HOCHSCHULE WISMAR
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Bereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. R. Dallmann

Modulprüfung Baustatik II am 31. Januar 2011

Name: . . . .

Matr.-Nr.: . . . .

In dieser Klausur werden 7 Aufgaben mit insgesamt 60 erreichbaren Punkten zur Lösung angeboten.

Teil 1: 20 Minuten ohne Unterlagen, 13 erreichbare Punkte.

Teil 2: 100 Minuten mit Unterlagen, 47 erreichbare Punkte.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Punkte								

Modulprüfung Baustatik II am 31. Januar 2011
Teil 1, 20 Minuten (ohne Unterlagen)

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Wie lautet die vollständige Arbeitsgleichung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen für die Berechnung von Balken?

$$\int EI\, w''\bar{w}''dx + \int H w'\bar{w}'dx + \int k_B w\,\bar{w}dx - \int q\,\bar{w}dx + \tilde{M}\bar{w}'\big|_{R_M} - \tilde{T}\bar{w}\big|_{R_T} + \sum k_M w'\bar{w}' + \sum k_F w\,\bar{w} = 0$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

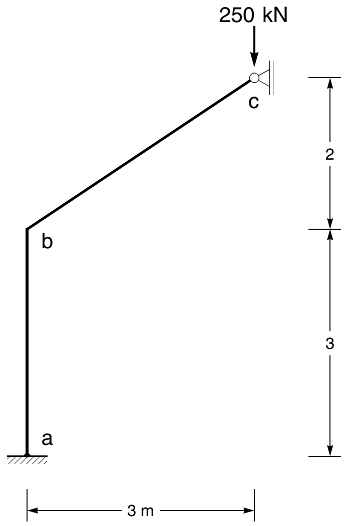
Unter welchen Bedingungen kann das Superpositionsprinzip auch für Berechnungen nach der Theorie II. Ordnung angewendet werden?

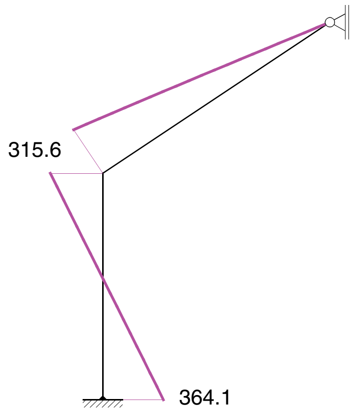
Wenn für alle Lastfälle dieselben Normalkräfte zugrunde gelegt werden.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte, dehnstarre System wurde nach Theorie II. Ordnung ohne Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen berechnet. Dabei ergab sich sich angegebene Momentenlinie sowie eine horizontale Verschiebung des Punktes b von 2.48 cm.

Ermitteln Sie die Auflagerkraft im Punkt c nach Theorie II. Ordnung.





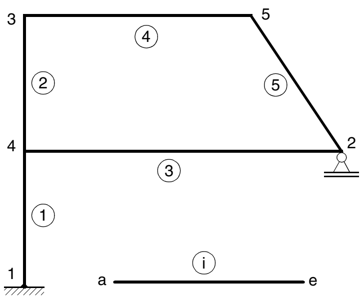
$$\delta_v = \frac{3}{2}(0.0248) = 0.0372$$

$$C_h = \frac{250 \cdot (3 + 0.0248) - 315.6}{2 - 0.0372} = 224.5$$

$$C_h = \frac{250 \cdot 3 + 364.1}{5 - 0.0372} = 224.5$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für das dargestellte Rahmensystem ist die Struktur der Gesamtsteifigkeitsmatrix zu skizzieren sowie die Berücksichtigung der Randbedingungen einzutragen. Die Untermatrizen der Stabsteifigkeiten sind wie unten angegeben zu bezeichnen.



$$\mathbf{K}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{k}^i_{aa} & \mathbf{k}^i_{ae} \\ \mathbf{k}^i_{ea} & \mathbf{k}^i_{ee} \end{bmatrix}$$

