HOCHSCHULE WISMAR
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Bereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. R. Dallmann

Modulprüfung Baustatik II am 16. Februar 2012

Name: ....

Matr.-Nr.: ....

In dieser Klausur werden 7 Aufgaben mit insgesamt 60 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten.

Teil 1: 20 Minuten ohne Unterlagen, 13 erreichbare Punkte.

Teil 2: 100 Minuten mit Unterlagen, 47 erreichbare Punkte.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Punkte								

Modulprüfung Baustatik II am 16. Februar 2012
Teil 1, 20 Minuten (ohne Unterlagen)

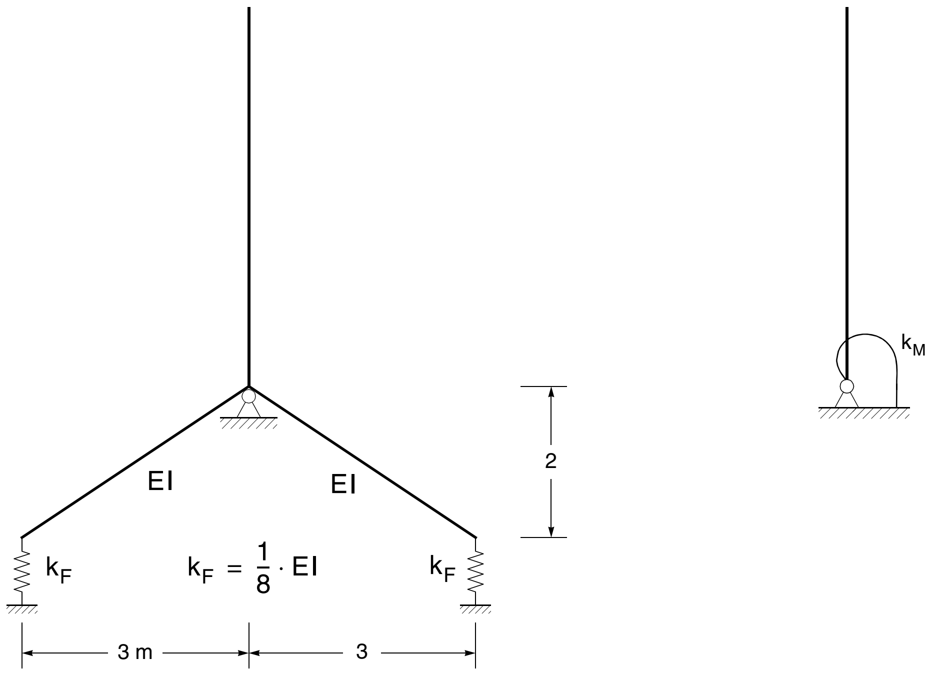
Aufgabe 1 (2 Punkte)

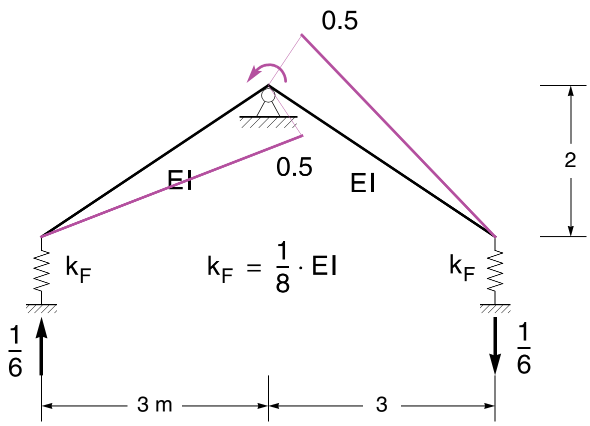
Stabtragwerke können nach Theorie II. Ordnung iterativ mit dem Kraftgrößenverfahren und mit dem Drehwinkelverfahren berechnet werden. Geben Sie an, welche Größen bei den beiden Verfahren jeweils iterativ angenähert werden.

