HOCHSCHULE WISMAR
Fachbereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. R. Dallmann

# Modulprüfung Baustatik II am 15. September 2009

Name: . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Matr.-Nr.: . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

In dieser Klausur werden 8 Aufgaben mit insgesamt 60 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten.

Teil 1: 20 Minuten ohne Unterlagen, 13 erreichbare Punkte.

Teil 2: 100 Minuten mit Unterlagen, 47 erreichbare Punkte.

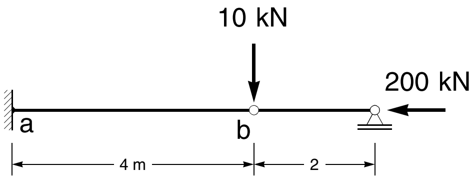
| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | | | | | | | | |

# Modulprüfung Baustatik II am 19. Februar 2009
## Teil 1, 30 Minuten (ohne Unterlagen)

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Für das dargestellte System wurde eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung durchgeführt. Dabei ergab sich eine Verschiebung des Gelenkpunktes b von 1,2862 cm.

Ermitteln Sie das Moment im Punkt a nach Theorie II. Ordnung.



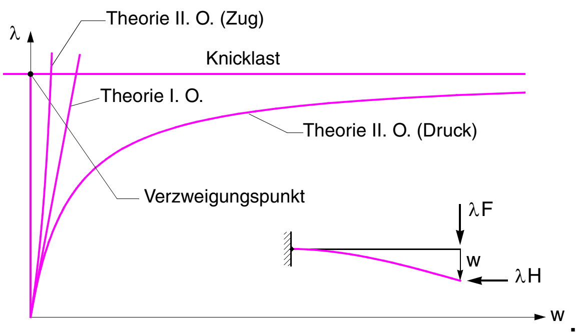

$$M_a = 10 \cdot 4 + \frac{200 \cdot 0{,}012862}{2} \cdot 6 = 47{,}7172$$

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Skizzieren Sie qualitativ das Last-Verformungsdiagramm bei gleichzeitiger Steigerung von H und F für:

- Theorie I. Ordnung,
- Theorie II. Ordnung (Druck),
- Theorie II. Ordnung (Zug).

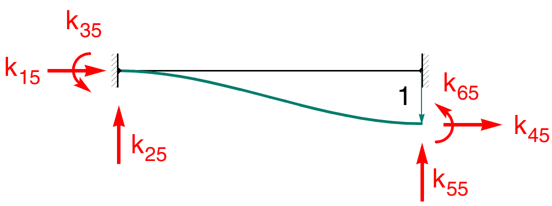
Tragen Sie die Knicklast in das Diagramm ein.




### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Steifigkeitsmatrix eines Balkens. Tragen Sie die bei dem angegebenen Verformungszustand auftretenden Elemente der Matrix entsprechend ihrer mechanischen Bedeutung in die Skizze ein.

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$



**Modulprüfung Baustatik II am 19. Februar 2009**
**Teil 2, 120 Minuten (mit Unterlagen)**

## Aufgabe 4 (18 Punkte)

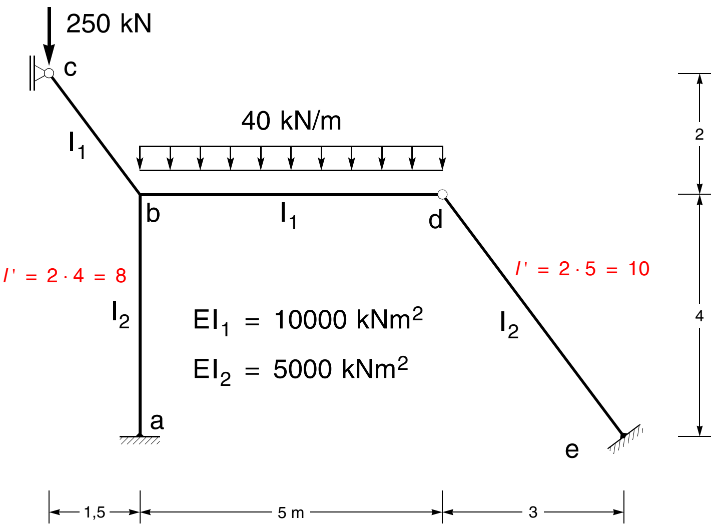
Das nachfolgend dargestellte System ist nach der Spannungstheorie II. Ordnung mit dem Drehwinkelverfahren unter Berücksichtigung der genauen Biegeformkoeffizienten zu berechnen.

