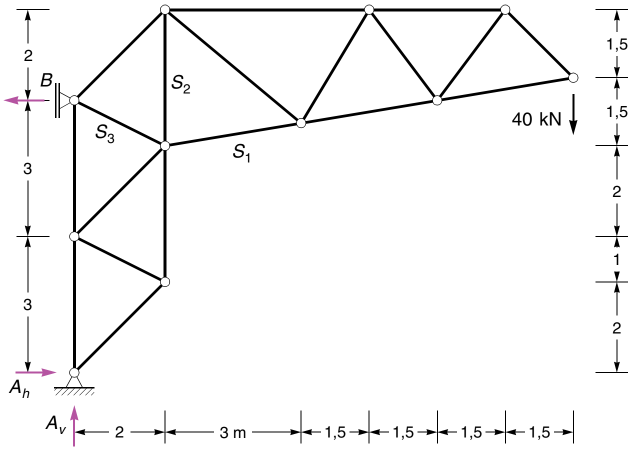
$$\sum \overline{W} = 0: \quad M_i \cdot \varphi + M_i \cdot \frac{4}{3}\varphi + 20 \cdot \varphi \cdot 3 - 10 \cdot \varphi \cdot 3 + 40 \cdot \varphi$$

$$+ 15 \cdot 2 \cdot \varphi \cdot 1 + 15 \cdot 3 \cdot \frac{4}{3}\varphi \cdot 1.5 = 0$$

$$\Rightarrow M_i = -81.429$$

Aufgabe 61

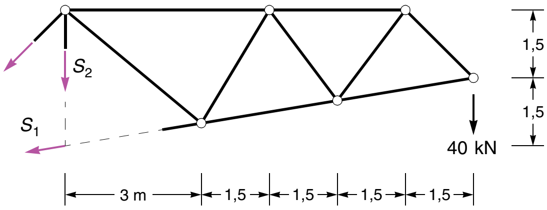
Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_3 zu ermitteln.



- Auflagerkräfte

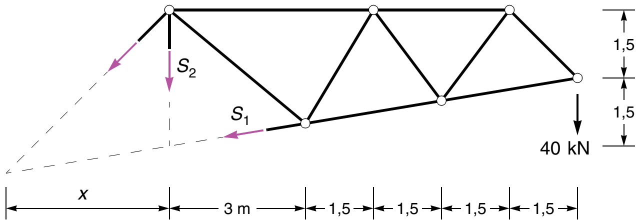
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad B \cdot 6 - 40 \cdot 11 = 0 \Rightarrow B = 73.333$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 40 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 40$$
$$\sum H = 0: \quad A_h - 73.333 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 73.333$$

- Berechnung von S_1



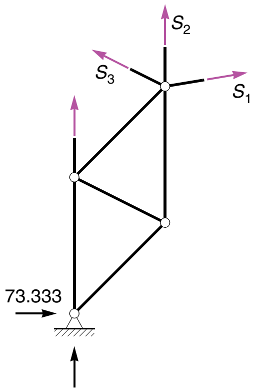
$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -S_1^h \cdot 6 - 40 \cdot 9 = 0 \Rightarrow S_1^h = -120$$
$$S_1^v = -120 \cdot \frac{1}{6} = -20$$
$$S_1 = -\sqrt{20^2 + 120^2} = -121.655$$

- Berechnung von S_2



$$x = \frac{1}{6}x + 3$$
$$x = \frac{6}{5} \cdot 3 = \frac{18}{5} = 3.6$$
$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -S_2 \cdot 3.6 - 40 \cdot 12.6 = 0 \Rightarrow S_2 = -140$$

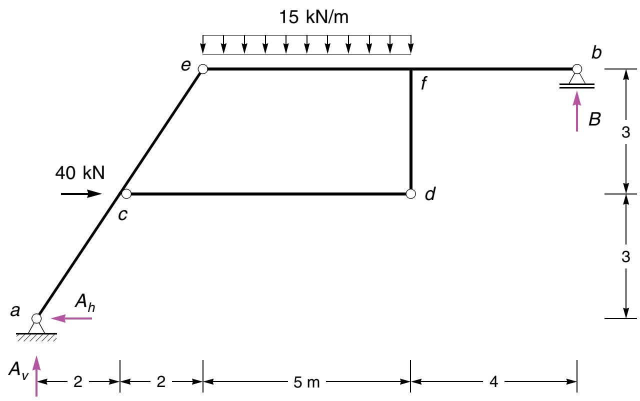
- Berechnung von S_3



$$\sum H = 0: \quad -S_3^h - 120 + 73.333 = 0 \Rightarrow S_3^h = -46.667$$
$$S_3^v = \frac{1}{2} \cdot (-46.667) = -23.333$$
$$S_3 = -\sqrt{23.333^2 + 46.667^2} = -52.175$$

Aufgabe 62

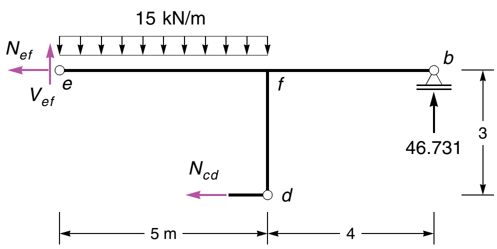
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

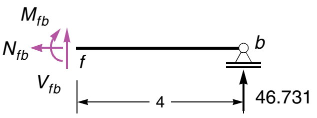
$$\sum M_{(a)} = 0: \quad B \cdot 13 - 40 \cdot 3 - 15 \cdot 5 \cdot 6.5 = 0 \Rightarrow B = 46.731$$
$$\sum V = 0: \quad -A_v + 15 \cdot 5 - 46.731 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 28.269$$
$$\sum H = 0: \quad -A_h + 40 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 40$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt e und den Pendelstab $c-d$ (Teilsystem rechts)



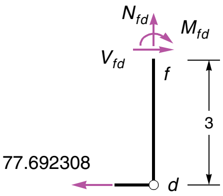
$$\sum M_{(e)} = 0: \quad -N_{cd} \cdot 3 - 15 \cdot 5^2/2 + 46.731 \cdot 9 = 0$$
$$\Rightarrow N_{cd} = 77.692$$
$$\sum V = 0: \quad -V_{ef} + 15 \cdot 5 - 46.731 = 0 \Rightarrow V_{ef} = 28.269$$
$$\sum H = 0: \quad -N_{ef} - 77.692 = 0 \quad \Rightarrow N_{ef} = -77.692$$

- Bereich $f-b$



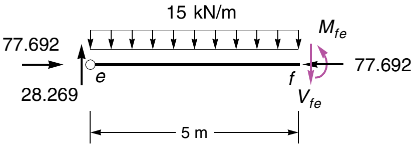
$$\sum M_{(f)} = 0: \quad -M_{fb} + 46.731 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_{fb} = 186.923$$
$$\sum V = 0: \quad -V_{fb} - 46.731 = 0 \quad \Rightarrow V_{ab} = -46.731$$
$$\sum H = 0: \quad N_{fb} = 0$$