	1	2	3	4	5
	u v φ	u v φ	u v φ	u v φ	u v φ
1	$\mathbf{k}^1_{11}$			$\mathbf{k}^1_{14}$	
2		$\mathbf{k}^3_{22} + \mathbf{k}^5_{22}$		$\mathbf{k}^3_{24}$	$\mathbf{k}^5_{25}$
3			$\mathbf{k}^2_{33} + \mathbf{k}^4_{33}$	$\mathbf{k}^2_{34}$	$\mathbf{k}^4_{35}$
4	$\mathbf{k}^1_{41}$	$\mathbf{k}^3_{42}$	$\mathbf{k}^2_{43}$	$\mathbf{k}^1_{44} + \mathbf{k}^2_{44} + \mathbf{k}^3_{44}$	
5		$\mathbf{k}^5_{52}$	$\mathbf{k}^4_{53}$		$\mathbf{k}^4_{55} + \mathbf{k}^5_{55}$

Modulprüfung Baustatik II am 31. Januar 2011
Teil 2, 100 Minuten (mit Unterlagen)

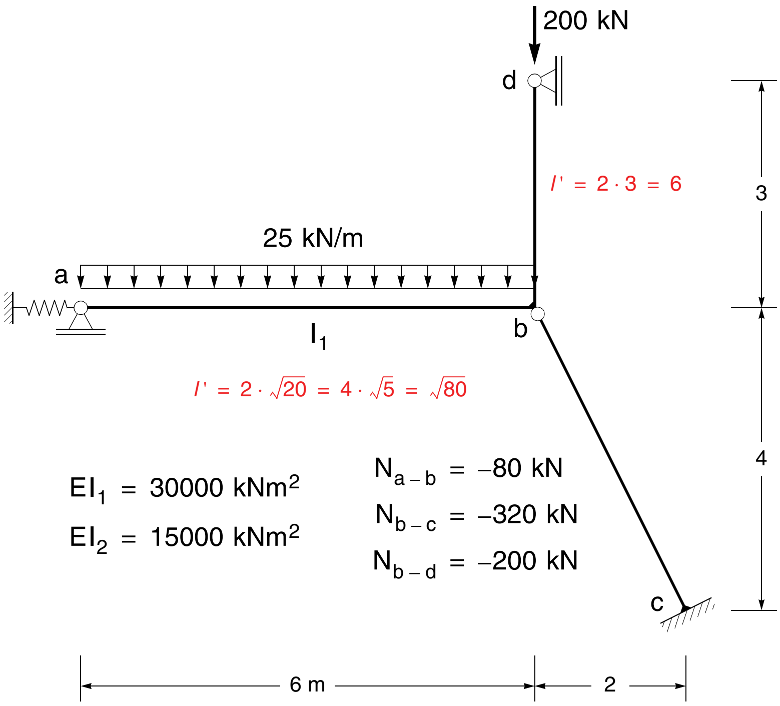
Aufgabe 5 (18 Punkte)

Das nachfolgend dargestellte System ist nach der Spannungstheorie II. Ordnung mit dem Drehwinkelverfahren unter Berücksichtigung der genauen Biegeformkoeffizienten zu berechnen.

In allen Stäben, in denen ein Stabsehnendrehwinkel auftreten kann, ist eine ungünstig wirkende geometrische Imperfektion in Form einer Stabdrehung $\psi_0 = 1/200$ [rad] zu berücksichtigen.

Ermitteln Sie die Momentenlinie infolge der angegebenen Belastung.

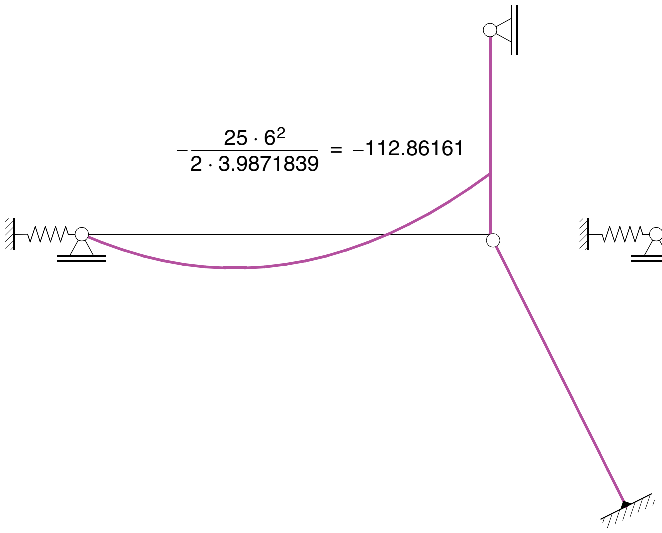
Führen Sie nur einen Iterationsschritt mit den angegebenen Längskräften durch.