- KGV: Verformungen
- DWV: Normalkräfte

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Bei nachfolgend dargestelltem System sollen der Fußpunkt durch eine Drehfeder ersetzt werden. Berechnen Sie die Ersatzfedersteifigkeit k_M.





$$\varphi = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} \cdot 0.5^2}{EI} + \frac{\frac{\frac{1}{6}}{k_F}}{3}$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} \cdot 0.5^2}{EI} + \frac{\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{8} \cdot EI}}{3}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{13}}{6}}{EI} + \frac{4}{9EI} = \frac{1.0453697}{EI}$$

$$k_M = \frac{1}{\frac{1.0453697}{EI}} = 0.95659941\,EI$$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Erläutern Sie den Unterschied zwischen Theorie II. Ordnung und Theorie III. Ordnung.

- Th II. O.:

  Berücksichtigung der Verformungen bei Formulierung der Gleichgewichtsbedingung. Die Verformungen sind aber weiterhin infinitesimal klein (geometrische Linearisierung).

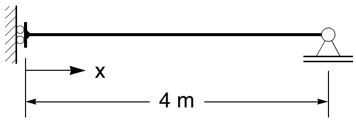
- Th III. O.:

  Berücksichtigung endlicher Verformungen (keine geometrische Linearisierung)

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Das dargestellte System soll näherungsweise mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen berechnet werden. Dabei sollen die angegebenen Ansatzfunktionen verwendet werden.

Geben Sie an, ob die Ansatzfunktionen für das Verfahren zulässig sind. Begründen Sie Ihre Antwort.



4.1 $w(x) = a \cdot \cos\frac{\pi}{4}x$,

4.2 $w(x) = a \cdot \left(16 + 4x - \frac{1}{2}x^3\right)$

Ansatzfunktionen müssen geometrische Randbedingungen erfüllen:

1. $w(4) = 0$
2. $w'(0) = 0$

4.1 $w(4) = -a$, $w'(0) = 0 \Rightarrow$ nicht zulässig

4.2 $w(4) = 0$, $w'(0) = 4a \Rightarrow$ nicht zulässig

Modulprüfung Baustatik II am 16. Februar 2012
Teil 2, 100 Minuten (mit Unterlagen)

Aufgabe 5 (19 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach der Spannungstheorie II. Ordnung mit dem Drehwinkelverfahren unter Berücksichtigung der genauen Biegeformkoeffizienten zu berechnen.

In allen Stäben, in denen ein Stabsehnendrehwinkel auftreten kann, ist eine ungünstig wirkende geometrische Imperfektion in Form einer Stabdrehung $\psi_0 = 1/200$ [rad] zu berücksichtigen.

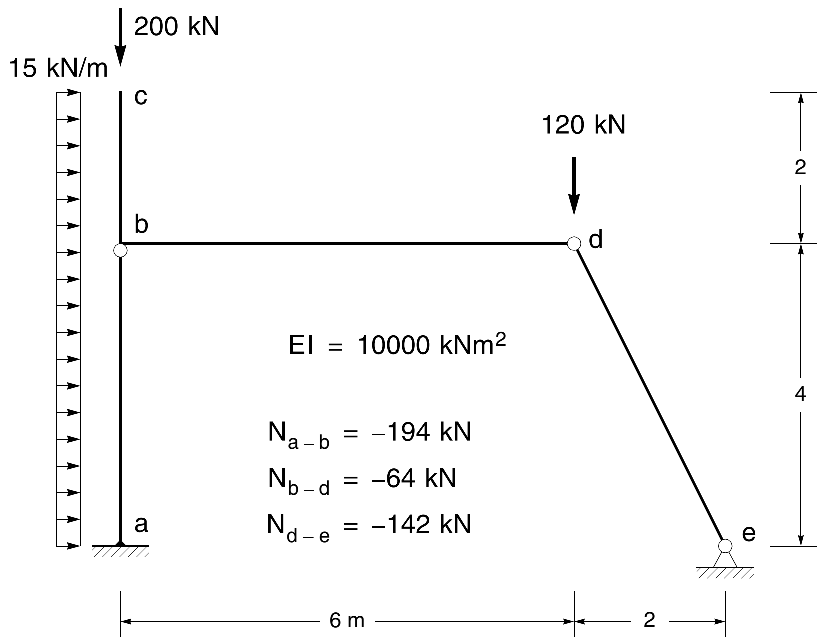
Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

Führen Sie nur einen Iterationsschritt mit den angegebenen Längskräften durch.