In allen Stäben, in denen ein Stabsehnendrehwinkel auftreten kann, ist eine ungünstig wirkende geometrische Imperfektion in Form einer Stabdrehung $\psi_0 = 1/200$ [rad] zu berücksichtigen.

Führen Sie nur einen Iterationsschritt mit den angegebenen Längskräften durch.

Eine Berechnung nach Theorie I. Ordnung ergab eine Verschiebung des Punktes b nach rechts.

Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.




$N_{a-b} = -372$ kN

$N_{b-c} = -260$ kN

$N_{b-d} = -64$ kN

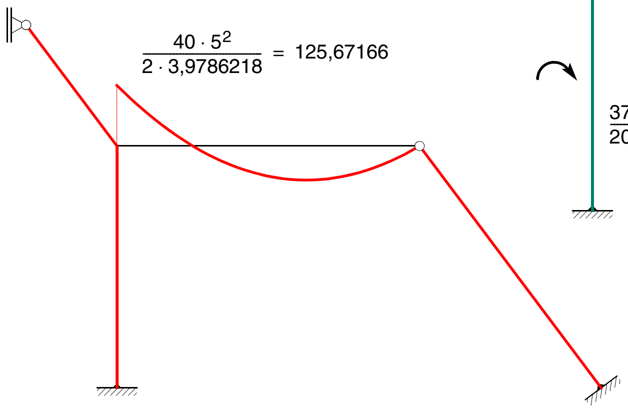
$N_{d-e} = -101$ kN

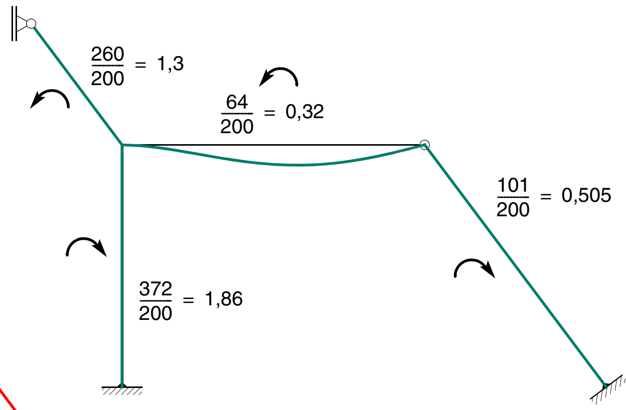
$$\varepsilon_{a-b} = 4\sqrt{\frac{372}{5000}} = 1{,}0910545 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{b-c} = 3{,}8387415 \\ \beta_{b-c} = 2{,}0411927 \end{cases}$$

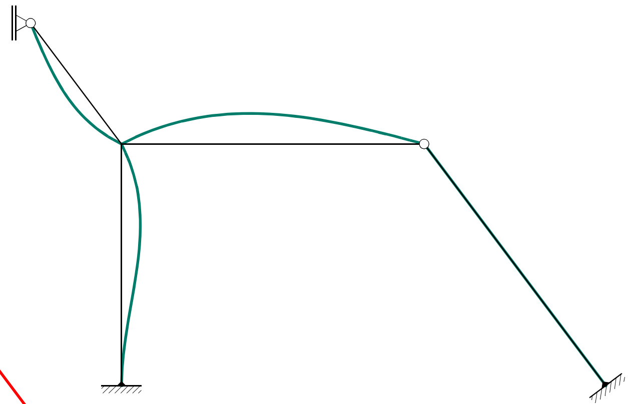
$$\varepsilon_{b-c} = 2{,}5\sqrt{\frac{260}{10000}} = 0{,}40311289 \Rightarrow \gamma_{b-c} = 2{,}967348$$