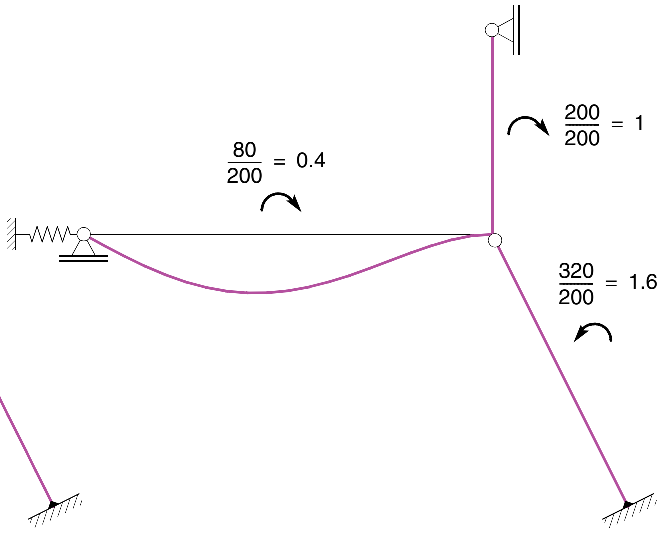


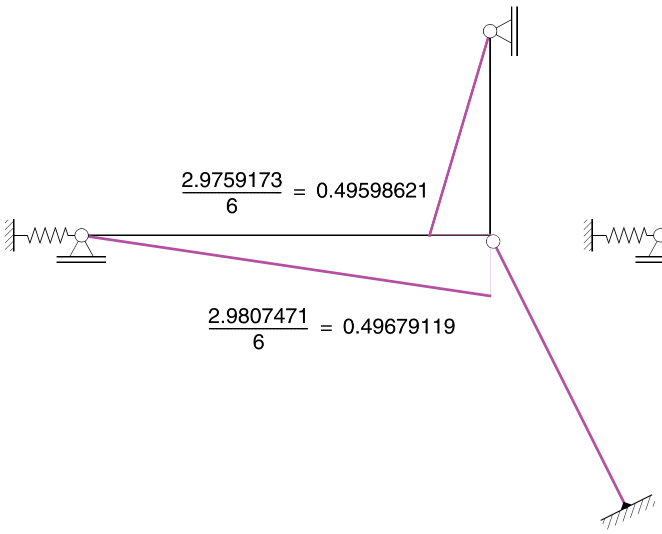
$$\varepsilon_{a-b} = 6\sqrt{\frac{80}{30000}} = 0.30983867 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{a-b} = 3.9871839 \\ \gamma_{a-b} = 2.9807471 \end{cases}$$

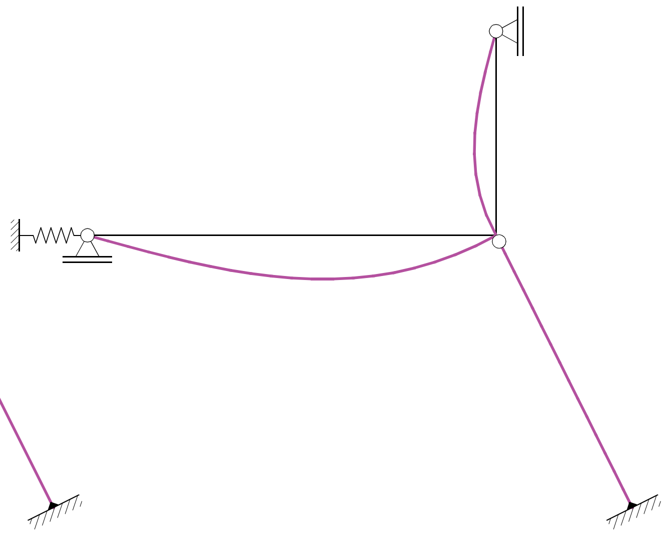
$$\varepsilon_{b-c} = \sqrt{20}\sqrt{\frac{320}{15000}} = 0.65319726 \Rightarrow \gamma_{b-c} = 2.9136063$$