Eine Berechnung nach Theorie I. Ordnung ergab folgende horizontale Verschiebungen:

$\delta_b^h = \delta_d^h = 11.7$ mm (nach links)

$\delta_c^h = 1.4$ mm (nach links)



$$\varepsilon_{a-b} = 4\sqrt{\frac{194}{10000}} = 0.55713553 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{a-b} = 3.958444 \\ \gamma_{a-b} = 2.9373617 \end{cases}$$

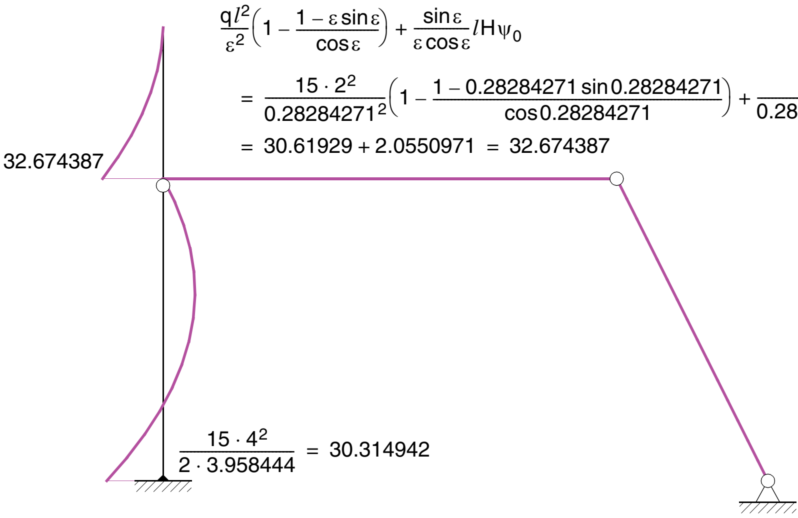
$$\varepsilon_{b-d} = 6\sqrt{\frac{64}{10000}} = 0.48 \Rightarrow \gamma_{b-d} = 2.9536135$$

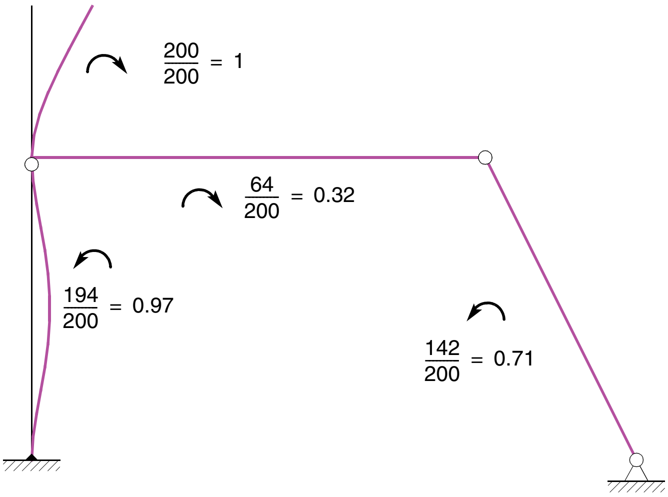
$$\varepsilon_{b-c} = 2\sqrt{\frac{200}{10000}} = 0.28284271$$