- Bereich $f-d$



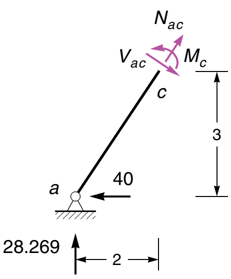
$$\sum M_{(f)} = 0: \quad -M_{fd} - 77.692 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_{fd} = 186.923$$
$$\sum V = 0: \quad -V_{fb} - 46.731 = 0 \quad \Rightarrow V_{ab} = -46.731$$
$$\sum H = 0: \quad N_{fb} = 0$$

- Bereich $e-f$



$$\sum M_{(f)} = 0: \quad M_{fe} - 28.269 \cdot 5 + 15 \cdot 5^2/2 = 0 \Rightarrow M_{fe} = 46.154$$
$$\sum V = 0: \quad V_{fe} - 28.269 + 15 \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow V_{fe} = -46.731$$

- Bereich $a-c$



$$\sum M_{(c)} = 0: \quad M_c - 28.269 \cdot 2 - 40 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_c = 176.538$$

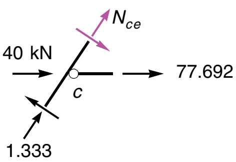
Querkraft aus Steigung der Momentenlinie:

$$V_{ac} = 176.538/\sqrt{13} = 48.963 = -V_{ce}$$

Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse:

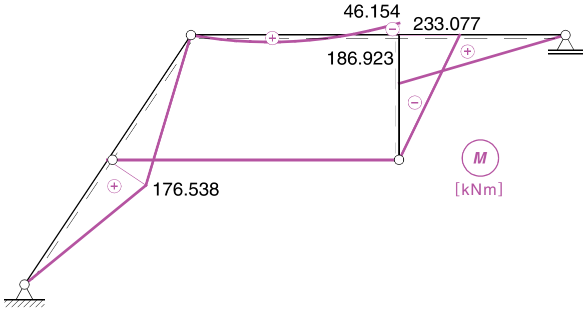
$$N_{ac} + 48.963 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} - 40 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow N_{ac} = -1.333$$

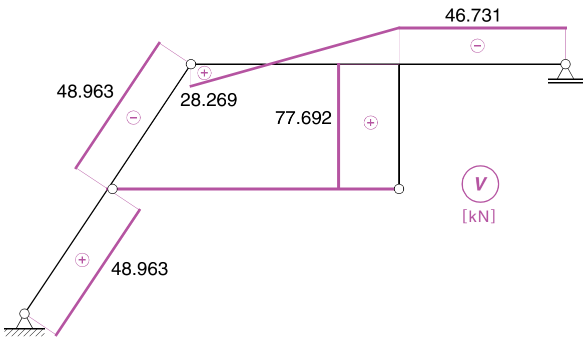
- Rundschnitt Knoten c, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

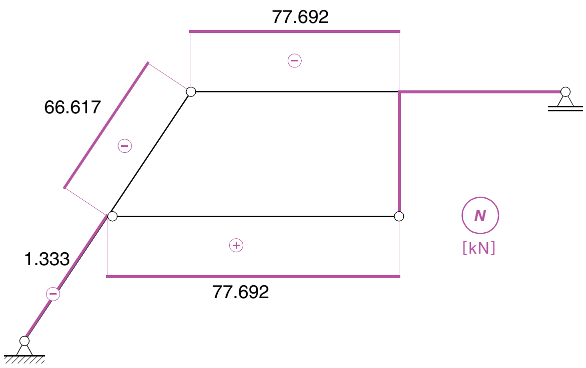


$$N_{ce} + 1.333 + (40 + 77.692) \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow N_{ce} = -66.617$$

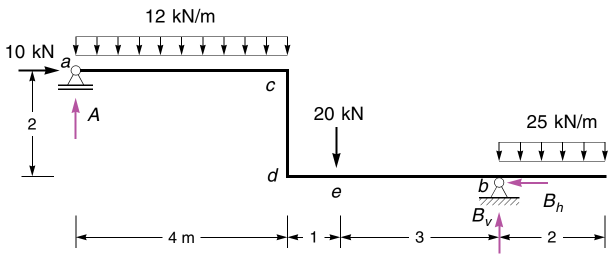
- Darstellung der Zustandslinien







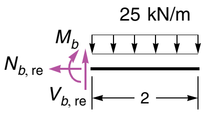
Aufgabe 63



- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(b)} = 0: \quad -A \cdot 8 - 10 \cdot 2 - 25 \cdot 2^2/2 + 12 \cdot 4 \cdot 6 + 20 \cdot 3 = 0$$
$$\Rightarrow A = 34.75$$
$$\sum V = 0: \quad -B_v + 25 \cdot 2 + 12 \cdot 4 + 20 - 34.75 = 0 \Rightarrow B_v = 83.25$$
$$\sum H = 0: \quad -B_h + 10 = 0 \quad \Rightarrow B_h = 10$$

- Bereich Kragarm

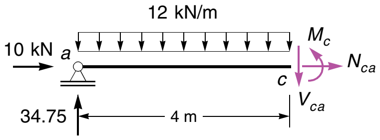


$\sum M_{(b)} = 0: \; -M_b - 25 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_b = -50$

$\sum V = 0: \quad -V_{b,\,re} + 25 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow V_{ab} = 50$

$\sum H = 0: \quad N_{b,\,re} = 0$

- Bereich $a - c$

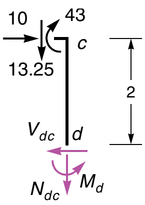


$\sum M_{(c)} = 0: \; M_c + 12 \cdot 4^2/2 - 34.75 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_c = 43$

$\sum V = 0: \quad V_{ca} + 12 \cdot 4 - 34.75 = 0 \quad \Rightarrow V_{ca} = -13.25$

$\sum H = 0: \quad N_{ca} + 10 = 0 \quad \Rightarrow N_{ca} = -10$

- Bereich $c - d$

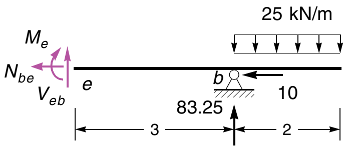


$\sum M_{(d)} = 0: \; M_d - 43 - 10 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_d = 63$

$\sum V = 0: \quad N_{dc} + 13.25 = 0 \quad \Rightarrow N_{dc} = -13.25$

$\sum H = 0: \; -V_{dc} + 10 = 0 \quad \Rightarrow V_{dc} = 10$

- Schnitt rechts von e, rechtes Teilsystem

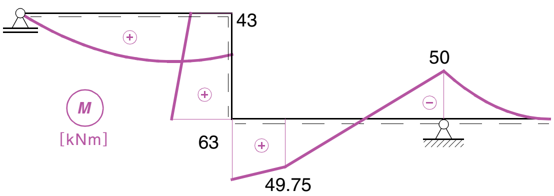


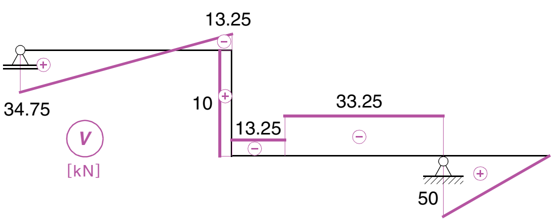
$\sum M_{(e)} = 0: \; -M_e + 83.25 \cdot 3 - 25 \cdot 2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_e = 49.75$