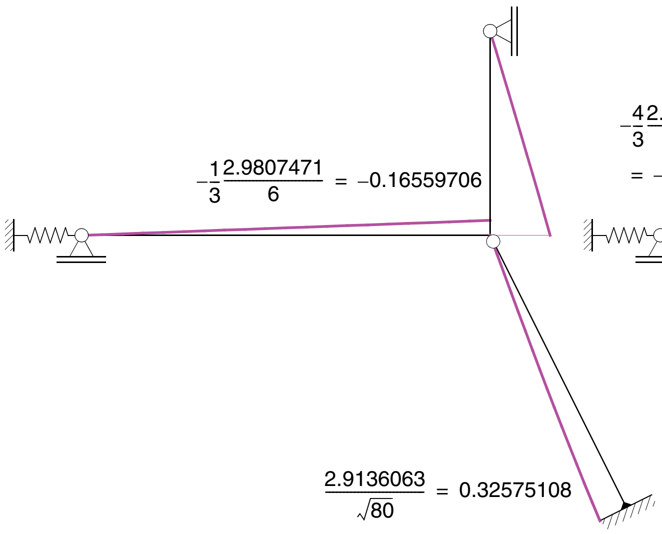
$$\varepsilon_{b-d} = 3\sqrt{\frac{200}{15000}} = 0.34641016 \Rightarrow \gamma_{b-d} = 2.9759173$$

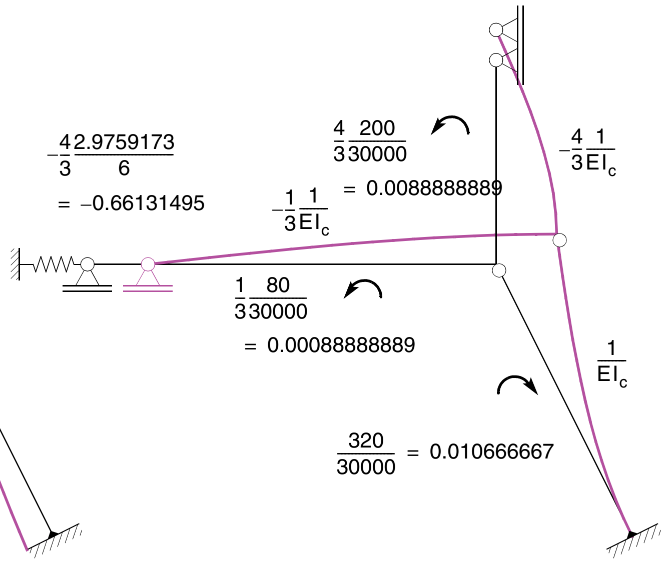

$-\frac{25 \cdot 6^2}{2 \cdot 3.9871839} = -112.86161$


$\frac{80}{200} = 0.4$
$\frac{200}{200} = 1$
$\frac{320}{200} = 1.6$


$\frac{2.9759173}{6} = 0.49598621$
$\frac{2.9807471}{6} = 0.49679119$




$-\frac{1}{3}\frac{2.9807471}{6} = -0.16559706$
$\frac{2.9136063}{\sqrt{80}} = 0.32575108$


$-\frac{4}{3}\frac{2.9759173}{6}$
$= -0.66131495$
$\frac{4}{3}\frac{200}{30000}$
$= 0.0088888889$
$-\frac{4}{3}\frac{1}{EI_c}$
$-\frac{1}{3}\frac{1}{EI_c}$
$\frac{1}{3}\frac{80}{30000}$
$= 0.00088888889$
$\frac{1}{EI_c}$
$\frac{320}{30000} = 0.010666667$

$$\sum M = (0.49598621 + 0.49679119)Y_1 + (-0.16559706 - 0.66131495)\cdot Y_2 - 112.86161 = 0$$

$$\sum \overline{W} = \left(0.49679119\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 0.49598621\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\right)\cdot Y_1$$