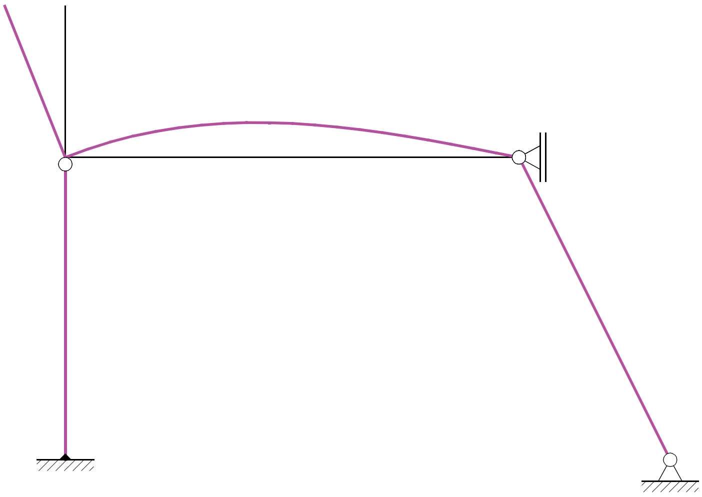
$$\frac{ql^2}{\varepsilon^2}\left(1-\frac{1-\varepsilon\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon}\right)+\frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon\cos\varepsilon}lH\psi_0$$

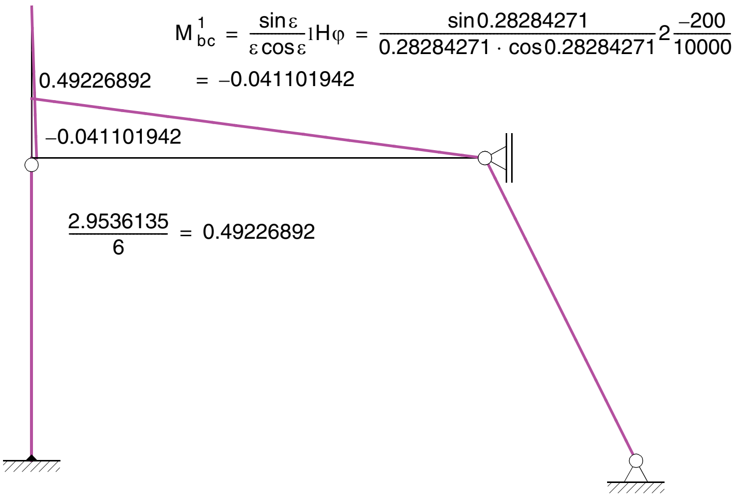
$$=\frac{15\cdot 2^2}{0.28284271^2}\left(1-\frac{1-0.28284271\sin 0.28284271}{\cos 0.28284271}\right)+\frac{\sin 0.28284271}{0.28284271\cos 0.28284271}2\frac{200}{200}$$