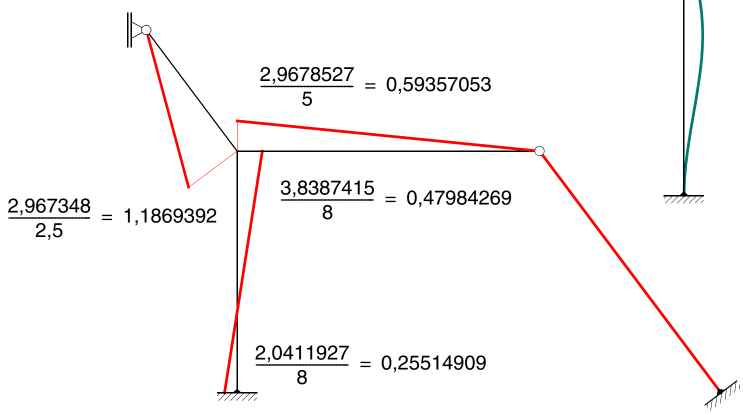
$$\varepsilon_{b-d} = 5\sqrt{\frac{64}{10000}} = 0{,}4 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{b-d} = 3{,}9786218 \\ \gamma_{b-d} = 2{,}9678527 \end{cases}$$

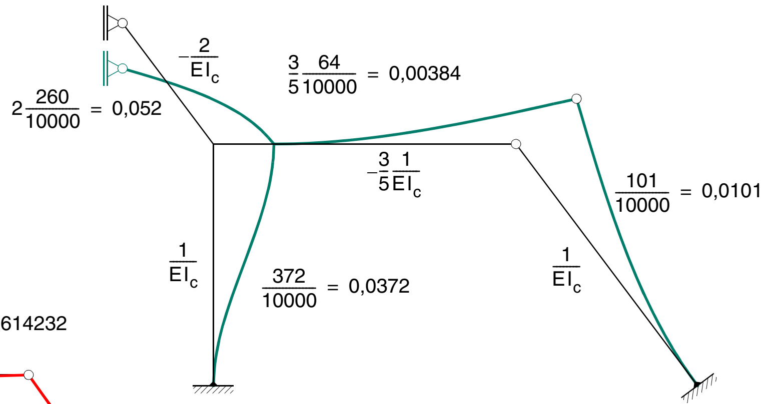
$$\varepsilon_{d-e} = 5\sqrt{\frac{101}{5000}} = 0{,}71063352 \Rightarrow \gamma_{d-e} = 2{,}8975092$$

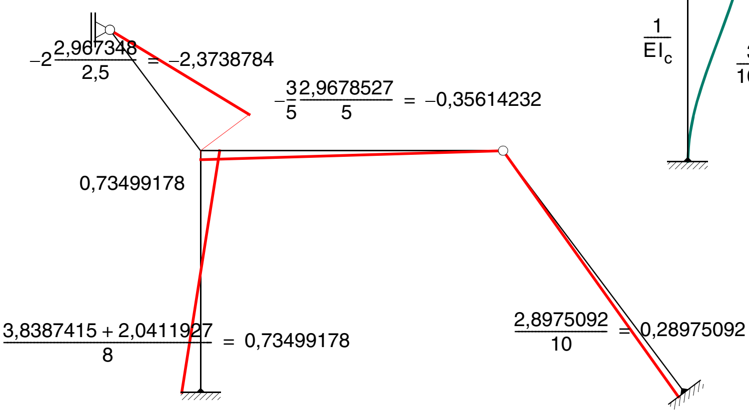

40 · 5²
2 · 3,9786218
= 125,67166


260
200
= 1,3
64
200
= 0,32
101
200
= 0,505
372
200
= 1,86




2,9678527
5
= 0,59357053
2,967348
2,5
= 1,1869392
3,8387415
8
= 0,47984269
2,0411927
8
= 0,25514909