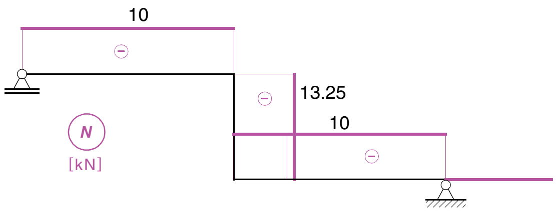
$\sum V = 0: \quad -V_{eb} - 83.25 + 25 \cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow V_{eb} = -33.25$

$\sum H = 0: \quad -N_{be} - 10 = 0 \quad \Rightarrow N_{be} = -10$

- Darstellung der Zustandslinien

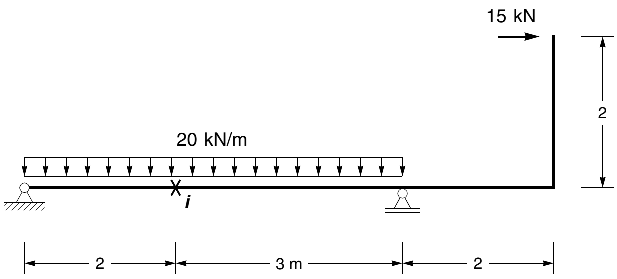






Aufgabe 64

Ermitteln Sie für das dargestellte System das Biegemoment im Punkt i mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen.



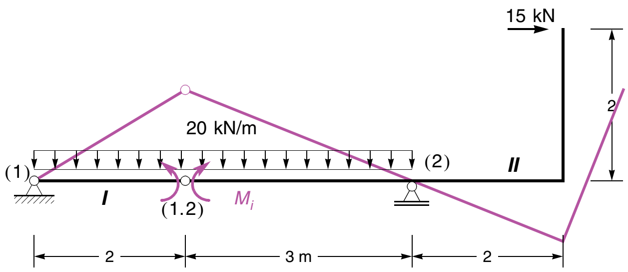
- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

Einlegen eines Momentengelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße M_i.

- Erstellung des Polplans

(1): [ ], (1.2) Gelenk, (2) [(1) – (1.2)]

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$\varphi_1 = \varphi$

$\varphi_2 = \frac{2}{3}\varphi$

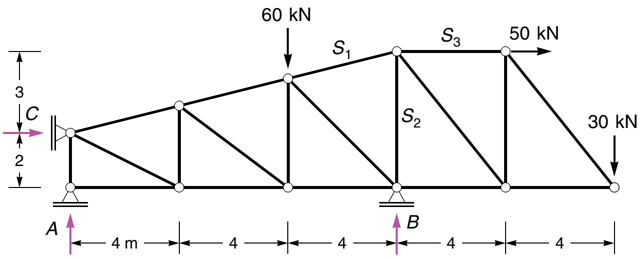
- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

$$\overline{W} = M_i \cdot \varphi + M_i \cdot \frac{2}{3}\varphi - 20 \cdot 2 \cdot \varphi \cdot 1 - 20 \cdot 3 \cdot \varphi \cdot 1$$

$$+ 15 \cdot \frac{2}{3}\varphi \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_i = 48$$

Aufgabe 65

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



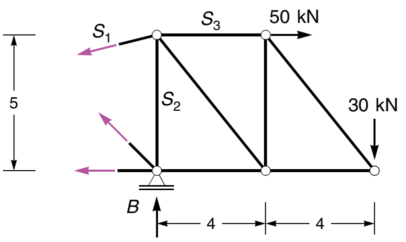
- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(c)} = 0:\; B \cdot 12 - 60 \cdot 8 - 50 \cdot 3 - 30 \cdot 20 = 0 \Rightarrow B = 102.5$$

$$\sum V = 0:\; -A + 60 + 30 - 102.5 = 0 \qquad \Rightarrow A = -12.5$$

$$\sum H = 0:\; C + 50 = 0 \qquad \Rightarrow C = -50$$

- Berechnung von S_1

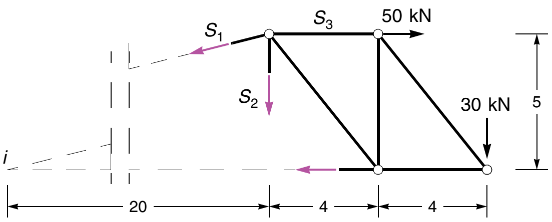


$$\sum M_{(b)} = 0:\; S_1^h \cdot 5 - 50 \cdot 5 - 30 \cdot 8 = 0 \Rightarrow S_1^h = 98$$

$$S_1^v = \frac{1}{4} S_1^h = \frac{1}{4} 98 = 24.5$$

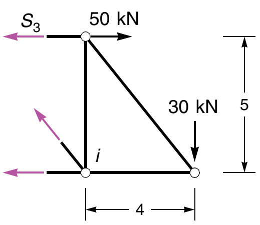
$$S_1 = \sqrt{24.5^2 + 98^2} = 101.01609$$

- Berechnung von S_2



$$\sum M_{(i)} = 0:\; S_2 \cdot 20 - 50 \cdot 5 - 30 \cdot 28 = 0 \Rightarrow S_2 = -54.5$$

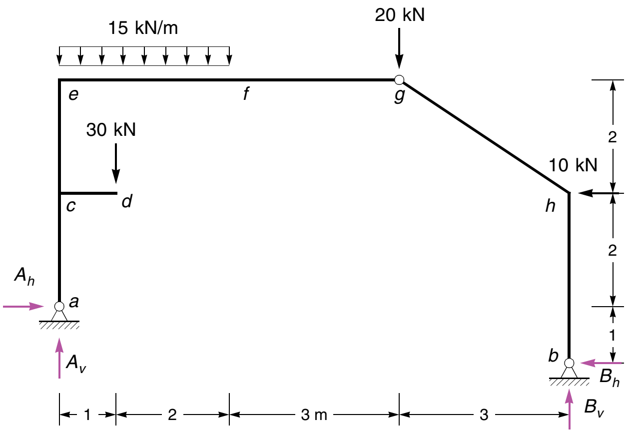
- Berechnung von S_3



$$\sum M_{(i)} = 0:\; S_3 \cdot 5 - 50 \cdot 5 - 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow S_3 = -74$$

Aufgabe 66

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.