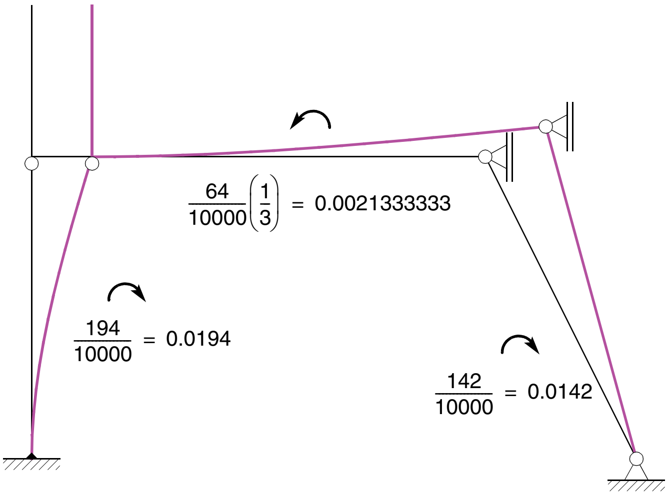
$$= 30.61929 + 2.0550971 = 32.674387$$

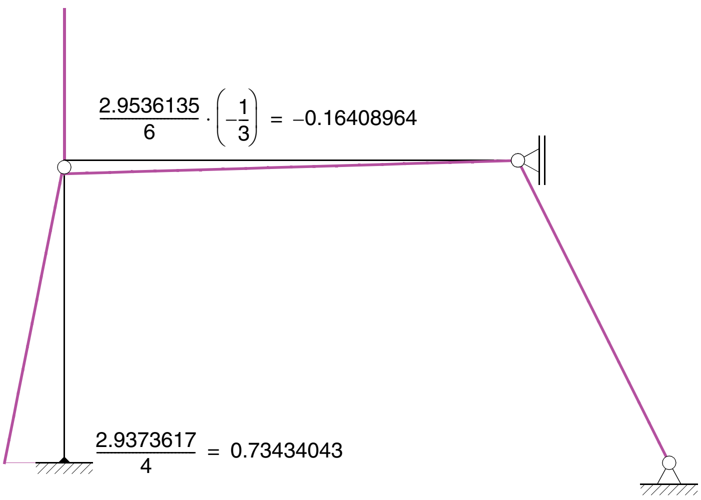












$$\sum M = (0.49226892 - 0.041101942)Y_1 - 0.16408964 \cdot Y_2 + 32.674387 = 0$$

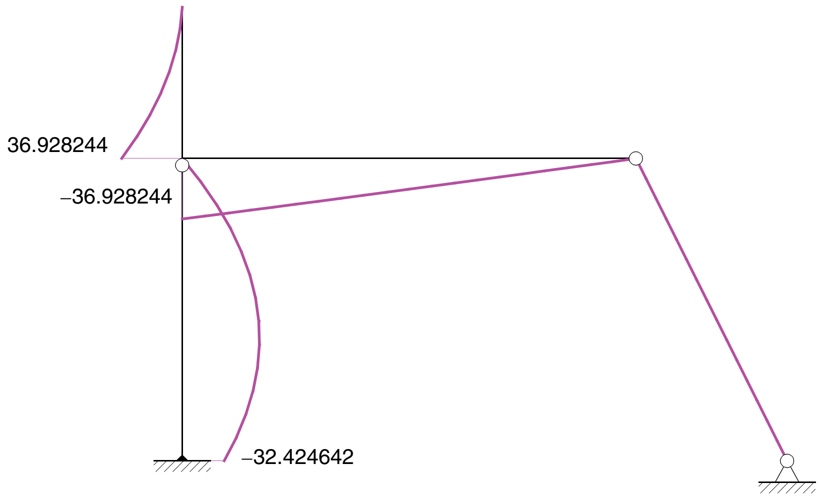
$$\sum \overline{W} = 0.49226892 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot Y_1 + \left(0.73434043 \cdot 1 + (-0.16408964) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)\right.$$

$$\left. - 0.0194 \cdot 4 \cdot 1 - 0.0021333333 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} - 0.0142 \cdot \sqrt{20} \cdot 1\right) \cdot Y_2$$

$$+ 30.314942 \cdot 1 - 15 \cdot 4 \cdot 2 - 15 \cdot 2 \cdot 4 + 120 \cdot 2 + 0.97 \cdot 4 \cdot 1 + 0.32 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} + 0.71 \cdot \sqrt{20} \cdot 1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.45116698 & -0.16408964 \\ -0.16408964 & 0.64366598 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32.674387 \\ -38.010159 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -103.49529 \\ -85.436646 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{bc} \\ M_{bd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.314942 & 0 & 0.73434043 \\ 32.674387 & -0.041101942 & 0 \\ 0 & 0.49226892 & -0.16408964 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -103.49529 \\ -85.436646 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32.424642 \\ 36.928244 \\ -36.928244 \end{bmatrix}$$



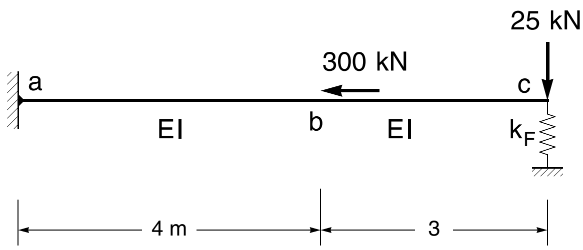
Aufgabe 6 (19 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach Theorie II. Ordnung näherungsweise mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen zu berechnen.

Als Ansatz sind Hermite-Polynome über den gesamten Bereich zu wählen.