−
2
EIc
3
5
64
10000
= 0,00384
2
260
10000
= 0,052
−
3
5
1
EIc
101
10000
= 0,0101
1
EIc
372
10000
= 0,0372
1
EIc


−2
2,967348
2,5
= −2,3738784
−
3
5
2,9678527
5
= −0,35614232
0,73499178
3,8387415 + 2,0411927
8
= 0,73499178
2,8975092
10
= 0,28975092

$$\sum M = (1{,}1869392 + 0{,}47984269 + 0{,}59357053)Y_1 + (0{,}73499178 - 0{,}35614232 - 2{,}3738784) \cdot Y_2 + 125{,}67166 = 0$$

$$\sum \overline{W} = \left((0{,}47984269 + 0{,}25514909) \cdot 1 + 1{,}1869392 \cdot (-2) + 0{,}59357053 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)\right) \cdot Y_1$$

$$+\left((2(0{,}73499178)) \cdot 1 + (-2{,}3738784) \cdot (-2) + (-0{,}35614232) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + 0{,}28975092 \cdot 1\right.$$

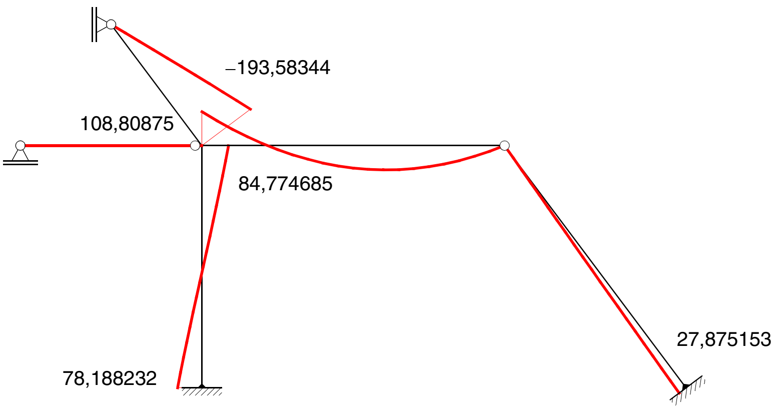
$$\left.- 0{,}0372 \cdot 4 \cdot 1 - 0{,}0101 \cdot 5 \cdot 1 - 0{,}052 \cdot 2{,}5 \cdot 2 - 0{,}00384 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot Y_2$$

$$+ 125{,}67166 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 250 \cdot 2 \cdot 1{,}5 + 40 \cdot 5 \cdot 2{,}5 \cdot \frac{3}{5} - 1{,}86 \cdot 4 \cdot 1 - 0{,}505 \cdot 5 \cdot 1 - 1{,}3 \cdot 2{,}5 \cdot 2 - 0{,}32 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2{,}2603524 & -1{,}9950289 \\ -1{,}9950289 & 6{,}2503567 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -125{,}67166 \\ 542{,}82799 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}61592804 & 0{,}19659586 \\ 0{,}19659586 & 0{,}2227416 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -125{,}67166 \\ 542{,}82799 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29{,}31304 \\ 96{,}203847 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{ba} \\ M_{bc} \\ M_{bd} \\ M_{de} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}25514909 & 0{,}73499178 \\ 0 & 0{,}47984269 & 0{,}73499178 \\ 0 & 1{,}1869392 & -2{,}3738784 \\ 125{,}67166 & 0{,}59357053 & -0{,}35614232 \\ 0 & 0 & 0{,}28975092 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 29{,}31304 \\ 96{,}203847 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 78{,}188232 \\ 84{,}774685 \\ -193{,}58344 \\ 108{,}80875 \\ 27{,}875153 \end{bmatrix}$$