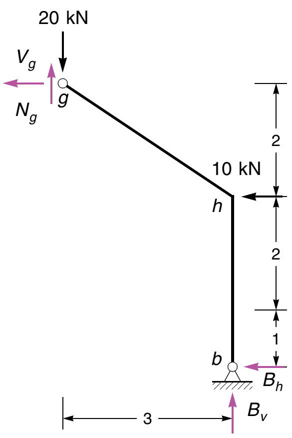


- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(e)} = 0:\; B_v \cdot 9 - B_h \cdot 1 - 30 \cdot 1 - 15 \cdot 3^2/2 - 20 \cdot 6 + 10 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow 9B_v - B_h = 197.5$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt g, rechtes Teilsystem



$$\sum M_{(g)} = 0:\; B_v \cdot 3 - B_h \cdot 5 - 10 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3B_v - 5B_h = 20$$

- Gleichungssystem und Lösung

$$\begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 197.5 \\ 20 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} B_v \\ B_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23.036 \\ 9.821 \end{bmatrix}$$

- Kräftesummen am Gesamtsystem

$$\sum H = 0:\; A_h - 10 - 9.821 = 0 \qquad \Rightarrow A_h = 19.821$$

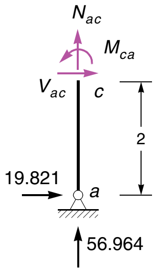
$$\sum V = 0:\; -A_v + 15 \cdot 2 + 30 + 20 - 23.036 = 0 \Rightarrow A_v = 56.964$$

- Kräftesummen am rechten Teilsystem

$$\sum H = 0:\; -N_{fg} - 10 - 9.821 = 0 \;\Rightarrow N_{fg} = 19.821$$

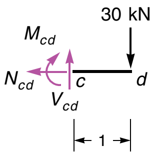
$$\sum V = 0:\; -V_{fg} + 20 - 23.036 = 0 \Rightarrow V_{fg} = -3.036$$

- Bereich $a - c$



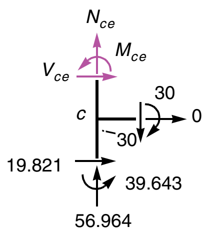
$$\sum M_{(c)} = 0:\ M_{ca} + 19.821 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_{ca} = 39.643$$
$$\sum V = 0:\ -N_{ac} - 56.964 = 0 \quad \Rightarrow N_{ac} = -56.964$$
$$\sum H = 0:\ V_{ac} + 19.821 = 0 \quad \Rightarrow V_{ac} = -19.821$$

- Bereich $a - c$



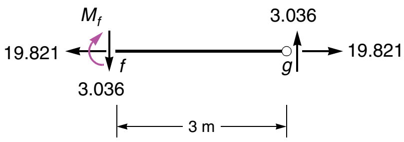
$$\sum M_{(c)} = 0:\ -M_{cd} - 30 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_{cd} = -30$$
$$\sum V = 0:\ -V_{cd} + 30 = 0 \quad \Rightarrow V_{cd} = 30$$
$$\sum H = 0:\ N_{cd} = 0$$

- Rundschnitt Knoten c



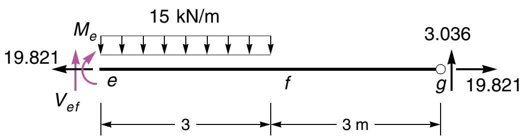
$$\sum M = 0:\ M_{ce} - 30 - 39.643 = 0 \Rightarrow M_{ce} = -69.643$$
$$\sum V = 0:\ -N_{ce} + 30 - 56.964 = 0 \Rightarrow N_{ce} = -26.964$$
$$\sum H = 0:\ V_{ce} + 19.821 = 0 \quad \Rightarrow V_{ce} = -19.821$$

- Bereich $f - g$



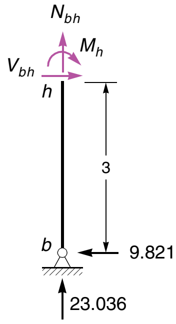
$$\sum M_{(f)} = 0:\ -M_f + 3.036 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_f = 9.107$$

- Bereich $e - f - g$



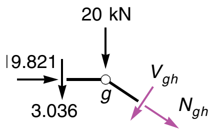
$$\sum M_{(e)} = 0:\ -M_e - 15 \cdot 3^2/2 + 3.036 \cdot 6 = 0 \Rightarrow M_e = -49.286$$
$$\sum V = 0:\ -V_{ef} + 15 \cdot 3 - 3.036 = 0 \quad \Rightarrow V_{ef} = 41.964$$

- Bereich $b - h$, Schnitt unterhalb von h



$$\sum M_{(h)} = 0:\ -M_h - 9.821 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_e = -29.464$$
$$\sum V = 0:\ -N_{bh} - 23.036 = 0 \quad \Rightarrow N_{bh} = -23.036$$
$$\sum H = 0:\ V_{bh} - 9.821 = 0 \quad \Rightarrow V_{bh} = 9.821$$

- Rundschnitt Knoten g



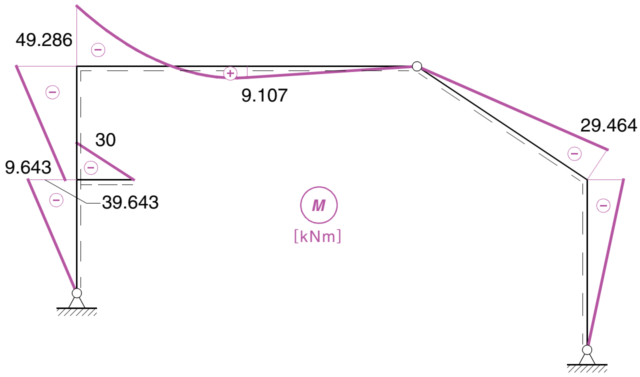
Querkraft aus Steigung der Momentenlinie:

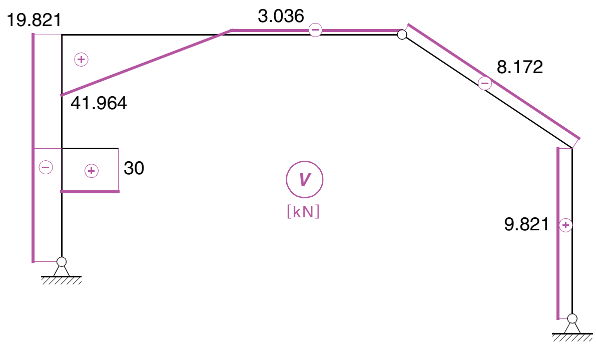
$$V_{gh} = -29.464 / \sqrt{13} = -8.172$$

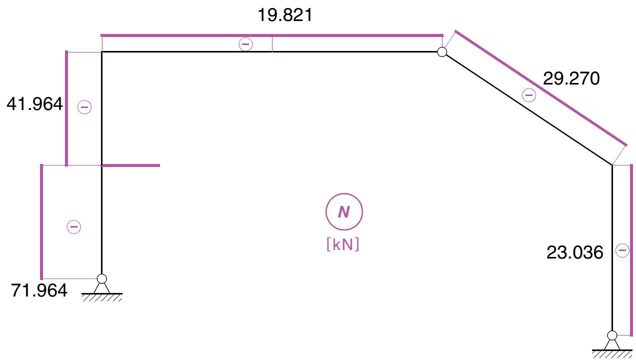
Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse:

$$N_{gh} + 19.821 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} + (20 + 3.036) \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow N_{gh} = -29.270$$