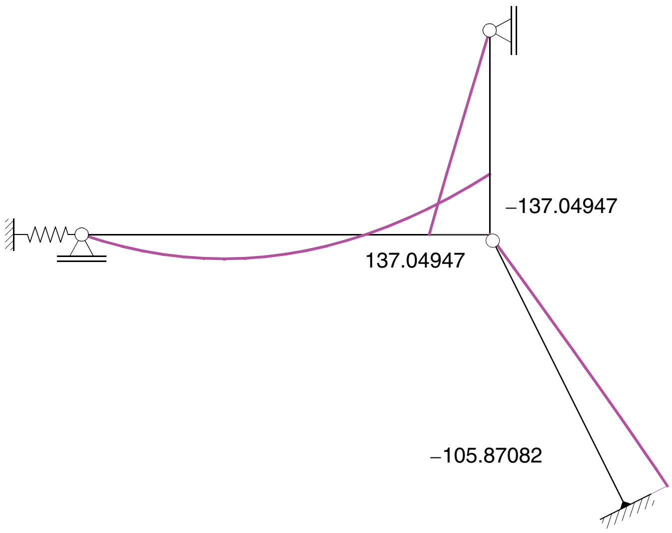
$$+\left(-0.16559706\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + (-0.66131495)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) + 0.32575108\cdot 1 + 2000\cdot\frac{4}{30000}\cdot 4\right.$$

$$\left.-0.00088888889\cdot 6\cdot\frac{1}{3} - 0.0088888889\cdot 3\cdot\frac{4}{3} - 0.010666667\cdot\sqrt{20}\cdot 1\right)\cdot Y_2$$

$$-112.86161\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 25\cdot 6\cdot 1 + 200\cdot 2 + 0.4\cdot 6\cdot\frac{1}{3} + 1\cdot 3\cdot\frac{4}{3} + 1.6\cdot\sqrt{20}\cdot 1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.9927774 & -0.82691201 \\ -0.82691201 & 2.2443339 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112.86161 \\ -599.57595 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4532636 & 0.53544669 \\ 0.53544669 & 0.64284877 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 112.86161 \\ -599.57595 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -157.02328 \\ -325.00529 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ba} \\ M_{cb} \\ M_{bd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -112.86161 & 0.49679119 & -0.16559706 \\ 0 & 0 & 0.32575108 \\ 0 & 0.49598621 & -0.66131495 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -157.02328 \\ -325.00529 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -137.04947 \\ -105.87082 \\ 137.04947 \end{bmatrix}$$



Aufgabe 6 (22 Punkte)

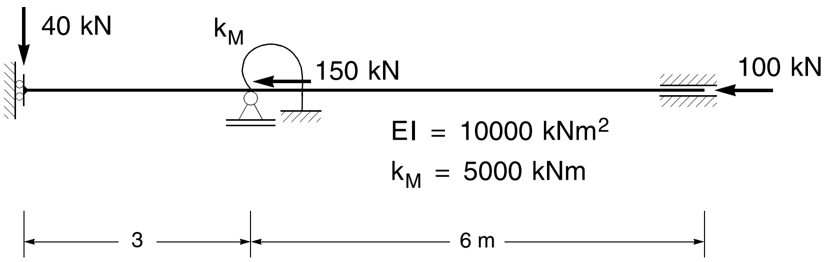
Das nachfolgend dargestellte System ist nach Theorie II. Ordnung näherungsweise mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen zu berechnen.

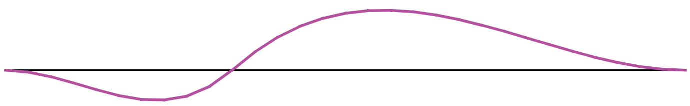
Als Ansätze für die Durchbiegung sind Hermite-Polynome über zwei Teilbereiche des Balkens zu wählen.