6.1 Berechnen Sie den Verläufe $w(x)$ infolge der angegebenen Belastung nach der Spannungstheorie II. Ordnung.

6.2 Berechnen Sie die Längskraft, bei der das System ausknickt.



$EI = 12000\ \text{kNm}^2$

$k_F = 200\ \text{kN/m}$

$$\phi_3 = (3\xi^2 - 2\xi^3)$$

$$\phi_4 = l(\xi^2 - \xi^3)$$

$$\phi_3' = (6\xi - 6\xi^2)/l = \frac{6}{l}(\xi - \xi^2)$$

$$\phi_4' = (2\xi - 3\xi^2)$$

$$\int EI\, w''\bar{w}''dx + \int H w'\bar{w}'dx + k_F\, w\, \bar{w} - F\bar{w} = 0$$

Arbeit ϕ_3 auf $\bar{\phi}_3$

$$\int EI\, w''\bar{w}''dx = \frac{12 \cdot 12000}{7^3} = 419.82507$$

$$\int_0^4 \phi_3'\bar{\phi}_3' dx = 7\int_0^{\frac{4}{7}} \phi_3'\bar{\phi}_3' d\xi = 7\left(\frac{6}{7}\right)^2 \int_0^{\frac{4}{7}} (\xi - \xi^2)^2 d\xi = \frac{36}{7}\int_0^{\frac{4}{7}} (\xi^2 - 2\xi^3 + \xi^4) d\xi$$

$$= \frac{36}{7}\left.\frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^4}{2} + \frac{\xi^5}{5}\right|_{\xi = 0}^{\frac{4}{7}} = \frac{63744}{588245} = 0.10836301$$

Arbeit ϕ_4 auf $\bar{\phi}_3$

$$\int EI\, w''\bar{w}''dx = \frac{6 \cdot 12000}{7^2} = 1469.3878$$

$$\int_0^4 \phi_4'\bar{\phi}_3' dx = 7\int_0^{\frac{4}{7}} \phi_4'\bar{\phi}_3' d\xi = 7\frac{6}{7}\int_0^{\frac{4}{7}} (2\xi - 3\xi^2)(\xi - \xi^2) d\xi = 6\int_0^{\frac{4}{7}} (2\xi^2 - 5\xi^3 + 3\xi^4) d\xi$$

$$= 6\left.\frac{2\xi^3}{3} - \frac{5\xi^4}{4} + \frac{3\xi^5}{5}\right|_{\xi = 0}^{\frac{4}{7}} = \frac{13952}{84035} = 0.16602606$$

Arbeit ϕ_4 auf $\bar{\phi}_4$

$$\int EI\, w''\bar{w}''dx = \frac{4 \cdot 12000}{7} = 6857.1429$$

$$\int_0^4 \phi_4'\bar{\phi}_4' dx = 7\int_0^{\frac{4}{7}} \phi_4'\bar{\phi}_4' d\xi = 7\int_0^{\frac{4}{7}} (2\xi - 3\xi^2)^2 d\xi = 7\int_0^{\frac{4}{7}} (4\xi^2 - 12\xi^3 + 9\xi^4) d\xi$$

$$= 7\frac{4\xi^3}{3} - 3\xi^4 + \frac{9\xi^5}{5}\Bigg|_{\xi=0}^{\frac{4}{7}} = \frac{9728}{36015} = 0.27010968$$

Arbeit auf $\bar{\phi}_3$

$$(419.82507 + 200 - 300 \cdot 0.10836301)Y_1 + (1469.3878 - 300 \cdot 0.16602606)Y_2 - 25 = 0$$

Arbeit auf $\bar{\phi}_4$

$$(1469.3878 - 300 \cdot 0.16602606)Y_1 + (6857.1429 - 300 \cdot 0.27010968)Y_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 619.82507 - 32.508904 & 1469.3878 - 49.807818 \\ 1469.3878 - 49.807818 & 6857.1429 - 81.032903 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 587.31617 & 1419.5799 \\ 1419.5799 & 6776.11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.086231477 \\ -0.018065302 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} w(\xi) &= 0.086231477 \cdot (3\xi^2 - 2\xi^3) - 0.018065302 \cdot 7(\xi^2 - \xi^3) \\ &= 0.13223731\xi^2 - 0.046005838\xi^3 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 619.82507 - \lambda 32.508904 & 1469.3878 - \lambda 49.807818 \\ 1469.3878 - \lambda 49.807818 & 6857.1429 - \lambda 81.032903 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(619.82507 - \lambda 32.508904)(6857.1429 - \lambda 81.032903) - (1469.3878 - \lambda 49.807818)^2 = 0$$