- Darstellung der Zustandslinien

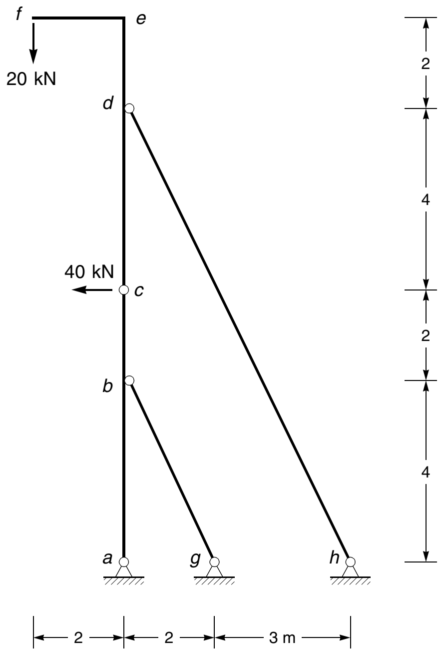




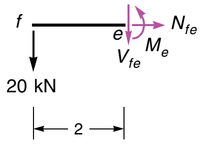


Aufgabe 67

Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Bereich $f-e$

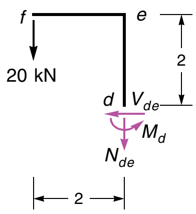


$\sum M_{(e)} = 0\colon\ M_e + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = -40$

$\sum V = 0\colon\quad V_{fe} + 20 = 0 \quad \Rightarrow V_{fe} = -20$

$\sum H = 0\colon\quad N_{fe} = 0$

- Schnitt oberhalb von d, oberes Teilsystem

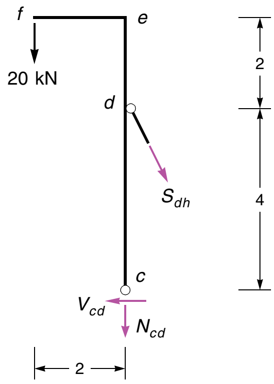


$\sum M_{(e)} = 0\colon\ M_d + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_d = -40$

$\sum V = 0\colon\quad V_{de} = 0$

$\sum H = 0\colon\quad N_{de} + 20 = 0 \quad \Rightarrow N_{de} = -20$

- Schnitt oberhalb von c, oberes Teilsystem



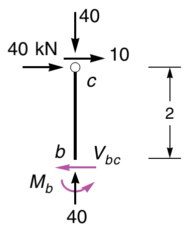
$\sum M_{(d)} = 0\colon - V_{cd} \cdot 4 + 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_{cd} = 10$

$\sum H = 0\colon\quad S^h_{dh} - 10 = 0 \quad \Rightarrow S^h_{dh} = 10$

$S^v_{dh} = 2 \cdot S^h_{dh} = 20 \Rightarrow S_{dh} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.36068$

$\sum V = 0\colon\quad - N_{cd} - 20 - 20 = 0 \quad \Rightarrow N_{cd} = -40$

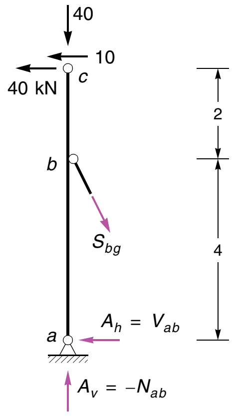
- Bereich $b-c$



$\sum M_{(b)} = 0\colon\ M_b + (40 + 10) \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_b = 100$

$\sum H = 0\colon\quad - V_{bc} + 40 + 10 = 0 \quad \Rightarrow V_{bc} = 50$

- Schnitt oberhalb von c, unteres Teilsystem



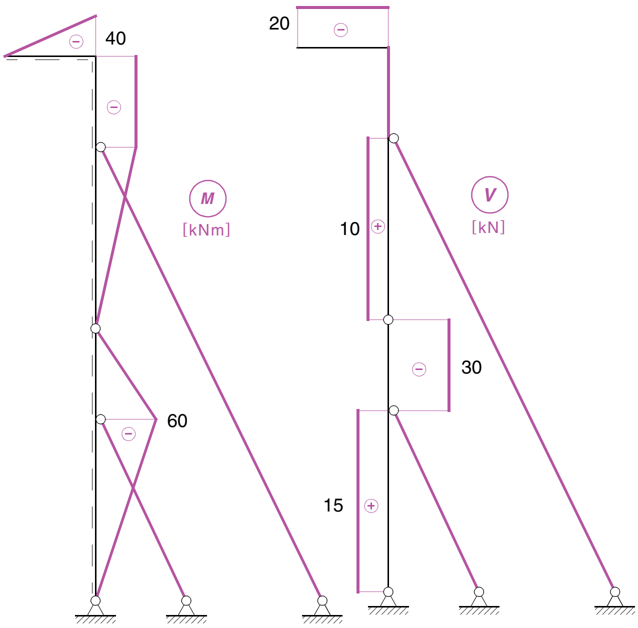
$\sum M_{(b)} = 0\colon - A_h \cdot 4 + (40 + 10) \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_h = 25$

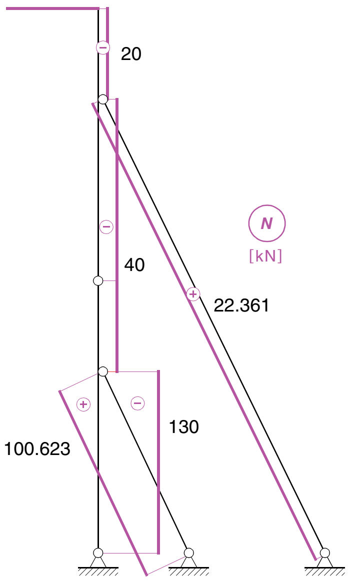
$\sum H = 0\colon\quad S^h_{bg} - 40 - 10 - 25 = 0 \quad \Rightarrow S^h_{bg} = 75$

$S^v_{bg} = 2 \cdot S^h_{bg} = 150 \Rightarrow S_{bg} = \sqrt{75^2 + 150^2} = 167.7051$

$\sum V = 0\colon\quad - A_v + 40 + 150 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 190 = -N_{ab}$

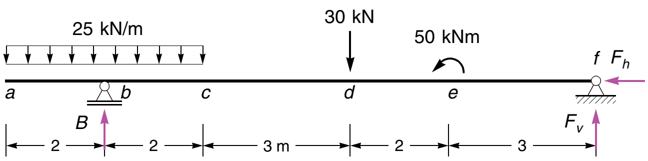
- Darstellung der Zustandslinien





Aufgabe 68

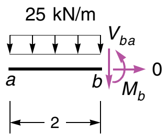
Für den dargestellten Balken sind die Zustandslinien M und V infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