6.1 Skizzieren Sie die Ansatzfunktionen.

6.2 Berechnen Sie die Schnittgrößen am Anfangs- und Endpunkt der Teilbereiche infolge der angegebenen Belastung.

6.3 Ermitteln Sie den Faktor, mit dem die Längskräfte gesteigert werden können, bis das System ausknickt.





$$\begin{bmatrix} 4444.4444 & -6666.6667 & -4444.4444 & -6666.6667 \\ -6666.6667 & 13333.333 & 6666.6667 & 6666.6667 \\ -4444.4444 & 6666.6667 & 4444.4444 & 6666.6667 \\ -6666.6667 & 6666.6667 & 6666.6667 & 13333.333 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -100 & 25 & 100 & 25 \\ 25 & -100 & -25 & 25 \\ 100 & -25 & -100 & -25 \\ 25 & 25 & -25 & -100 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4444.4444 & -6666.6667 & -4444.4444 & -6666.6667 \\ -6666.6667 & 13333.333 & 6666.6667 & 6666.6667 \\ -4444.4444 & 6666.6667 & 4444.4444 & 6666.6667 \\ -6666.6667 & 6666.6667 & 6666.6667 & 13333.333 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -100 & 25 & 100 & 25 \\ 25 & -100 & -25 & 25 \\ 100 & -25 & -100 & -25 \\ 25 & 25 & -25 & -100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4344.4444 & -6641.6667 & -4344.4444 & -6641.6667 \\ -6641.6667 & 13233.333 & 6641.6667 & 6691.6667 \\ -4344.4444 & 6641.6667 & 4344.4444 & 6641.6667 \\ -6641.6667 & 6691.6667 & 6641.6667 & 13233.333 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 555.55556 & -1666.6667 & -555.55556 & -1666.6667 \\ -1666.6667 & 6666.6667 & 1666.6667 & 3333.3333 \\ -555.55556 & 1666.6667 & 555.55556 & 1666.6667 \\ -1666.6667 & 3333.3333 & 1666.6667 & 6666.6667 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -20 & 10 & 20 & 10 \\ 10 & -80 & -10 & 20 \\ 20 & -10 & -20 & -10 \\ 10 & 20 & -10 & -80 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 555.55556 & -1666.6667 & -555.55556 & -1666.6667 \\ -1666.6667 & 6666.6667 & 1666.6667 & 3333.3333 \\ -555.55556 & 1666.6667 & 555.55556 & 1666.6667 \\ -1666.6667 & 3333.3333 & 1666.6667 & 6666.6667 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20 & 10 & 20 & 10 \\ 10 & -80 & -10 & 20 \\ 20 & -10 & -20 & -10 \\ 10 & 20 & -10 & -80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 535.55556 & -1656.6667 & -535.55556 & -1656.6667 \\ -1656.6667 & 6586.6667 & 1656.6667 & 3353.3333 \\ -535.55556 & 1656.6667 & 535.55556 & 1656.6667 \\ -1656.6667 & 3353.3333 & 1656.6667 & 6586.6667 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4344.4444 & -6641.6667 \\ -6641.6667 & 13233.333 + 6586.6667 + 5000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4344.4444 & -6641.6667 \\ -6641.6667 & 24820 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4344.4444 & -6641.6667 \\ -6641.6667 & 24820 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.015581307 \\ 0.004169454 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4344.4444 & -6641.6667 & -4344.4444 & -6641.6667 \\ -6641.6667 & 13233.333 & 6641.6667 & 6691.6667 \\ -4344.4444 & 6641.6667 & 4344.4444 & 6641.6667 \\ -6641.6667 & 6691.6667 & 6641.6667 & 13233.333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.015581307 \\ 0 \\ 0 \\ 0.004169454 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ -75.585253 \\ -40 \\ -48.310074 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 535.55556 & -1656.6667 & -535.55556 & -1656.6667 \\ -1656.6667 & 6586.6667 & 1656.6667 & 3353.3333 \\ -535.55556 & 1656.6667 & 535.55556 & 1656.6667 \\ -1656.6667 & 3353.3333 & 1656.6667 & 6586.6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.004169454 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.9073955 \\ 27.462804 \\ 6.9073955 \\ 13.981569 \end{bmatrix}$$

$$M_{Feder} = 5000 \cdot 0.004169454 = 20.84727 = 48.310074 - 27.462804$$

6.3

$$\begin{bmatrix} 4444.4444 - 100\lambda & -6666.6667 + 25\lambda \\ -6666.6667 + 25\lambda & 13333.333 - 100\lambda + 6666.6667 - 80\lambda + 5000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4444.4444 - 100\lambda & -6666.6667 + 25\lambda \\ -6666.6667 + 25\lambda & 25000 - 180\lambda \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4444.4444 - 100\lambda & -6666.6667 + 25\lambda \\ -6666.6667 + 25\lambda & 25000 - 180\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(4444.4444 - 100\lambda)(25000 - 180\lambda) - (-6666.6667 + 25\lambda)^2 = 0$$