$$153.47208\lambda^2 - 126770.42\lambda + 2091128.7 = 0$$

$$\lambda^2 - 826.0162\lambda + 13625.467 = 0$$

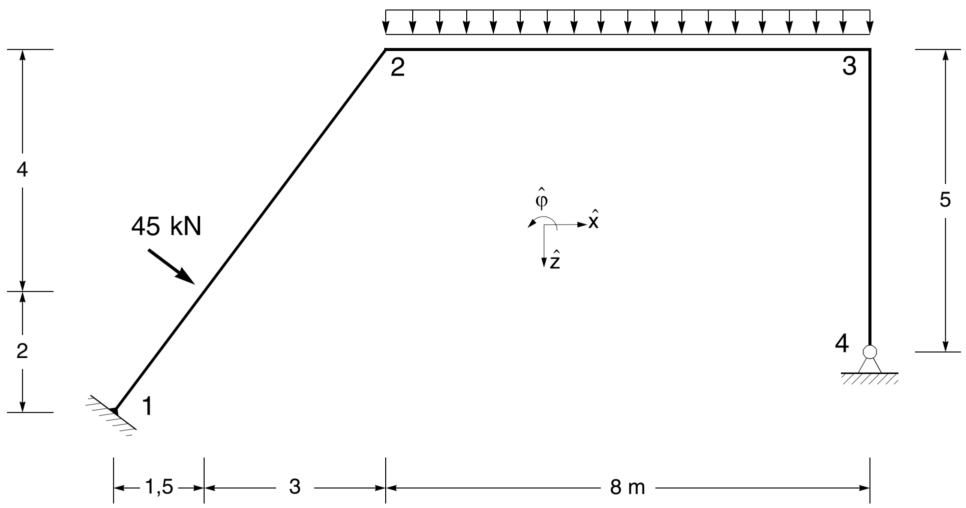
$$\lambda = 413.0081 \pm \sqrt{413.0081^2 - 13625.467}$$

$$\lambda = 413.0081 \pm 396.16944$$

$$\lambda = 16.83866$$

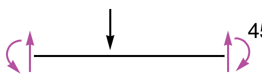
Aufgabe 7 (9 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System soll nach dem allgemeinen Weggrößenverfahren berechnet werden. Ermitteln Sie den Lastvektor bezüglich des globalen Koordinatensystems infolge der angegebenen Belastung für die aktiven Freiheitsgrade.



Stab 1 – 2

$$45 \cdot 2.5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 50$$



$$45 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 25$$

$$\frac{50-25}{7.5} = \frac{10}{3}$$

$$45 \cdot \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = 33.333333 \qquad 45 \cdot \frac{1}{3} - \frac{10}{3} = 11.666667$$

$$\mathbf{s}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -33.333333 \\ 50 \\ 0 \\ -11.666667 \\ -25 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 & 0 \\ 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{s}}^0 = \mathbf{T}^T\mathbf{s}^0 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 \\ -0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -11.666667 \\ -25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.3333333 \\ -7 \\ -25 \end{bmatrix}$$

Stab 2 – 3

$$\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{25 \cdot 8}{2} \\ \dfrac{25 \cdot 8^2}{12} \\ 0 \\ -\dfrac{25 \cdot 8}{2} \\ -\dfrac{25 \cdot 8^2}{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 133.33333 \\ 0 \\ -100 \\ -133.33333 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{s}}_{ges} = \begin{bmatrix} 0 - 9.3333333 \\ -100 - 7 \\ 133.33333 - 25 \\ 0 \\ -100 \\ -133.33333 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.3333333 \\ -107 \\ 108.33333 \\ 0 \\ -100 \\ -133.33333 \\ 0 \end{bmatrix}$$