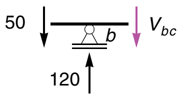
$$\sum M_{(f)} = 0: \; -B \cdot 10 + 25 \cdot 4 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 50 = 0 \Rightarrow B = 120$$
$$\sum V = 0: \; -F_v + 25 \cdot 4 + 30 - 120 = 0 \Rightarrow F_v = 10$$
$$\sum H = 0: \; F_h = 0$$

- Bereich $f - e$



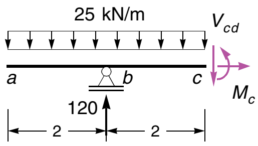
$$\sum M_{(b)} = 0: \; M_b + 25 \cdot 2^2/2 = 0 \Rightarrow M_b = -50$$
$$\sum V = 0: \; V_{ba} + 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_{ba} = -50$$

- Rundschnitt Knoten b



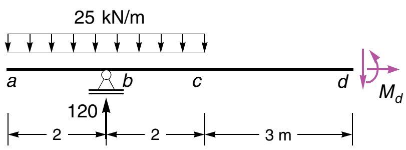
$$\sum V = 0: \; V_{bc} + 50 - 120 = 0 \Rightarrow V_{bc} = 70$$

- Schnitt im Punkt c, linkes Teilsystem



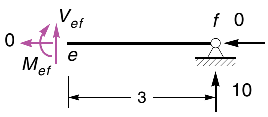
$$\sum M_{(c)} = 0: \; M_c + 25 \cdot 4^2/2 - 120 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_c = 40$$
$$\sum V = 0: \; V_{cd} + 25 \cdot 4 - 120 = 0 \Rightarrow V_{cd} = 20$$

- Schnitt links von Punkt d, linkes Teilsystem



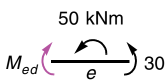
$$\sum M_{(d)} = 0: \; M_d + 25 \cdot 4 \cdot 5 - 120 \cdot 5 = 0 \Rightarrow M_d = 100$$

- Schnitt rechts von e, rechtes Teilsystem



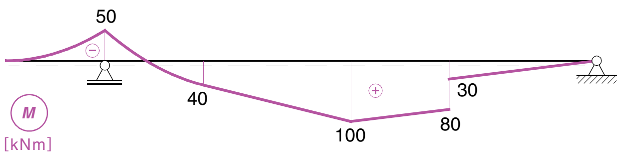
$$\sum M_{(e)} = 0: \; -M_{ef} + 10 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_{ef} = 30$$
$$\sum V = 0: \; -V_{ef} - 10 = 0 \Rightarrow V_{ef} = -10$$

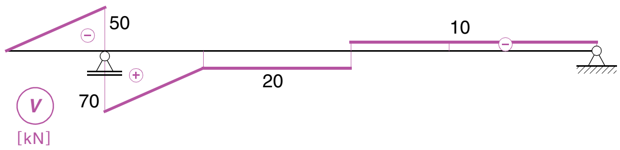
- Rundschnitt Knoten e



$$\sum M_{(e)} = 0: \; -M_{ed} + 50 + 30 = 0 \Rightarrow M_{ed} = 80$$

- Darstellung der Zustandslinien

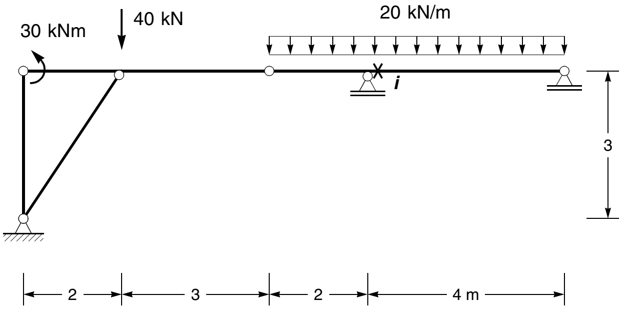




Aufgabe 69

Ermitteln Sie für das dargestellte System die Querkraft im Punkt i infolge der angegebenen Belastung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen.

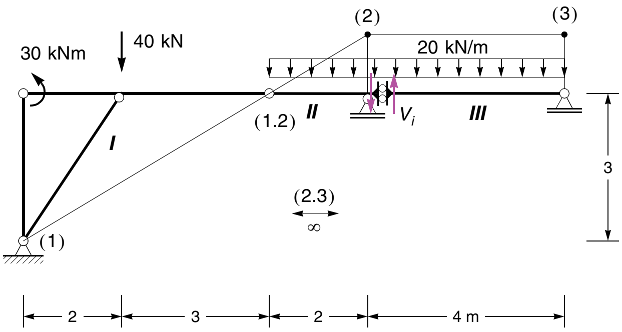
Polplan und virtuelle Verschiebungsfigur sind darzustellen.



- Durchführen der Lagrangeschen Befreiung

Einlegen eines Querkraftgelenks und Ansetzen der unbekannten Doppelgröße V_i.

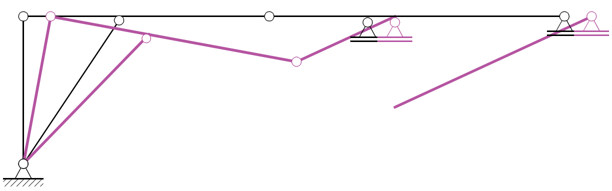
- Erstellung des Polplans



(1): [ ], (1.2) Gelenk, (1.2) [∞]

(2) [(1) – (1.2)], (3) [(2) – (2.3)],

- Aufbringen einer virtuellen Verschiebung



Winkelbeziehungen:

$$\varphi_1 = \varphi$$

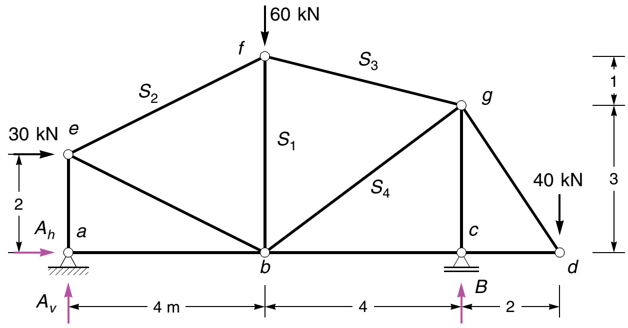
$$\varphi_2 = \varphi_3 = \frac{5}{2}\varphi = 2.5\varphi$$

- Formulierung der Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen

$$\sum \overline{W} = 0: \quad -V_i \cdot 2.5\varphi \cdot 4 + 20 \cdot 4 \cdot 2.5\varphi \cdot 2 + 20 \cdot 2 \cdot 2.5\varphi \cdot 1$$
$$+ 40 \cdot \varphi \cdot 2 - 30 \cdot \varphi = 0 \Rightarrow V_i = 55$$

Aufgabe 70

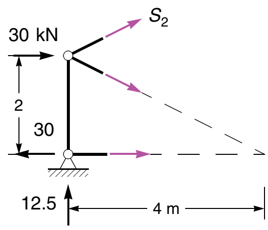
Für das dargestellte Fachwerksystem sind die Stabkräfte S_1 bis S_4 infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln.



- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0: \; B \cdot 8 - 40 \cdot 10 - 60 \cdot 4 - 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow B = 87.5$$
$$\sum V = 0: \; -A_v + 60 + 40 - 87.5 = 0 \qquad \Rightarrow A_v = 12.5$$
$$\sum H = 0: \; A_h + 30 = 0 \qquad \Rightarrow A_h = -30$$

- Berechnung von S_2



$$\sum M_{(i)} = 0: \quad -S_2^h \cdot 2 - S_2^v \cdot 4 - 30 \cdot 2 - 12.5 \cdot 4 = 0$$

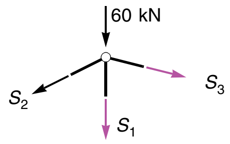
$$S_2^v = \frac{1}{2} S_2^h$$

$$-S_2^h \cdot 2 - \frac{1}{2} S_2^h \cdot 4 - 30 \cdot 2 - 12.5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow S_2^h = -27.5$$

$$S_2^v = \frac{1}{2} \cdot (-27.5) = -13.75$$

$$S_2 = -\sqrt{13.75^2 + 27.5^2} = -30.745935$$

- Berechnung von S_1 und S_3, Rundschnitt Knoten f



$$\sum H = 0: \quad S_3^h - S_2^h = 0 \Rightarrow S_3^h = S_2^h = -27.5$$

$$S_3^v = \frac{1}{4} S_3^h = \frac{1}{4}(-27.5) = -6.875$$

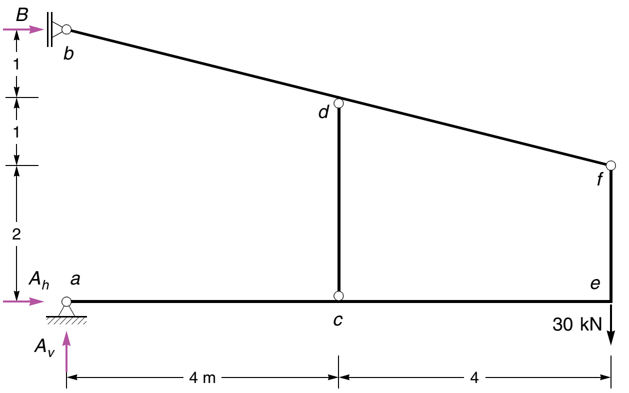
$$S_3 = -\sqrt{6.875^2 + 27.5^2} = -28.346351$$

$$\sum V = 0: \quad S_1 + S_3^v + S_2^v + 60 = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = -S_3^v - S_2^v - 60 = -(-6.875) - (-13.75) - 60 = -39.375$$

Aufgabe 71

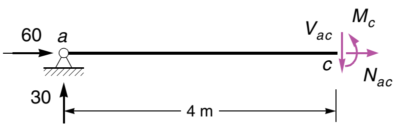
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

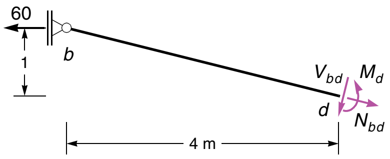
$$\sum M_{(a)} = 0:\ -B \cdot 4 - 30 \cdot 8 = 0 \Rightarrow B = -60$$
$$\sum V = 0:\quad -A_v + 30 = 0 \quad \Rightarrow A_v = 30$$
$$\sum H = 0:\quad A_h - 60 = 0 \quad \Rightarrow A_h = 60$$

- Bereich $b-h$, Schnitt links von c



$$\sum M_{(c)} = 0:\quad M_c - 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_c = 120$$
$$\sum V = 0:\quad V_{ac} - 30 = 0 \quad \Rightarrow V_{ac} = 30$$
$$\sum H = 0:\quad N_{ac} + 60 = 0 \quad \Rightarrow N_{ac} = -60$$

- Bereich $b-h$, Schnitt links von c



$$\sum M_{(d)} = 0:\quad M_d + 60 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_d = -60$$

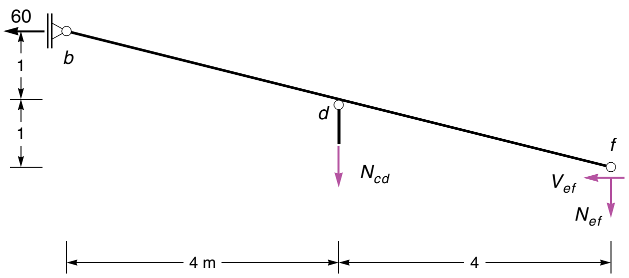
Querkraft aus Abeitung der Momentenlinie:

$$V_{bd} = \frac{-60}{\sqrt{17}} = -14.552$$

Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse:

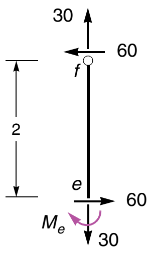
$$N_{bd} - 60 \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} = 0 \Rightarrow N_{bd} = 58.209$$

- Schnitt durch Pendelstab $c-d$ und Stab $e-f$, oberes Teilsystem



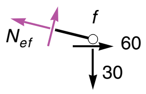
$$\sum M_{(f)} = 0:\ N_{cd} \cdot 4 + 60 \cdot 2 = 0 \Rightarrow N_{cd} = -30$$
$$\sum V = 0:\quad N_{ef} - 30 = 0 \quad \Rightarrow N_{ef} = 30$$
$$\sum H = 0:\ -V_{ef} - 60 = 0 \quad \Rightarrow V_{ef} = -60$$

- Bereich $e-f$



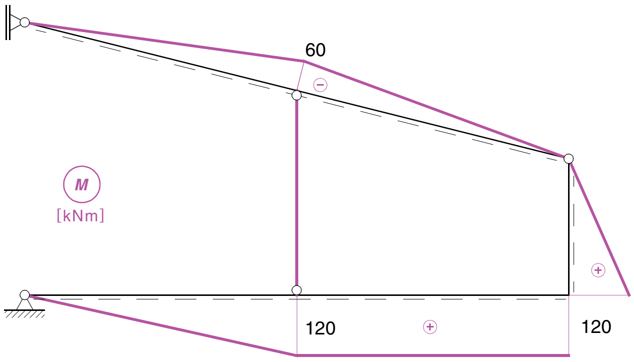
$$\sum M_{(e)} = 0:\quad -M_e + 60 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = 120$$

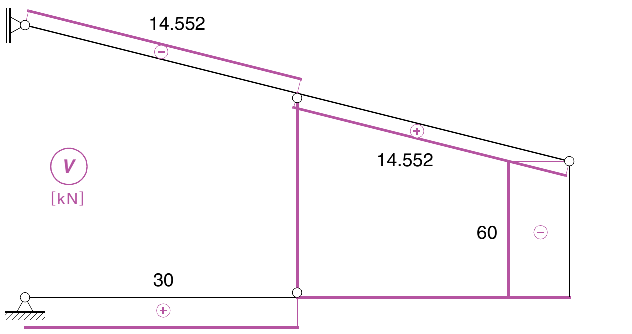
- Rundschnitt Knoten f, Kräftegleichgewicht in Richtung der Stabachse