$$17375\lambda^2 - 2966666.7\lambda + 66666667 = 0$$

$$\lambda^2 - 170.74341\lambda + 3836.9305 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{170.74341}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{170.74341}{2}\right)^2 - 3836.9305}$$

$$\lambda_{1,2} = 85.371703 \pm 58.748593$$

$$\lambda_1 = 85.371703 + 58.748593 = 144.1203$$

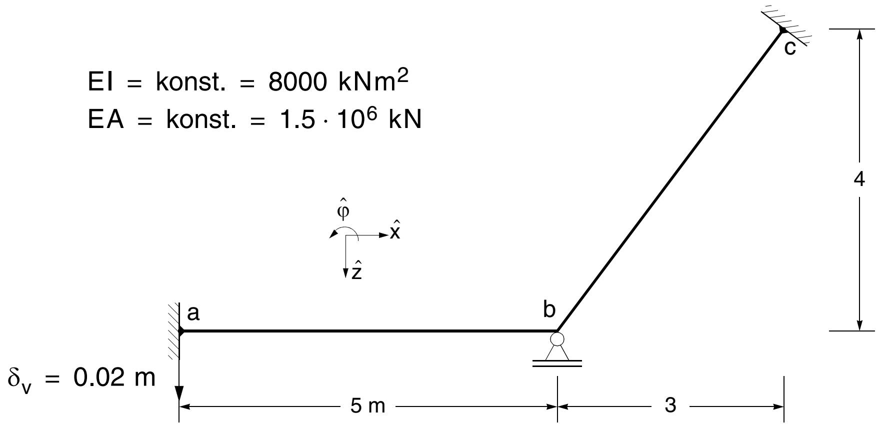
$$\lambda_2 = 85.371703 - 58.748593 = 26.62311$$

Aufgabe 7 (7 Punkte)

Das dargestellte System ist nach dem allgemeinen Weggrößenverfahren zu berechnen. Die Steifigkeitsmatrix des Stabes a – b ist gegeben.

7.1 Ermitteln Sie die Gesamtsteifigkeitsmatrix sowie den zugehörigen Lastvektor infolge der angegebenen Auflagersenkung im Punkt b bezüglich des globalen Koordinatensystems.

7.2 Ermitteln Sie die Verformungen des Punktes b.



$$\hat{\mathbf{k}}_{a-b} = \begin{bmatrix} 300000 & 0 & 0 & -300000 & 0 & 0 \\ 0 & 768 & -1920 & 0 & -768 & -1920 \\ 0 & -1920 & 6400 & 0 & 1920 & 3200 \\ -300000 & 0 & 0 & 300000 & 0 & 0 \\ 0 & -768 & 1920 & 0 & 768 & 1920 \\ 0 & -1920 & 3200 & 0 & 1920 & 6400 \end{bmatrix}$$

- Stab a – b

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 768 \\ -1920 \\ 0 \\ -768 \\ -1920 \end{bmatrix} \cdot 0.02 = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.36 \\ -38.4 \\ 0 \\ -15.36 \\ -38.4 \end{bmatrix}$$

- Stab b – c

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 \\ -0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300000 & 0 & 0 \\ 0 & 768 & -1920 \\ 0 & -1920 & 6400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6 & -0.8 & 0 \\ 0.8 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 108491.52 & -143631.36 & -1536 \\ -143631.36 & 192276.48 & -1152 \\ -1536 & -1152 & 6400 \end{bmatrix}$$

- Gesamtmatrix

$$\begin{bmatrix} 300000 & 0 \\ 0 & 6400 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 108491.52 & -1536 \\ -1536 & 6400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300000 + 108491.52 & 0 - 1536 \\ 0 - 1536 & 6400 + 6400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 408491.52 & -1536 \\ -1536 & 12800 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 408491.52 & -1536 \\ -1536 & 12800 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_b \\ \varphi_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -38.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} u_b \\ \varphi_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.128562 \cdot 10^{-5} \\ 0.0030013543 \end{bmatrix}$$