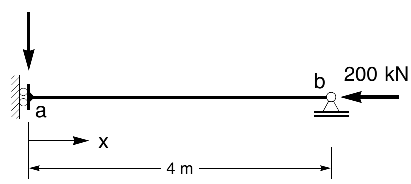

## Aufgabe 5 (13 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach Theorie II. Ordnung näherungsweise mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen zu berechnen.

Als Ansatz ist eine zulässige trigonometrische Funktion mit einem Freiwert über den gesamten Bereich zu wählen.

**5.1** Berechnen Sie die Verschiebung und das Moment im Punkt a

**5.2** Ermitteln Sie die Größe der Normalkraft, bei der das System ausknickt und geben Sie die Abweichung von der exakten Lösung an




$EI = 12000 \text{ kNm}^2$

**5.1**

$$EI\int w''\overline{w}''\,dx + H\int w'\overline{w}'\,dx - F\overline{w} = 0$$

$$w(x) = a \cdot \cos\frac{\pi x}{8}$$

$$w'(x) = -a \cdot \frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi x}{8}$$

$$w''(x) = -a \cdot \frac{\pi^2}{64}\cos\frac{\pi x}{8}$$

$$\int w''\overline{w}''\,dx = a \cdot \frac{\pi^4}{4096} \cdot \int_0^4 \cos^2\frac{\pi x}{8}dx = a \cdot \frac{\pi^4}{4096} \cdot 2 = a \cdot \frac{\pi^4}{2048}$$

$$\int w'\overline{w}'dx = a \cdot \frac{\pi^2}{64} \cdot \int_0^4 \sin^2\frac{\pi x}{8}dx = a \cdot \frac{\pi^2}{64} \cdot 2 = a \cdot \frac{\pi^2}{32}$$

$$F\overline{w} = 30 \cdot 1 = 30$$

$$12000 \cdot a \cdot \frac{\pi^4}{2048} - 200 \cdot a \cdot \frac{\pi^2}{32} - 30 = 0$$

$$(570{,}75639 - 61{,}685028)a = 30$$

$$a = 0{,}058930834$$

$$w''(0) = -a \cdot \frac{\pi^2}{64}\cos\frac{\pi 0}{8} = -a \cdot \frac{\pi^2}{64} = -0{,}0090878753$$

$$M(0) = -12000 \cdot (-0{,}0090878753) = 109{,}0545$$

**5.2**

$$12000 \cdot a \cdot \frac{\pi^4}{2048} - H \cdot a \cdot \frac{\pi^2}{32} = 0$$

$$H_{Ki} = 12000 \cdot \frac{\pi^2}{64} = 1850{,}5508$$

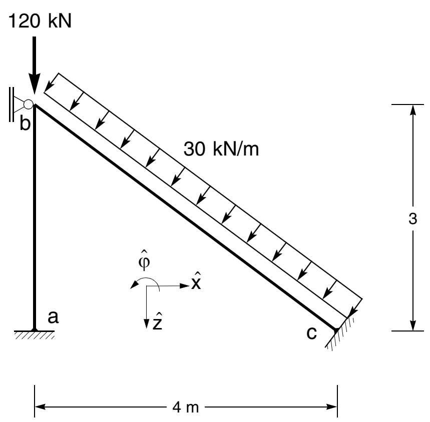
## Aufgabe 6 (16 Punkte)

Das dargestellte System ist nach dem allgemeinen Weggrößenverfahren zu berechnen. Die Steifigkeitsmatrix des Stabes a - b bezüglich des globalen Koordinatensystems ist gegeben.

**6.1** Ermitteln Sie die Gesamtsteifigkeitsmatrix sowie den zugehörigen Lastvektor bezüglich des globalen Koordinatensystems.