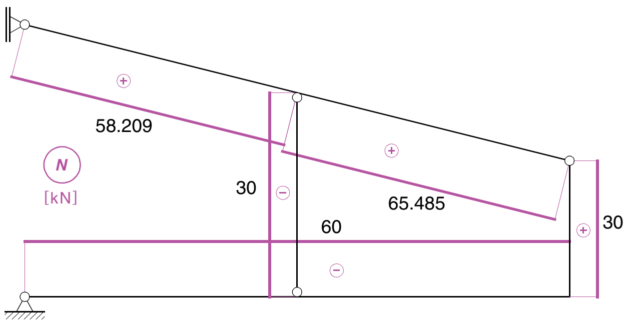


$$-N_{ef} + 60 \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} = 0 \Rightarrow N_{ef} = 65.484619$$

- Darstellung der Zustandslinien

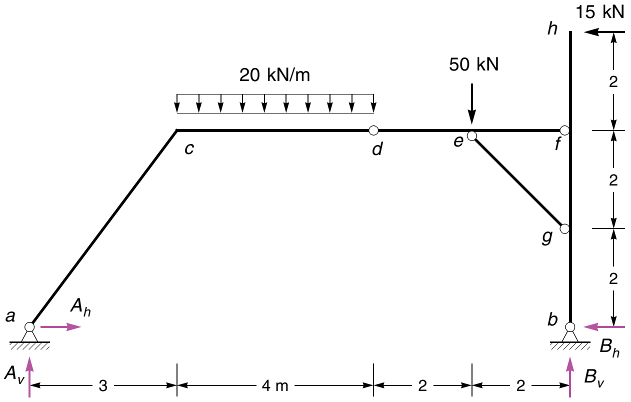






Aufgabe 72

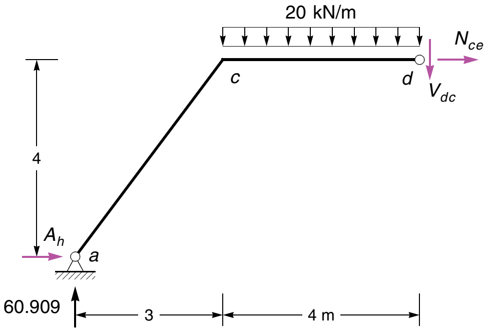
Für das dargestellte System sind die Zustandslinien M, V und N infolge der angegebenen Belastung zu ermitteln und darzustellen.



- Auflagerkräfte

$$\sum M_{(a)} = 0:\ B_v \cdot 11 - 20 \cdot 4 \cdot 5 - 50 \cdot 9 + 15 \cdot 6 = 0$$
$$\Rightarrow B_v = 69.091$$
$$\sum V = 0:\quad -A_v + 20 \cdot 4 + 50 - 69.091 = 0 \Rightarrow A_v = 60.909$$

- Schnitt durch den Gelenkpunkt *d*, linkes Teilsystem

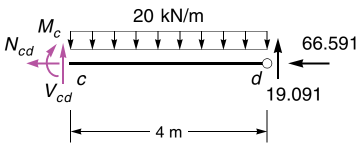


$$\sum M_{(d)} = 0:\ A_h \cdot 4 + 20 \cdot 4^2/2 - 60.909 \cdot 7 = 0$$
$$\Rightarrow A_h = 66.591$$
$$\sum V = 0:\quad V_{dc} + 20 \cdot 4 - 60.909 = 0 \Rightarrow V_{dc} = -19.091$$
$$\sum H = 0:\quad N_{ce} + 60.909 = 0 \qquad \Rightarrow N_{ce} = -60.909$$

- Kräftegleichgewicht am Gesamtsystem

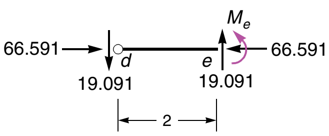
$$\sum H = 0:\quad -B_h - 15 + 66.591 = 0 \Rightarrow B_h = 66.591$$

- Bereich $c-d$



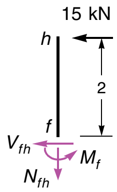
$$\sum M_{(c)} = 0:\ -M_c - 20 \cdot 4^2/2 + 19.091 \cdot 4 = 0 \Rightarrow M_c = -83.636$$
$$\sum V = 0:\quad -V_{cd} + 20 \cdot 4 - 19.091 = 0 \qquad \Rightarrow V_{cd} = 60.909$$
$$\sum H = 0:\quad -N_{cd} - 66.591 = 0 \qquad \Rightarrow N_{cd} = -66.591$$

- Bereich $d-e$



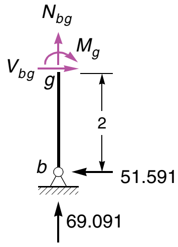
$$\sum M_{(e)} = 0:\quad M_e + 19.091 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_e = -38.182$$

- Bereich $f-h$



$$\sum M_{(f)} = 0:\quad M_f + 15 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_f = -30$$
$$\sum H = 0:\quad -V_{fh} - 15 = 0 \qquad \Rightarrow V_{fh} = -15$$
$$\sum V = 0:\qquad N_{fh} = 0$$

- Bereich $b-g$

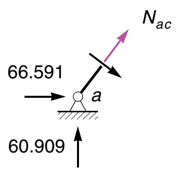


$$\sum M_{(g)} = 0:\ -M_g - 51.591 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_g = -103.182$$
$$\sum H = 0:\qquad V_{bg} - 51.591 = 0 \qquad \Rightarrow V_{bg} = 51.591$$
$$\sum V = 0:\qquad -N_{bg} - 69.091 = 0 \qquad \Rightarrow N_{bg} = -69.091$$

- Restliche Querkräfte

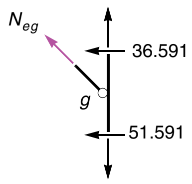
$$V_{ac} = \frac{-83.636}{5} = -16.727$$
$$V_{cd} = \frac{20 \cdot 4}{2} + \frac{83.636}{4} = 60.909$$
$$V_{ef} = \frac{38.182}{2} = 19.091$$
$$V_{fg} = \frac{-103.182 - (-30)}{2} = -36.591$$

- Schnitt am Auflager *a*



$$N_{ac} = -60.909 \cdot \frac{4}{5} - 66.591 \cdot \frac{3}{5} = -88.682$$

- Rundschnitt Knoten *g*



$$\sum H = 0:\quad -N_{eg}^h - 36.591 - 51.591 = 0 \Rightarrow N_{eg}^h = -88.182$$
$$N_{eg}^v = N_{eg}^h = -88.182 \Rightarrow N_{eg} = -88.182 \cdot \sqrt{2} = -124.708$$

- Darstellung der Zustandslinien