**6.2** Ermitteln Sie die Verformungen des Punktes b.

**6.3** Ermitteln Sie die Normalkraft des Stabes a - b.




$EI = 15000 \text{ kNm}^2$

$EA = 2{,}25 \cdot 10^6 \text{ kN}$

$$\hat{\mathbf{k}}_{a-b} = \begin{bmatrix} 6666{,}6667 & 0 & -10000 & -6666{,}6667 & 0 & -10000 \\ 0 & 750000 & 0 & 0 & -750000 & 0 \\ -10000 & 0 & 20000 & 10000 & 0 & 10000 \\ -6666{,}6667 & 0 & 10000 & 6666{,}6667 & 0 & 10000 \\ 0 & -750000 & 0 & 0 & 750000 & 0 \\ -10000 & 0 & 10000 & 10000 & 0 & 20000 \end{bmatrix}$$

- Stab 2

$$\begin{bmatrix} 450000 & 0 & 0 & -450000 & 0 & 0 \\ 0 & 1440 & -3600 & 0 & -1440 & -3600 \\ 0 & -3600 & 12000 & 0 & 3600 & 6000 \\ -450000 & 0 & 0 & 450000 & 0 & 0 \\ 0 & -1440 & 3600 & 0 & 1440 & 3600 \\ 0 & -3600 & 6000 & 0 & 3600 & 12000 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} 0{,}8 & -0{,}6 & 0 \\ 0{,}6 & 0{,}8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 450000 & 0 & 0 \\ 0 & 1440 & -3600 \\ 0 & -3600 & 12000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}6 & 0 \\ -0{,}6 & 0{,}8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 288518{,}4 & 215308{,}8 & 2160 \\ 215308{,}8 & 162921{,}6 & -2880 \\ 2160 & -2880 & 12000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 288518{,}4 & 215308{,}8 & 2160 & -288518{,}4 & -215308{,}8 & 2160 \\ 215308{,}8 & 162921{,}6 & -2880 & -215308{,}8 & -162921{,}6 & -2880 \\ 2160 & -2880 & 12000 & -2160 & 2880 & 6000 \\ -288518{,}4 & -215308{,}8 & -2160 & 288518{,}4 & 215308{,}8 & -2160 \\ -215308{,}8 & -162921{,}6 & 2880 & 215308{,}8 & 162921{,}6 & 2880 \\ 2160 & -2880 & 6000 & -2160 & 2880 & 12000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -75 \\ 62{,}5 \\ 0 \\ -75 \\ -62{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{s}}^0 = \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{s}^0 = \begin{bmatrix} 0{,}8 & -0{,}6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}6 & 0{,}8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}8 & -0{,}6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}6 & 0{,}8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -75 \\ 62{,}5 \\ 0 \\ -75 \\ -62{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ -60 \\ 62{,}5 \\ 45 \\ -60 \\ -62{,}5 \end{bmatrix}$$

- Gesamtmatrix

$$\begin{bmatrix} 6666{,}6667 & 0 & 10000 \\ 0 & 750000 & 0 \\ 10000 & 0 & 20000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 288518{,}4 & 215308{,}8 & 2160 \\ 215308{,}8 & 162921{,}6 & -2880 \\ 2160 & -2880 & 12000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 295185{,}07 & 215308{,}8 & 12160 \\ 215308{,}8 & 912921{,}6 & -2880 \\ 12160 & -2880 & 32000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 912921{,}6 & -2880 \\ -2880 & 32000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -60 \\ 62{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 120 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 912921{,}6 & -2880 \\ -2880 & 32000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180 \\ -62{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}00019106189 \\ -0{,}0019359294 \end{bmatrix}$$

$$N_{a-b} = \frac{2{,}25 \cdot 10^6}{3} \cdot 0{,}00019106189 = 143{,}29641$$